



# Des amplificateurs laser aux amplificateurs paramétriques : études de l'amplification paramétrique optique à dérive de fréquence et du blocage de modes dans les oscillateurs paramétriques optiques

Nicolas Forget

## ► To cite this version:

Nicolas Forget. Des amplificateurs laser aux amplificateurs paramétriques : études de l'amplification paramétrique optique à dérive de fréquence et du blocage de modes dans les oscillateurs paramétriques optiques. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Ecole Polytechnique X, 2005. Français. NNT : . tel-00288940

**HAL Id: tel-00288940**

**<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00288940>**

Submitted on 19 Jun 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Spécialité :  
Optique non linéaire

Présentée par :  
Nicolas FORGET

Pour obtenir le grade de :  
Docteur de l'École Polytechnique

Titre de la thèse :

*Des amplificateurs laser aux amplificateurs paramétriques :  
études de l'amplification paramétrique à dérive de fréquence  
et du blocage de modes dans les oscillateurs paramétriques  
optiques.*

Soutenue le 5 octobre 2005 devant le jury composé de :

E. ROSENCHE	Président du jury
P. GEORGES	Directeur de thèse
B. BOULANGER	Rapporteur
E. FREYSZ	Rapporteur
C. LE BLANC	Examineur
M. LEFÈBVRE	Examineur
J. COLLIER	Invité



Les savants sont optimistes parce  
que leur passion leur donne des  
joies fréquentes en leur épargnant  
les chagrins ; Ils ne se désespèrent  
pas de ne jamais trouver la vérité  
et ils s'en consolent aisément  
puisque'ils ne sont jamais privés du  
plaisir de la recherche.

La plupart d'entre eux restent  
jeunes de cœur. Peut-être n'ont ils  
pas été aussi jeunes que d'autres,  
mais ils l'ont été plus longtemps.  
Leur naïveté même, qui éclate à  
tous les yeux, est un signe de  
jeunesse. C'est sans doute que le  
chagrin seul vieillit et leur passion  
n'engendre que des joies sans  
douleurs.

---

Henri POINCARÉ

ongamour



# Remerciements

The scientist has a lot of  
experience with ignorance and  
doubt and uncertainty... We take  
it for granted that it is perfectly  
consistent to be unsure, that it is  
possible to live and NOT know.  
But I don't know whether  
everyone realizes that this is true.

---

Richard FEYNMAN

Mes premiers remerciements iront bien sûr aux incontournables, ceux sans qui cette thèse n'aurait pas pu voir le jour : tout d'abord mon directeur de thèse, Patrick Georges, qui a bien voulu encadrer – et souvent recadrer – mon travail de thèse, mais aussi Emmanuel Rosencher, Alain Migus et Pierre Pilet, qui ont bien voulu m'accueillir en 2002 dans leurs laboratoires respectifs, l'unité Diagnostic Optique et Plasmas (DOP) de la branche Physique de l'Office National d'Études Aéronautiques (ONERA), le Laboratoire pour l'Utilisation des Lasers Intenses (LULI) et le laboratoire Aimé Cotton. Enfin, je remercie la DGA et le CNRS d'avoir soutenu ce travail de thèse au travers d'un financement DGA/CNRS.

De même que nul ne voit la lumière s'il n'est éclairé, je ne serais pas arrivé au bout de la thèse sans ceux qui m'ont patiemment appris et continuent de m'apprendre tout ce que j'ignorais et ignore encore. Mille fois merci à Catherine Le Blanc, pour m'avoir fait découvrir le monde des impulsions courtes, l'univers des femtosecondes et des pétawatts, mais aussi les joies de la course à pied et du Paris-Versailles, toujours avec une bonne humeur communicative, un enthousiasme à tout rompre et de lumineux conseils.

Un grand bravo à Patrick pour ses talents de *coach*, son pragmatisme éclairé et son franc parler. Il faut bien que je lui avoue aujourd'hui que, sans lui, aucun document administratif n'aurait encore été rendu à ce jour. (Et aujourd'hui il me manque...).

Je tiens à exprimer ma sincère reconnaissance à Michel Lefebvre pour sa patience, ses talents d'expérimentateur et son goût du risque. Il regrettera sans doute à tout jamais d'avoir laissé entre mes mains un OPO et un laser, sans défense (ni caution), laser qu'il a sauvé *in extremis* de la mise en pièces. L'histoire ne dit pas ce qui est arrivé à l'OPO...

J'adresse un grand merci à Cyril Drag et Fabien Bretenacker qui m'ont accompagné,

parfois contraints et forcés, dans l’aventure du blocage de modes dans les OPO. J’ai apprécié leur approche ludique de la science, à la fois joyeuse, créative, rigoureuse et caféinée.

Je remercie également Vincent Bagnoud et Igor Jovanovic qui m’ont chaleureusement accueilli, chez eux comme dans leurs équipes. Il m’ont aussi permis de vérifier que je n’aimais toujours pas les doughnuts made in US.

Enfin, je ne peux oublier tous les doctorants, stagiaires et collègues qui ont fait mon quotidien : Myriam, Aude, Isabelle, François, Catherine, Corinne, Sylvie, Ji-Ping, Anne-Marie, Sylvain, Jean-Marie... sans oublier ceux avec qui j’ai passé de nombreuses heures en « manip » : Arnaud, Elsa, Brahim, Sofiane, Jean-Michel et Aurélie.

Et comme la science n’est pas faite seulement d’expériences mais surtout d’interprétations, de représentations et d’idées<sup>1</sup>, je tiens à remercier tous ceux avec qui j’ai pris tant de plaisir à discuter et qui m’ont tant apporté : Christian Sauteret, Frédéric Druon, François Amiranoff, Claude Gouédard, Patrick Audebert, Luc Martin ... et tant d’autres qui voudront bien, j’espère, m’excuser de ne pas les citer ici.

”Il faut souffler sur quelques lueurs pour faire de la bonne lumière” écrivait René Char.

C’est sans aucun doute ce qu’ont fait nombre de mes professeurs que je remercie sincèrement, notamment Olivier Cervera et Antonello de Martino, sans oublier Emmanuel Rosencher qui m’a fait goûter aux charmes de l’optique non linéaire et qui a réussi, par son enthousiasme, son dynamisme et sa créativité érudite à attiser durablement ma curiosité pour les merveilles de l’optique.

Pour finir, je remercie du fond du cœur mes proches, ma famille et, bien sûr, ma merveilleuse compagne de tous les jours, Laurence, qui a eu la gentillesse de me supporter les soirs de rédaction et de relire ce manuscrit. Elle a illuminé ma vie durant ces trois années... et continue de le faire.

---

1. « Science sans conscience n’est que ruine de l’âme », Rabelais.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>13</b>
<b>I Amplification paramétrique optique en ondes planes</b>	<b>19</b>
<b>1 Equations et solutions en ondes planes dans les cristaux massifs</b>	<b>21</b>
1.1 Equations du mélange à trois ondes . . . . .	22
1.2 Variables adimensionnelles et longueurs caractéristiques . . . . .	24
1.3 Approche hamiltonienne du mélange à 3 ondes . . . . .	26
1.3.1 Intégrales premières du système . . . . .	26
1.3.2 Formulation hamiltonienne . . . . .	29
1.4 Solutions exactes du problème . . . . .	32
1.4.1 Solutions analytiques - modules . . . . .	32
1.4.2 Solutions analytiques - phases . . . . .	34
1.4.3 Interprétation géométrique des solutions . . . . .	34
1.5 Amplification paramétrique : solutions approchées . . . . .	38
1.5.1 Approximation $I_s(0) \ll I_p(0)$ . . . . .	38
1.5.2 Approximation paramétrique $I_p = I_p(0)$ . . . . .	41
1.5.3 Ordres de grandeur . . . . .	45
<b>2 Techniques d'accord de phase et acceptances spectrales</b>	<b>49</b>
2.1 Techniques d'accord de phase . . . . .	50
2.1.1 Accord de phase et dispersion optique . . . . .	50
2.1.2 Une revue succincte des techniques d'accord de phase . . . . .	50
2.1.3 Classification des types d'accord de phase . . . . .	53
2.1.4 Quelques éléments de technologie . . . . .	54
2.2 Acceptance spectrale d'un accord de phase de type I . . . . .	56
2.2.1 Désaccord de phase transverse et longitudinal . . . . .	56
2.2.2 Géométrie colinéaire . . . . .	59
2.2.3 Géométrie non colinéaire . . . . .	62
2.2.4 Conditions d'accords de phase large bande . . . . .	65
2.2.5 Quelques bandes de gain dans BBO et LBO . . . . .	67



<b>3</b>	<b>Application au quasi-accord de phase par retournement de polarisation.</b>	<b>73</b>
3.1	Propriétés générales de la bande de gain . . . . .	74
3.1.1	Relations de Manley-Rowe dans le plan complexe et relation de causalité . . . . .	75
3.1.2	Causalité et gain paramétrique . . . . .	77
3.2	Quasi-accord de phase résonnant . . . . .	78
3.2.1	Réseau uniforme . . . . .	79
3.2.2	Condition de quasi-accord de phase ( $q_0 \ll \delta$ ) . . . . .	80
3.2.3	Coefficient non linéaire effectif . . . . .	81
3.2.4	Courbes de gain dans PPKTP et PPLN . . . . .	82
<b>II</b>	<b>Amplification paramétrique optique à dérive de fréquence</b>	<b>87</b>
<b>4</b>	<b>Introduction à l'OPCPA</b>	<b>89</b>
4.1	L'amplification à dérive de fréquence . . . . .	90
4.2	L'amplification paramétrique optique à dérive de fréquence . . . . .	92
4.2.1	Principe . . . . .	92
4.2.2	OPCPA et NOPA . . . . .	92
4.2.3	OPCPA et amplificateurs régénératifs . . . . .	93
4.3	OPCPA : choix des paramètres expérimentaux . . . . .	94
4.3.1	Le cristal non linéaire . . . . .	94
4.3.2	Paramètres des faisceaux incidents . . . . .	97
4.3.3	Longueur optimale du cristal . . . . .	99
4.4	Les contraintes spécifiques de l'OPCPA . . . . .	100
4.4.1	Le laser de pompe . . . . .	100
4.4.2	Les cristaux non linéaires . . . . .	103
4.5	Techniques de caractérisation et de mesure des impulsions brèves . . . . .	104
4.5.1	Spectrométrie . . . . .	104
4.5.2	Autocorrélation du second ordre . . . . .	105
4.5.3	Autocorrélation du troisième ordre . . . . .	106
<b>5</b>	<b>OPCPA dans les cristaux massifs</b>	<b>109</b>
5.1	Préamplificateur millijoule en BBO . . . . .	109
5.1.1	Contexte et montage expérimental . . . . .	109
5.1.2	Résultats expérimentaux . . . . .	111
5.1.3	Interprétation des résultats . . . . .	114
5.1.4	Conclusions et expériences complémentaires . . . . .	118
5.2	Amplificateur 10 mJ en LBO . . . . .	120
5.2.1	Montage expérimental . . . . .	121
5.2.2	Résultats expérimentaux . . . . .	122
5.2.3	Interprétation . . . . .	123

<b>6</b>	<b>OPCPA dans les cristaux retournés périodiquement</b>	<b>129</b>
6.1	Préamplificateur millijoule en PPKTP . . . . .	130
6.1.1	Objectifs et contexte de l'étude . . . . .	130
6.1.2	Montage expérimental . . . . .	130
6.1.3	Résultats expérimentaux . . . . .	133
6.2	Préamplificateur sur fond noir (COPA) . . . . .	136
6.2.1	Principe de l'amplification paramétrique sur fond noir . . . . .	136
6.2.2	Démonstration expérimentale . . . . .	138
6.3	Simulations numériques en géométrie cylindrique . . . . .	139
6.3.1	Equations de propagation . . . . .	140
6.3.2	Modèle numérique . . . . .	141
6.3.3	Transformée de Hankel . . . . .	142
6.3.4	Quelques résultats . . . . .	143
<b>7</b>	<b>La question du contraste en OPCPA</b>	<b>147</b>
7.1	Contexte de l'étude : les sources ultra-intenses . . . . .	147
7.1.1	La notion de contraste temporel d'une impulsion courte . . . . .	147
7.1.2	Le contraste des impulsions amplifiées par OPCPA . . . . .	148
7.1.3	Objectifs de l'étude . . . . .	149
7.2	Première mesure expérimentale du contraste des impulsions amplifiées par OPCPA . . . . .	150
7.2.1	Description du pilote de Omega-EP . . . . .	150
7.2.2	Dynamique de la mesure . . . . .	151
7.2.3	Mesures du contraste : résultats expérimentaux . . . . .	151
7.3	Étude expérimentale du contraste des impulsions amplifiées par OPCPA . . . . .	152
7.3.1	Hypothèse de travail . . . . .	152
7.3.2	Montage expérimental et principe de la mesure . . . . .	153
7.3.3	Résultats expérimentaux . . . . .	154
7.3.4	Interprétation des résultats expérimentaux . . . . .	154
7.4	Fluorescence paramétrique : un modèle pour les préamplificateurs . . . . .	157
7.4.1	Calcul de la puissance émise par fluorescence . . . . .	158
7.4.2	Cas d'un OPA quasi-colinéaire et quasi-dégénéré . . . . .	163
7.4.3	Notion de bruit équivalent . . . . .	166
7.4.4	Contraste d'impulsion en OPCPA . . . . .	168
7.4.5	Seuil de fluorescence . . . . .	169
<b>III</b>	<b>Blocage de modes dans les OPO</b>	<b>173</b>
<b>8</b>	<b>Étude théorique</b>	<b>175</b>
8.1	Introduction . . . . .	175
8.2	Retour sur le blocage de modes dans les lasers . . . . .	177

8.2.1	Théorie de KUIZENGA et SIEGMAN (1970)	177
8.2.2	Théorie de HAUS	184
8.3	Transposition aux oscillateurs paramétriques optiques	192
8.3.1	Gain d'un OPA non dégénéré en fréquence ou de type II	193
8.3.2	Gain d'un OPA dégénéré en fréquence en type I	194
8.3.3	Prise en compte de la saturation	194
8.4	OPO simplement résonnant	195
8.4.1	Blocage de modes actif - régime linéaire	195
8.4.2	Blocage de modes passif - régime linéaire	196
8.4.3	Ordres de grandeur	197
8.5	OPO doublement résonnant	198
8.5.1	Cas dégénéré - blocage de modes actif	198
8.5.2	Cas dégénéré - blocage de modes passif	200
8.5.3	Cas non dégénéré	202
<b>9</b>	<b>Étude expérimentale</b>	<b>211</b>
9.1	Contexte de l'étude et choix expérimentaux	211
9.1.1	Choix de la longueur d'onde d'émission et du cristal non linéaire	212
9.1.2	Description du laser de pompe quasi-continu	213
9.1.3	Cavités OPO	214
9.2	OPO doublement résonnant quasi-continu	215
9.2.1	Cavité en anneau courte	215
9.2.2	Cavité en anneau longue	219
9.3	OPO doublement résonnant à modes bloqués	221
9.3.1	Modulation acousto-optique	221
9.3.2	Résultats expérimentaux	222
9.4	OPO simplement résonnant à modes bloqués	225
9.4.1	Contexte expérimental	225
9.4.2	Schéma de la cavité en Z	226
9.4.3	SROPO bloqué en modes - premiers résultats	226
9.5	Interprétation des mesures	228
9.5.1	Durées et élargissement des impulsions en DROPO	228
9.5.2	Durées des impulsions en SROPO	229
9.5.3	Effets parasites	229
	<b>Conclusion</b>	<b>233</b>
	<b>Annexes</b>	<b>236</b>
<b>A</b>	<b>Modèle quantique pour la fluorescence paramétrique</b>	<b>237</b>
A.1	Quantification de l'Hamiltonien non linéaire	237

A.2	Flux de photons émis par fluorescence . . . . .	239
<b>B</b>	<b>Accord de phase non colinéaire : développement au second ordre</b>	<b>243</b>
B.1	Accord de phase quelconque . . . . .	243
B.2	Accord de phase quasi-dégénéré . . . . .	245



# Introduction

Tout ce qui est simple est faux,  
mais tout ce qui ne l'est pas est  
inutilisable.

---

Mauvaises pensées, Paul VALÉRY

## Un bref tour d'horizon

A bien y regarder, la physique moderne repose sur un petit nombre de concepts et de principes fondamentaux : l'espace, le temps, la vitesse finie de la lumière, l'action, l'énergie, le principe de moindre action ... Il en va de même pour les modèles physiques : un petit nombre d'entre eux permettent de décrire un très vaste ensemble de phénomènes. En optique, la dualité onde-particule constitue une des briques élémentaires les plus fondamentales et les plus pratiques de la pensée physique : fondamentale car elle permet d'appréhender les phénomènes optiques dans leur ensemble, pratique car elle permet de s'affranchir un instant de la complexité des phénomènes pour n'en retenir que l'essentiel.

Ainsi, dans une perspective quantique, la lumière est constituée de grains de lumière appelés photons, portant une quantité d'énergie déterminée et invariable tant que le photon n'interagit pas avec la matière. Dans le domaine visible, cette quantité d'énergie n'est autre qu'une mesure de ce nous percevons comme la *couleur* de la lumière. L'ensemble des phénomènes optiques associés aux transformations à énergie constante des photons (réflexion, réfraction, diffusion ...) constituent ce que les physiciens appellent l'*optique linéaire*. A cette *optique linéaire* s'opposent l'*optique non linéaire*, qui, *a contrario*, peut être décrite comme une chimie des photons : deux photons peuvent fusionner pour n'en faire qu'un de plus forte énergie et, réciproquement, un photon de forte énergie peut se scinder en deux photons de moindre énergie. En optique non linéaire, on peut aussi, à partir d'un réservoir de photons (par exemple de la lumière de couleur verte), fractionner ces derniers en un grand nombre de photons moins énergétiques (infrarouges) et ainsi multiplier le nombre de ces photons. Concrètement, cela signifie qu'il est possible, par exemple, d'amplifier de la lumière infrarouge par de la lumière visible.

C'est dans cette vision des choses que s'inscrit la thèse présentée ici : la possibilité d'amplifier de la lumière par de la lumière.

## Retour sur le modèle de l'électron élastiquement lié

Pour revenir à une description plus académique des choses, revenons d'abord aux fondements : le modèle de l'électron élastiquement lié. Ce modèle consiste à assimiler l'atome à un dipôle constitué d'un noyau lourd chargé positivement et d'un nuage électronique chargé négativement. En présence d'une onde lumineuse, ce nuage électronique est soumis à trois forces : une force de rappel d'origine électrostatique qui tend à ramener élastiquement le centre de masse du nuage vers le noyau à la pulsation  $\omega_0$ , une force de frottement et la force de Lorentz induite par l'onde électro-magnétique. À l'échelle atomique, on peut décrire le champ électrique de l'onde comme un champ uniforme oscillant à la pulsation  $\omega$ .

Compte tenu des ordres de grandeur mis en jeu<sup>2</sup>, le mouvement du nuage électronique se réduit à celui d'un oscillateur harmonique forcé dont la pulsation d'excitation  $\omega$  est faible devant sa pulsation propre  $\omega_0$ .

De ce résultat, on déduit, par exemple, que l'amplitude de déplacement du nuage électronique est de la forme  $A + B \omega^2$  et que la puissance optique rayonnée par l'atome varie comme  $\omega^4$ . On retrouve ainsi que l'indice optique varie avec le carré de la pulsation optique (loi de Cauchy) et que les hautes fréquences sont plus diffusées que les basses fréquences (diffusion de Rayleigh<sup>3</sup>).

## Optique linéaire et optique non linéaire

Dans les *matériaux non linéaires*, la force d'attraction entre le noyau et le nuage électronique n'est plus proportionnelle au déplacement du nuage électronique et l'atome ne se comporte plus comme un oscillateur harmonique mais comme un oscillateur anharmonique. Lorsque ce type d'oscillateur est soumis à une excitation périodique dite fondamentale, la réponse de l'oscillateur fait apparaître de nouvelles fréquences et en particulier les harmoniques de la fréquence fondamentale : fréquence double, triple etc. Cet effet a été identifié dans le domaine optique dès 1961 par P. Franken et ses collaborateurs [36], et connaît, aujourd'hui, des applications grand public comme les pointeurs laser vert.

Il est également possible d'amplifier, dans les matériaux non linéaires, un faisceau optique de plus basse fréquence par un mécanisme analogue : on parle alors d'amplification *paramétrique*. L'ambiguïté du terme *paramétrique* mérite qu'on lui consacre ici quelques lignes. Ce terme apparaît déjà en 1887 dans un article de Lord Rayleigh [88] portant sur les oscillateurs harmoniques mécaniques dont la pulsation propre est modulée périodiquement. Le mot *paramétrique* tire son origine historique du fait que cette modulation est réalisée en modulant un *paramètre* d'oscillation, par exemple la fréquence propre de l'oscillateur en question. Ces oscillateurs paramétriques possèdent des propriétés remarquables et notamment celle de voir leur amplitude d'oscillation croître exponentiellement

---

2. Comme le potentiel atomique est de l'ordre de plusieurs eV,  $\omega_0$  est de l'ordre de quelques  $10^{16}$  Hz soit bien plus que les pulsations correspondant aux rayonnements visibles (quelques  $10^{15}$  Hz)

3. La diffusion de Rayleigh est responsable de la couleur bleue du ciel.

lorsque le paramètre de résonance est modulé à exactement deux fois la fréquence propre de l'oscillateur.

En mécanique, un pendule dont la longueur (ou le moment d'inertie) est modulé périodiquement constitue un excellent oscillateur paramétrique. Un exemple courant d'un tel oscillateur est la balançoire : en s'allongeant et en se redressant sur le siège de la balançoire, on déplace son centre de gravité et on module périodiquement le moment d'inertie de la balançoire.

## Amplification paramétrique optique

En optique, on appelle *amplification paramétrique* un effet analogue<sup>4</sup> à la résonance paramétrique telle qu'elle existe en mécanique ou en électronique : en présence d'une onde de fréquence élevée appelée onde de pompe, il est possible d'amplifier une onde de basse fréquence, appelée onde signal. Cette amplification s'accompagne de la génération d'une troisième onde, l'onde complémentaire, conjointement amplifiée avec l'onde signal [106]. A la différence de la balançoire, il n'est pas nécessaire que la fréquence pompe soit égale au double de la fréquence signal. L'analogie entre les oscillateurs paramétriques mécaniques ou électroniques et les oscillateurs optiques n'est donc pas complète et la physique cachée derrière le mot *paramétrique* est sensiblement différente en optique non linéaire et en mécanique.

L'origine physique de cette différence réside dans le fait que, dans le modèle de l'électron élastiquement lié, *aucune* résonance électronique n'est excitée : l'énergie n'est pas stockée par l'atome mais directement transmise à l'onde signal. Cette propriété fait des amplificateurs paramétriques optiques des amplificateurs aux propriétés très intéressantes, notamment au regard des amplificateurs laser. En effet, comme le cristal non linéaire ne stocke pas et n'absorbe pas l'énergie, les effets thermiques sont faibles. D'autre part, comme la réponse électronique est quasi-instantanée, l'amplification paramétrique n'est pas fonction de la fluence mais de l'éclairement optique. Enfin et surtout, comme il n'y a pas de résonance électronique impliquée, l'amplification paramétrique est, par nature, accordable en fréquence et, parfois, large bande : un intervalle de fréquences optiques qui peuvent être simultanément amplifiés<sup>5</sup>.

## Le travail de thèse

### Problématique

LE travail présenté dans cette thèse tire son origine du constat suivant : certains amplificateurs paramétriques possèdent des bandes de gain très larges (jusqu'à plusieurs

---

4. « It is not easy to define concisely what we mean by the term parametric interaction. To be specific, we shall use it to describe "the flux of energy between a number of oscillating fields which is due to coupling by a non linear reactive (non dissipative) element." », A. Yariv [112]

5. Typiquement, sur un intervalle dont la largeur représente quelques pourcents de la fréquence optique centrale.



milliers de  $\text{cm}^{-1}$ ), si larges que certains amplificateurs paramétriques ont récemment permis de créer des impulsions optiques parmi les plus courtes jamais produites (moins de 5 fs [96][6]).

De ce constat sont nées deux problématiques distinctes.

On peut d’abord se demander dans quelle mesure il serait possible d’utiliser ces amplificateurs paramétriques dans un contexte différent, celui de la physique des sources laser ultra-intenses, où l’on cherche à produire des impulsions optiques non seulement très courtes (de quelques dizaines à quelques centaines de fs) mais aussi très énergétiques (de plusieurs J à plusieurs kJ). C’est pour apporter des éléments de réponse à cette question que le travail de thèse a d’abord cherché à évaluer les potentialités et les limites de l’*amplification paramétrique optique à dérive de fréquence* (OPCPA), une technique encore nouvelle en 2002.

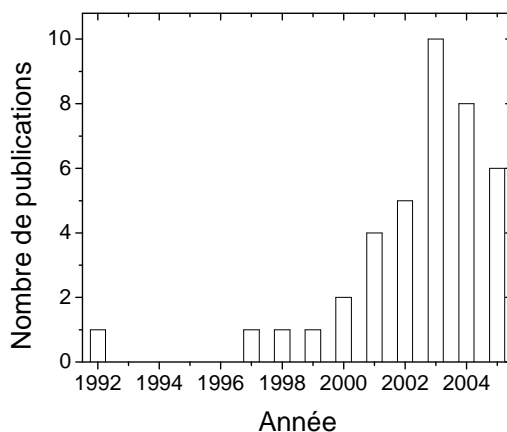


FIG. 1 – Nombre de publications internationales portant sur l’amplification paramétrique à dérive de fréquence depuis 1992.

Une seconde problématique est ensuite venue élargir la première problématique. L’amplification paramétrique peut non seulement être utilisée pour amplifier mais aussi pour créer directement des impulsions brèves. La seconde partie du travail de thèse s’est ainsi attachée à explorer la possibilité de réaliser un *oscillateur paramétrique optique quasi-continu à modes bloqués*, un champ de recherche très largement inexploré.

### Une thèse en collaboration

Un aspect important du travail de thèse, que l’on retrouve dans la structure du manuscrit, est la dimension « délocalisée » de la thèse. En effet, cette thèse à multiples facettes a pris corps au sein de trois laboratoires distincts et sous l’égide d’un financement CNRS/DGA. Les travaux théoriques et numériques ont pris forme au laboratoire LAERTE de l’ONERA, dans le groupe Diagnostic Optique et Plasmas (DOP) de la branche Physique à Palaiseau. Les travaux expérimentaux sur l’OPCPA ont été réalisés au Laboratoire

pour l'Utilisation des Lasers Intenses (LULI) à l'École Polytechnique. L'étude des oscillateurs paramétriques optiques s'est quant à elle déroulée au laboratoire Aimé Cotton à Orsay. De plus, une partie des résultats a été obtenue au cours d'un séjour dans deux laboratoires états-uniens : le Lawrence Livermore National Laboratory (Livermore, Californie) et le Laboratory for Laser Energetics (Rochester, New York).

## Un guide de lecture

Le manuscrit est segmenté en trois parties partiellement indépendantes. Une première partie porte sur une étude analytique de l'amplification paramétrique en ondes planes dans les cristaux massifs (chapitres 1 et 2) et retournés périodiquement (chapitre 3). Cette partie expose moins les prérequis nécessaires à la compréhension des deux parties suivantes que des développements théoriques originaux qui permettent de préciser des aspects généralement peu ou pas documentés de l'amplification paramétrique.

La seconde partie (première problématique) est consacrée à l'amplification paramétrique optique à dérive de fréquence. Au nombre des axes d'études présentés figurent ainsi :

- l'évaluation des performances et des difficultés de mise en œuvre de cette technique (chapitres 4 et 5) ;
- les possibilités offertes par les cristaux non linéaires retournés périodiquement (chapitre 6) ;
- la question du contraste temporel des impulsions amplifiées par OPCPA (chapitre 7).

La troisième partie du manuscrit (seconde problématique) porte sur la physique du blocage de modes dans les oscillateurs paramétriques optiques continus et quasi-continus. Le chapitre 8 aborde ce thème sous un angle théorique tandis que le chapitre 9 présente les premiers résultats expérimentaux obtenus.

En vous souhaitant une bonne lecture...



## Première partie

# Amplification paramétrique optique en ondes planes



# Chapitre 1

## Equations et solutions en ondes planes dans les cristaux massifs

C'est le commencement qui est le pire, puis le milieu, puis la fin. A la fin, c'est la fin qui est le pire.

---

Samuel BECKETT

**B**IEN que les ondes planes ne soient qu'une représentation très approximative des faisceaux réels, les solutions au problème de l'interaction de trois ondes planes dans un milieu optique non linéaire quadratique sont très générales et permettent de comprendre le problème plus général de l'interaction non linéaire de trois ondes quelconques. En ondes planes, ce problème admet des solutions analytiques exactes ce qui permet, de plus, d'appréhender les longueurs et grandeurs caractéristiques du problème. Quoique Armstrong et ses collaborateurs aient publié les solutions dès 1962 [3], une étude académique alternative de l'interaction de trois ondes dans un milieu non linéaire reste possible et permet de révéler des points de théorie peu abordés.

Le but de ce chapitre n'étant pas d'offrir au lecteur une simple recopie des articles et ouvrages d'optique de référence ayant déjà traité en détail de ce problème [95, 102]<sup>1</sup>, l'approche présentée ici est une approche alternative, géométrique et hamiltonienne, du mélange à trois ondes, et, plus spécifiquement, de l'amplification paramétrique.

Le lecteur trouvera dans les sections 1.1 et 1.2 une définition des grandeurs physiques qui seront utilisées dans ce chapitre et les suivants. La section 1.3 présente une approche originale du mélange à trois ondes, en particulier du point de vue de son interprétation énergétique. La section 1.4 est un formulaire des solutions exactes du mélange à trois ondes accompagné de son interprétation géométrique. Enfin, les deux dernières sections traitent plus particulièrement de l'amplification paramétrique et donnent des formules et des ordres de grandeur pratiques.

---

1. Une dérivation récente particulièrement intéressante et rigoureuse des équations de propagation dans un cristal non linéaire quadratique, et pour des ondes paraxiales, est proposée par J. Garnier [43, 44].

# 1.1 Equations du mélange à trois ondes

## Hypothèses du modèle

Le modèle en « ondes planes » colinéaires considère trois ondes *planes, quasi-monochromatiques, progressives* et d'*enveloppes lentement variables*, se déplaçant suivant un axe  $z$  dans un cristal non linéaire d'extension transverse infinie, parfaitement transparent et isotrope pour les trois ondes. Ces ondes planes sont, de plus, polarisées rectilignement.

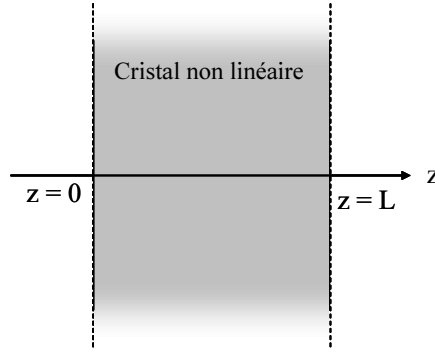


FIG. 1.1 – Schéma d'interaction à trois ondes.

## Définition de l'amplitude du champ électrique

Sous de telles hypothèses, le champ électrique réel instantané de chaque onde plane peut s'écrire sous la forme du produit d'une porteuse  $\exp[i(k_j z - \omega_j t)]$  par une enveloppe complexe  $A_j(z)$  :

$$\mathbf{E}_j(z, t) = \text{Re} \left[ A_j(z) e^{i(k_j z - \omega_j t)} \mathbf{u}_j \right] \quad (1.1)$$

où l'indice  $j$  identifie l'onde. Par convention, l'indice  $p$  est réservé à l'onde de plus haute fréquence (onde de pompe) et les indices  $s$  et  $c$  aux ondes de plus basses fréquences (ondes signal et complémentaire) de telle sorte que<sup>2</sup> :

$$\omega_p > \omega_s, \omega_c$$

Les vecteurs d'onde scalaires  $k_j$  sont définis comme :

$$k_j = k(\omega_j) = \frac{n(\omega_j)\omega_j}{c}$$

où  $n$  est l'indice optique du matériau non linéaire. Les vecteurs unitaires  $\mathbf{u}_j$  représentent les vecteurs polarisation. L'origine des temps n'étant pas précisée, les phases à l'origine  $\phi_j$  sont a priori quelconques.

Comme il n'existe pas de convention unique de la définition de l'amplitude complexe du champ  $A_j$  introduite en 1.1, il est bon de préciser comment l'éclairement optique (unité

---

2. Bien qu'il n'y ait pas de convention en la matière, il est fréquent de d'appeler onde complémentaire l'onde de plus basse fréquence ( $\omega_p > \omega_s \geq \omega_c$ ).

en  $\text{W}/\text{cm}^2$ )<sup>3</sup> se déduit du module de l'amplitude. Avec la convention choisie, l'éclairement moyen, dans un milieu d'indice  $n$ , se calcule par :

$$I(z) = \frac{\epsilon_0 c}{2} n |A_j|^2$$

### Dérivation des équations de couplage

Une dérivation détaillée des équations décrivant l'évolution de trois ondes planes couplées par un milieu non linéaire possédant une susceptibilité d'ordre 2 est présentée dans la référence [95]. Le résultat final est le suivant : en se plaçant dans une plage de transparence pour les trois ondes, la partie imaginaire de la susceptibilité non linéaire peut être négligée, ce qui revient à supposer que le temps de réponse de la non linéarité est instantané au regard de la durée caractéristique d'évolution de l'amplitude des champs électriques<sup>4</sup>. Sous l'hypothèse supplémentaire que les variations de l'enveloppe des champs sont lentes devant la longueur d'onde

$$\left| \frac{dA_j}{dz} \right| \ll k_j |A_j| \quad (1.2)$$

l'équation de propagation des champs dans le milieu non linéaire se réduit au système d'équations :

$$\begin{cases} \frac{dA_s}{dz} = -i \frac{\omega_s}{cn_s} d_{\text{eff}} A_p A_c^* \exp(-i\Delta k z) \\ \frac{dA_c}{dz} = -i \frac{\omega_c}{cn_c} d_{\text{eff}} A_p A_s^* \exp(-i\Delta k z) \\ \frac{dA_p}{dz} = -i \frac{\omega_p}{cn_p} d_{\text{eff}} A_s A_c \exp(i\Delta k z) \end{cases} \quad (1.3)$$

Dans ce système d'équations, deux grandeurs jouent un rôle particulier :

- la susceptibilité non linéaire effective décrivant la force du couplage entre les trois ondes

$$d_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \mathbf{u}_p : \chi^{(2)} : \mathbf{u}_s : \mathbf{u}_c$$

- le désaccord de phase

$$\Delta k = k_p - k_s - k_c$$

---

3. *Intensity* en anglais. En langue française, l'*intensité* renvoie à une notion photométrique dont l'unité est le  $\text{W}/\text{cm}^2/\text{stéradian}$ . L'usage tend néanmoins à substituer le mot *intensité* en lieu et place de l'*éclairement*.

4. Pour des fréquences optiques non résonantes avec le milieu optique, le temps de réponse de la susceptibilité non linéaire est typiquement donné par le temps de retour à l'équilibre d'un électron de couche externe soumis à un champ électrique oscillant. Si  $\Delta\omega$  désigne l'écart en énergie entre la pulsation électromagnétique et la bande de conduction (ou plus généralement l'énergie de première ionisation), le temps de vie  $\tau$  de l'électron hors équilibre est donné par la relation d'incertitude :

$$\Delta E \tau = \hbar \Delta\omega \tau \sim 1$$

Pour  $\Delta E = 1 \text{ eV}$ , grandeur typique des gap diélectriques, on trouve  $\tau$  de l'ordre d'une fraction de fs, une durée bien plus courte que la durée des impulsions optiques les plus courtes (quelques fs).



## 1.2 Variables adimensionnelles et longueurs caractéristiques

### Passage aux flux de photons

Le système d'équations 1.3 prend une forme particulièrement esthétique si on lui applique le changement de variables suivant :

$$\Phi_j = \sqrt{\frac{n_j}{\omega_j}} A_j \quad (1.4)$$

puisqu'alors le système 1.3 devient remarquablement symétrique :

$$\begin{cases} \frac{d\Phi_s}{dz} = -i\kappa\Phi_p\Phi_c^* \exp(i\Delta kz) \\ \frac{d\Phi_c}{dz} = -i\kappa\Phi_p\Phi_s^* \exp(i\Delta kz) \\ \frac{d\Phi_p}{dz} = -i\kappa\Phi_s\Phi_c \exp(-i\Delta kz) \end{cases} \quad (1.5)$$

Ce système d'équations fait apparaître un coefficient de couplage commun  $\kappa$  défini par :

$$\kappa = \frac{d_{\text{eff}}}{c} \sqrt{\frac{\omega_s\omega_c\omega_p}{n_s n_c n_p}} \quad (1.6)$$

Physiquement, le changement de variable défini en 1.4 revient à exprimer les équations en termes de flux de photons puisque les  $|\Phi_j|^2$  sont proportionnels à  $I_j/\hbar\omega_j$ . Afin de dégager les grandeurs pertinentes de l'interaction paramétrique, il est intéressant d'introduire un nouveau flux de photons noté  $\Phi_0$  et de considérer les amplitudes normalisées suivantes :

$$u_j = \frac{\Phi_j}{\Phi_0} \quad (1.7)$$

### Adimensionnement

Avec ce changement de variables, le système d'équation 1.7 se réduit au système adimensionnel (1.8) qui décrit l'évolution des amplitudes *normalisées* :

$$\begin{cases} \frac{du_s}{d\zeta} = -iu_p u_c^* \exp(2iS\zeta) \\ \frac{du_c}{d\zeta} = -iu_p u_s^* \exp(2iS\zeta) \\ \frac{du_p}{d\zeta} = -iu_s u_c \exp(-2iS\zeta) \end{cases} \quad (1.8)$$

Ce système ne dépend que de seulement *deux* paramètres adimensionnels, une longueur

d'interaction normalisée  $\zeta$  et un désaccord de phase normalisé  $S$  définis par :

$$\zeta = \kappa\Phi_0 z = z/L_{\text{NL}} \quad (1.9)$$

$$S = \frac{\Delta k}{2\kappa\Phi_0} = \frac{1}{2}\Delta k L_{\text{NL}} \quad (1.10)$$

La longueur

$$L_{\text{NL}} = (\kappa\Phi_0)^{-1} = \frac{1}{4\pi d_{\text{eff}}} \sqrt{\frac{2\epsilon_0 n_s n_c n_p c \lambda_s \lambda_c}{I_p(0)}}$$

apparaît alors comme une longueur caractéristique de l'évolution du système. Lorsque  $S \ll 1$ ,  $L_{\text{NL}}$  correspond à la distance pour laquelle le transfert d'énergie entre les ondes est maximal lorsque les conditions initiales sont équilibrées (autant de photons pompe que signal par exemple). En revanche lorsque  $S \gg 1$ , le terme oscillant devient prépondérant et la longueur caractéristique d'évolution est dominée par la période d'oscillation

$$\Lambda_c = 1/\Delta k$$

encore appelée longueur de cohérence.

### Choix de $\Phi_0$

Jusqu'à présent, la valeur de l'amplitude  $\Phi_0$  n'a pas été précisée, ce qui ne permet pas de définir clairement la longueur caractéristique  $L_{\text{NL}}$ . Bien que rien n'impose ce choix et que le résultat physique ne dépende pas de la convention choisie, il semble naturel de choisir comme référence un flux de photon caractéristique des conditions initiales. Pour l'amplification paramétrique il est pratique de choisir  $\Phi_0 = \Phi_p(0)$ . Avec cette convention, on peut alors directement relier les  $|u_j|^2$  à la fraction de photons pompe convertis en photons signal et complémentaire au cours de l'interaction non linéaire. Néanmoins comme il n'existe pas de convention en tant que telle,  $\Phi_0$  sera conservé dans la suite du manuscrit.

### Ordre de grandeur de $L_{\text{NL}}$ et lois d'échelle

Pour des éclairagements de pompe de l'ordre de  $500 \text{ MW/cm}^2$  dans un cristal non linéaire tel que le  $\beta$ -borate de Barium (BBO) dont le  $d_{\text{eff}}$  est de l'ordre de  $2 \text{ pm/V}$ , la longueur caractéristique  $L_{\text{NL}}$  est de  $2,9 \text{ mm}$ , ce qui fixe d'emblée l'épaisseur typique des cristaux non linéaires en amplification paramétrique à des dimensions millimétriques ou centimétriques.

L'expression de  $L_{\text{NL}}$  détermine également les lois d'échelle de l'amplification paramétrique. Par exemple, un cristal non linéaire dont le coefficient de couplage non linéaire est deux fois plus élevé aura le même gain qu'un cristal deux fois plus long. Plus généralement, pour un cristal de longueur  $L_c$ , on peut retenir qu'à gain équivalent on a, toutes

choses égales par ailleurs<sup>5</sup> :

$$\begin{aligned} d_{\text{eff}} L_c &= \text{cte} \\ \sqrt{I_p(0)} L_c &= \text{cte} \end{aligned}$$

Ces deux lois d'échelles permettent de comparer rapidement deux amplificateurs paramétriques et seront utilisées dans les sections expérimentales du présent manuscrit.

## 1.3 Approche hamiltonienne du mélange à 3 ondes

### 1.3.1 Intégrales premières du système

Le système d'équations

$$\begin{cases} i \frac{du_s}{d\zeta} = u_p u_c^* \exp(2iS\zeta) & \text{(a)} \\ i \frac{du_c}{d\zeta} = u_p u_s^* \exp(2iS\zeta) & \text{(b)} \\ i \frac{du_p}{d\zeta} = u_s u_c \exp(-2iS\zeta) & \text{(c)} \end{cases} \quad (1.11)$$

admet 3 intégrales premières<sup>6</sup>

$$m_c = |u_p|^2 + |u_s|^2 \quad (1.12)$$

$$m_s = |u_p|^2 + |u_c|^2 \quad (1.13)$$

$$\Gamma = S|u_p|^2 + \frac{1}{2} \left[ u_s u_c u_p^* \exp(-i2S\zeta) + u_s^* u_c^* u_p \exp(+i2S\zeta) \right] \quad (1.14)$$

### Constantes de Manley-Rowe

Les deux premières constantes,  $m_s$  et  $m_c$ , dérivent directement des équations du système 1.11. Ces deux constantes ont la dimension d'un flux de photons et correspondent aux relations dites de Manley-Rowe [78]. Ces constantes traduisent la conservation des flux de photons et une interprétation corpusculaire pratique consiste à considérer que chaque photon de pompe se scinde en un photon signal et un photon complémentaire (figure ??). L'intérêt pratique des relations de Manley-Rowe est que la connaissance d'*un seul* flux de photons suffit à connaître les deux autres lorsque les conditions initiales sont données.

---

5. Les formules qui suivent s'appliquent en *ondes planes*.

6. On appelle ici *intégrale première* ce que l'on appelle en mécanique du point ou du solide les constantes du mouvement. Pour un système conservatif, par exemple, l'énergie mécanique est conservée au cours du mouvement. Le terme d'*intégrale* provient de ce que les constantes du mouvement s'obtiennent le plus souvent à partir de l'intégration de l'équation dynamique du mouvement, comme c'est le cas pour la conservation de l'énergie mécanique.

Bien que redondante avec les deux premières, une troisième constante de Manley-Rowe

$$m_p = |u_s|^2 - |u_c|^2 = m_c - m_s$$

peut être définie. Le sens physique de cette constante est le suivant : les variations de flux de photons des ondes signal et complémentaire sont égales au cours de l'interaction non linéaire.

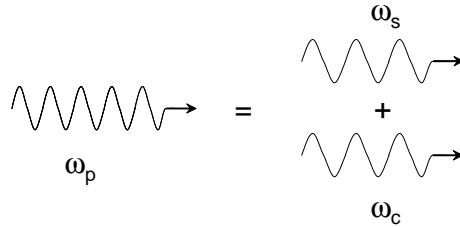


FIG. 1.2 – Illustration des relations de Manley-Rowe en termes de conservation des flux de photons

### Constante $\Gamma$

La troisième intégrale première correspond à l'hamiltonien du système, c'est-à-dire à la densité volumique d'énergie des trois ondes dans le cristal non linéaire comme montré ci-après. Une démonstration directe que  $\Gamma$  est conservé au cours de l'interaction non linéaire part de la remarque suivante : le système différentiel (1.11) peut se réécrire à l'aide de  $\Gamma$  :

$$\begin{cases} i \frac{du_s}{d\zeta} = 2 \frac{\partial \Gamma}{\partial u_s^*} \\ i \frac{du_c}{d\zeta} = 2 \frac{\partial \Gamma}{\partial u_c^*} \\ i \frac{du_p}{d\zeta} = 2 \frac{\partial \Gamma}{\partial u_p^*} - 2S u_p \end{cases} \quad (1.15)$$

En suivant la règle de la dérivation en chaîne, la dérivée totale de  $\Gamma$  par rapport à  $\zeta$  peut être réécrite :

$$\frac{d\Gamma}{d\zeta} = \frac{\partial \Gamma}{\partial u_s} \frac{du_s}{d\zeta} + \frac{\partial \Gamma}{\partial u_c} \frac{du_c}{d\zeta} + \frac{\partial \Gamma}{\partial u_p} \frac{du_p}{d\zeta} + \frac{\partial \Gamma}{\partial u_s^*} \frac{du_s^*}{d\zeta} + \frac{\partial \Gamma}{\partial u_c^*} \frac{du_c^*}{d\zeta} + \frac{\partial \Gamma}{\partial u_p^*} \frac{du_p^*}{d\zeta} + \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \quad (1.16)$$

En reportant les expressions des dérivées de (1.16) dans (1.15), les termes de la somme s'éliminent deux à deux avec leur complexe conjugué et l'on arrive au résultat :

$$\frac{d\Gamma}{dz} = 0$$

Ce qui démontre que  $\Gamma$  est bien une constante de l'interaction non linéaire.

## Sens physique de $\Gamma$

Quel est le sens physique de la constante  $\Gamma$  ? A cette question systématiquement éludée dans les ouvrages d'optique non linéaire, seules quelques publications apportent un début de réponse et encore, seulement dans les cas particuliers de la génération de seconde harmonique ou en mélange à trois ondes à l'accord de phase exact (références [7][8]). Bien que cette question ne soit que d'un intérêt purement académique, on peut montrer que  $\Gamma$  correspond à l'hamiltonien du système (1.11) ainsi qu'à la densité volumique d'énergie électromagnétique totale dans le matériau non linéaire. Démontrons ce dernier point.

Si l'on décompose comme habituellement le champ électromagnétique en un champ électromagnétique « libre », une polarisation linéaire et une polarisation non linéaire, la densité électromagnétique instantanée dans le matériau s'écrit comme une somme de trois termes correspondant à la densité volumique d'énergie de chacune de ces contributions<sup>7</sup> :

$$U(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \frac{\mathbf{E}^2}{2} + \mu_0 \frac{\mathbf{B}^2}{2} + \frac{1}{2} \mathbf{E} : \chi^{(1)} : \mathbf{E} + \frac{2}{3} \epsilon_0 \mathbf{E} : \chi^{(2)} : \mathbf{E} : \mathbf{E} \quad (1.17)$$

où  $\mathbf{E}$  est le champ électromagnétique total instantané. En toute rigueur, cette décomposition n'est valable qu'en négligeant les effets d'absorption ainsi que les parties imaginaires du  $\chi^{(2)}$ , mais c'est l'approximation faite dans ce chapitre. En supposant que le champ total soit une somme de trois ondes planes monochromatiques polarisées linéairement suivant des directions cristallines principales, la densité d'énergie *moyenne*<sup>8</sup>  $U(z) = \langle U(z, t) \rangle$  peut être réécrit plus simplement :

$$U(z)/\epsilon_0 = \frac{1}{2} \sum_{j=s,c,p} n_j^2 |A_j|^2 + \frac{1}{2} \chi_{\text{eff}}^{(2)} \left[ A_p A_s^* A_c^* e^{i\Delta k z} + \text{c.c.} \right] \quad (1.18)$$

Compte tenu des changements de variables utilisés précédemment, la densité d'énergie électromagnétique moyenne s'écrit aussi :

$$U(z)/(\epsilon_0 \Phi_0^3) = \frac{1}{2\Phi_0} \left( n_s \omega_s |u_s|^2 + n_c \omega_c |u_c|^2 + n_p \omega_p |u_p|^2 \right) + c\kappa \left[ u_p u_s^* u_c^* e^{i\Delta k z} + \text{c.c.} \right] \quad (1.19)$$

Comme  $n_j \omega_j / c = k_j$ , on obtient :

$$U(z)/(\epsilon_0 c \Phi_0^3) = \frac{1}{2\Phi_0} \left( k_s |u_s|^2 + k_c |u_c|^2 + k_p |u_p|^2 \right) + c\kappa \left[ u_p u_s^* u_c^* e^{i\Delta k z} + \text{c.c.} \right] \quad (1.20)$$

En faisant maintenant intervenir les constantes de Manley-Rowe, il vient :

$$U(z)/(\epsilon_0 c \Phi_0^3) = \frac{1}{2\Phi_0} (k_s m_c + k_c m_s) + \frac{\Delta k}{2\Phi_0} |u_p|^2 + \kappa \left[ u_p u_s^* u_c^* e^{i\Delta k z} + \text{c.c.} \right] \quad (1.21)$$

---

7. Le lecteur est renvoyé l'article de Pershan de 1963 [87] et à l'ouvrage de Shen [95] pour une dérivation rigoureuse de cette décomposition.

8. Moyenne temporelle sur une durée grande devant la période optique.

Enfin, comme  $S$  est défini par  $S = \Delta k / (2\kappa\Phi_0)$ , il vient :

$$U(z)/(\epsilon_0 c \kappa \Phi_0^3) = \frac{1}{2\kappa\Phi_0} (k_s m_c + k_c m_s) + S|u_p|^2 + [u_p u_s^* u_c^* e^{i2S\zeta} + \text{c.c.}] \quad (1.22)$$

$$U(z)/(\epsilon_0 c \kappa \Phi_0^3) = \frac{1}{2\kappa\Phi_0} (k_s m_c + k_c m_s) + \Gamma \quad (1.23)$$

soit encore :

$$U(z) = U_0 + \epsilon_0 c \kappa \Phi_0^3 \Gamma(z)$$

Ce qui montre que  $\Gamma$  n'est autre que la partie variable de la densité volumique d'énergie électromagnétique normalisée (les variables sont sans dimensions).

En conclusion,  $\Gamma$  est directement reliée à la densité volumique d'énergie des trois ondes dans un milieu non linéaire. Comme  $\Gamma$  comprend deux termes, on peut distinguer deux contributions énergétiques et leur associer une interprétation physique :

- l'énergie "libre" qui ne peut être échangée entre les ondes du fait du désaccord de phase (terme  $S|u_p|^2$  issu de la polarisation linéaire) ;
- l'énergie "liée" ou travail de la polarisation non linéaire sur les ondes propagées (terme produit issu de la polarisation non linéaire).

$\Gamma$  n'induit toutefois aucune dissipation d'énergie. En effet, comme  $\Gamma$  n'est fonction que de  $z$ , le vecteur de Poynting moyen est conservé (relation de conservation de l'énergie) :

$$c \langle \nabla \mathbf{E} \times \mathbf{B} \rangle = - \frac{\partial U}{\partial t} = 0$$

Physiquement,  $\Gamma$  correspond donc à l'énergie qui ne peut pas être échangée entre les ondes du fait des interférences non constructives entre les polarisations non linéaires et les champs propagés. La conservation de  $\Gamma$  s'interprète donc comme la conservation locale de l'énergie moyenne.

### 1.3.2 Formulation hamiltonienne

Suivant la méthode indiquée par Armstrong [3] (solutions pour les modules) puis Boscheron [14] (solutions pour les phases), si l'on décompose les amplitudes des champs en module et phase :

$$u_j = \rho_j \exp(-i\phi_j) \text{ avec } \rho_j \geq 0 \text{ et } \phi_j \in [0, 2\pi[$$

le système différentiel (1.11) devient un système de 6 équations différentielles réelles portant sur les trois modules et les trois phases :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\rho_s}{d\zeta} = +\rho_p\rho_c \sin(\theta) \\ \frac{d\rho_c}{d\zeta} = +\rho_p\rho_s \sin(\theta) \\ \frac{d\rho_p}{d\zeta} = -\rho_s\rho_c \sin(\theta) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\phi_s}{d\zeta} = \frac{\rho_c\rho_p}{\rho_s} \cos(\theta) \\ \frac{d\phi_c}{d\zeta} = \frac{\rho_s\rho_p}{\rho_c} \cos(\theta) \\ \frac{d\phi_p}{d\zeta} = \frac{\rho_s\rho_c}{\rho_p} \cos(\theta) \end{array} \right. \quad (1.24)$$

où la nouvelle variable  $\theta$  définie par

$$\theta = 2S\zeta + \phi_s + \phi_c - \phi_p \quad (1.25)$$

représente le déphasage mutuel total des trois ondes.

### Système différentiel réduit

Du fait des relations de Manley-Rowe, deux des trois équations différentielles portant sur les modules sont redondantes. Les trois équations de phase, quant à elles, peuvent être combinées pour former une équation différentielle permettant de décrire l'évolution de  $\theta$  qui est la seule variable de phase apparaissant dans les membres de gauche des équations de (1.24). Le problème différentiel à résoudre peut donc être restreint au système d'équations différentielles suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\rho_p}{d\zeta} = -\rho_s\rho_c \sin(\theta) \\ \frac{d\theta}{d\zeta} = 2S + \left( \frac{\rho_c\rho_p}{\rho_s} + \frac{\rho_s\rho_p}{\rho_c} - \frac{\rho_s\rho_c}{\rho_p} \right) \cos \theta \end{array} \right. \quad (1.26)$$

En utilisant à nouveau les constantes de Manley-Rowe

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_s^2 = m_c - \rho_p^2 \\ \rho_c^2 = m_s - \rho_p^2 \end{array} \right.$$

le système (1.26) peut être réécrit au moyen de l'intégrale première  $\Gamma$  comme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\eta}{d\zeta} = -2\frac{\partial\Gamma_r}{\partial\theta} \\ \frac{d\theta}{d\zeta} = 2\frac{\partial\Gamma_r}{\partial\eta} \end{array} \right. \quad (1.27)$$

à condition de définir  $\eta = \rho_p^2$  et  $\Gamma$  comme :

$$\Gamma(\rho_s, \rho_c, \rho_p, \theta) = \Gamma_r(\eta, \theta) = S\eta + \sqrt{(m_s - \eta)(m_c - \eta)} \cos(\theta) \quad (1.28)$$

Ainsi écrite, la constante  $-2\Gamma$  ( $= -2\Gamma_r$ ) apparaît directement comme l'hamiltonien du système étudié (1.27) pour les variables conjuguées  $\eta$  et  $\theta$ . Il dérive des propriétés

classiques de l'hamiltonien que le long d'une trajectoire réelle, l'hamiltonien est conservé, ce qui est une nouvelle preuve que  $\Gamma$  est constante au cours de l'interaction.

## Portrait de phase en amplification paramétrique

Dans le cas particulier de l'amplification paramétrique, l'intensité signal initiale est souvent faible devant l'intensité de pompe (sinon il n'y aurait pas lieu d'amplifier...). Le cas de l'amplification paramétrique est donc proche du cas *equiphotonique* défini par

$$m_c = m_s = 1$$

et la constante  $\Gamma$  peut être approchée par :

$$\Gamma \simeq S\eta + \sqrt{(1-\eta)^2\eta} \cos(\theta)$$

Quoique la valeur exacte de  $m_c$  soit essentielle pour déterminer la longueur optimale de conversion paramétrique, cette dépendance peut être ignorée en première approximation si l'on ne considère que le portrait de phase de l'interaction paramétrique. Cette remarque permet de justifier en quoi la discussion qui va suivre est quasi indépendante des conditions initiales de l'amplification paramétrique.

L'observation des trajectoires dans l'espace des phases<sup>9</sup>  $(\eta, \theta)$  permet, en effet, une première interprétation des effets de sauts de phase qui apparaissent au cours de l'interaction paramétrique. Le diagramme des phases  $(\eta, \theta)$  du mélange à trois ondes est présenté en figure 1.3 pour quatre valeurs différentes de désaccord de phase normalisé :  $S = 0$ ,  $S = -0,1$ ,  $S = -0,5$  et  $S = -1$ .

A l'accord de phase exact ( $S = 0$ ), les trajectoires sont fermées. Deux séparatrices localisées en  $\theta = \pm\pi/2$  séparent les trajectoires centrées sur  $\theta = 0$  et  $\theta = \pi$ . Dans ce régime de fonctionnement, la phase est une fonction périodique de  $z$  et les courbes de grande amplitude (celles approchant  $\eta = 0$  ou  $\eta = 1$ ) présentent des discontinuités et en particulier des sauts de phase entre  $\theta = \pi/2$  et  $\theta = 3\pi/2$ . Les trajectoires correspondant à l'amplification paramétrique (conditions initiales  $\eta \simeq 1$  et  $\theta = \pi/2$ ) sont précisément localisées sur la séparatrice. Les variations d'amplitude se produisent à phase constante et des sauts de phase de  $\pi$  apparaissent aux extremum d'amplitude, c'est-à-dire dès qu'une des trois ondes s'annule. On en déduit qu'à l'accord de phase exact, le mélange non linéaire est à phase bloquée :

$$\theta = \pi/2 \text{ } [\pi]$$

En revanche, pour des désaccords de phase faibles ( $S = -0,1$  et  $S = -0,5$ ) ou forts ( $S = 1$ ), deux types de trajectoires apparaissent : les trajectoires fermées localisées autour

---

9. Comme  $\eta$  et  $\theta$  sont des variables conjuguées au sens de la mécanique hamiltonienne, on peut raisonner dans un espace des phases. Par analogie avec les pendules mécaniques, on peut assimiler  $\eta$  à la position angulaire du pendule et  $\theta$  à sa vitesse angulaire. Le problème des trois ondes couplées par non linéarité peut alors être assimilé à un oscillateur dans un potentiel anharmonique.



de  $\theta = 0$  et  $\theta = \pi$  et les trajectoires ouvertes à grande variation d'amplitude (amplitude périodique mais phase non périodique). L'amplification paramétrique correspond alors à une trajectoire ouverte associée aux plus fortes variations d'amplitude. L'intérêt des diagrammes présentés en figure 1.3 est de montrer que ces trajectoires sont stables dès que  $S \neq 0$ . En effet, comme on peut l'observer, les trajectoires ouvertes ne sont pas des trajectoires singulières au sens où il existe des courbes voisines dont le comportement est similaire. En revanche, pour l'accord de phase parfait  $S = 0$ , de petites perturbations de trajectoires suffisent à changer rapidement la nature des trajectoires [104].

## 1.4 Solutions exactes du problème

### 1.4.1 Solutions analytiques - modules

A partir de l'équation (1.26) et de la définition de  $\Gamma$  donnée en (1.28), se déduit l'équation différentielle autonome que vérifie le module carré de l'amplitude de pompe

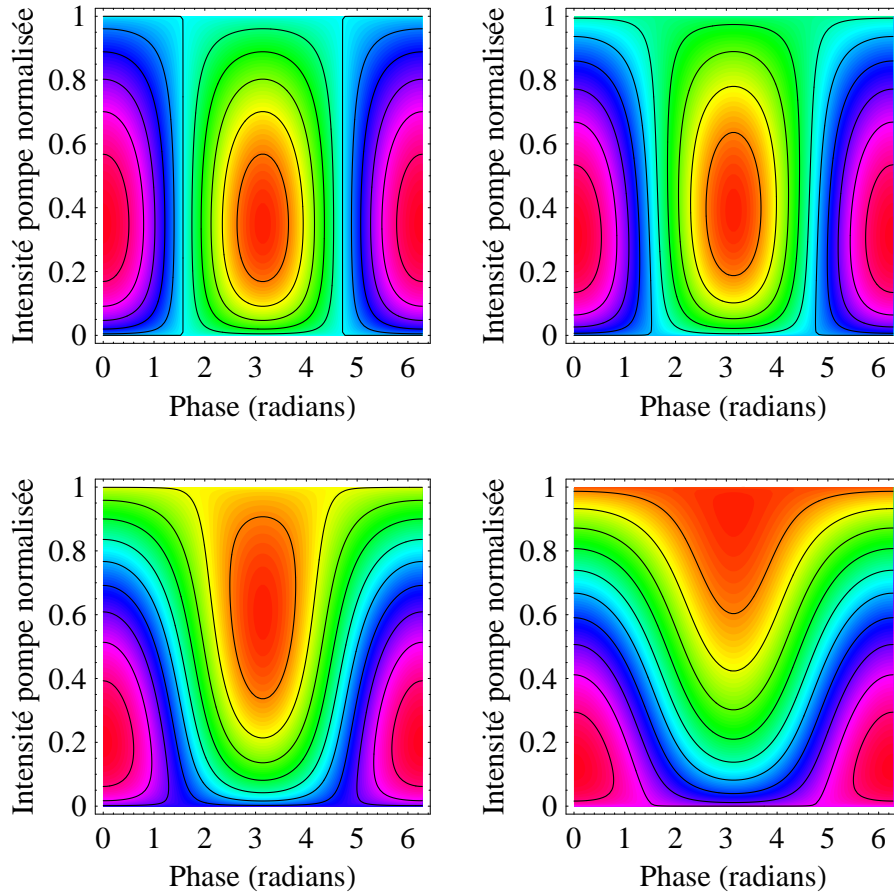


FIG. 1.3 – Portrait de phase ou cartographie de l'hamiltonien pour quatre valeurs de  $S$  différentes. De gauche à droite et de haut en bas :  $S=0$ ,  $S=-0,1$ ,  $S=-0,5$  et  $S=-1$ .

$\eta = \rho_p^2 = |u_p|^2$  lorsque  $0 \leq \theta \leq \pi$  :

$$\frac{1}{2} \frac{d\eta}{d\zeta} = \sqrt{\eta(m_s - \eta)(m_c - \eta) - (\Gamma - S\eta)^2} \quad (1.29)$$

Le polynôme du troisième degré en  $\eta$  qui apparaît sous la racine carrée peut être factorisé en :

$$\eta(m_s - \eta)(m_c - \eta) - (\Gamma - S\eta)^2 = (\eta - \eta_a)(\eta - \eta_b)(\eta - \eta_c) \quad (1.30)$$

Les trois racines du polynôme  $\eta_a$ ,  $\eta_b$  et  $\eta_c$  sont réelles et positives et, par convention, vérifient :

$$\eta_a \leq \eta_b \leq \eta_c$$

L'équation différentielle (1.29) s'intègre alors en :

$$\zeta = \int_{\eta(0)}^{\eta(\zeta)} \frac{d\eta}{\sqrt{(\eta - \eta_a)(\eta - \eta_b)(\eta - \eta_c)}} \quad (1.31)$$

Cette intégrale est une intégrale elliptique bien définie et peut être décomposée en une somme d'intégrales elliptiques élémentaires [19][16]. En introduisant les variables supplémentaires :

$$y^2 = \frac{\eta - \eta_a}{\eta_b - \eta_a} \quad (1.32)$$

$$m^2 = \frac{\eta_b - \eta_a}{\eta_c - \eta_a} \quad (1.33)$$

l'équation (1.31) devient, après changement de variables,

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{\eta_c - \eta_a}} \int_{y(0)}^{y(\zeta)} \frac{dy}{\sqrt{(1 - y^2)(1 - m^2 y^2)}} \quad (1.34)$$

et on reconnaît la définition de la *fonction sinus de Jacobi* :

$$y(\zeta) = \text{sn} \left[ \sqrt{\eta_c - \eta_a}(\zeta + \zeta_0), m \right] \quad (1.35)$$

$\text{sn}(0, k) = 0$	$\text{sn}(K(k), k) = 1$
$\text{sn}(u, k \simeq 0) \simeq \sin u$	$\text{sn}(u, k \simeq 1) \simeq \tanh u$

TAB. 1.1 – Valeurs remarquables de la fonction sinus de Jacobi

La fonction sinus de Jacobi, notée  $\text{sn}(y, k)$ , dépend de deux variables, appelées respectivement *argument* et *module* et notées traditionnellement  $y$  et  $k$  dans la littérature mathématique. Pour éviter la confusion avec les vecteurs d'onde, le module des fonctions de Jacobi continuera à être noté  $m$  au lieu de  $k$ . La fonction sinus de Jacobi est une

fonction périodique en  $y$  de période  $4K(m)$  où  $K(m)$  est l'intégrale elliptique complète de première espèce définie par :

$$K(m) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\vartheta}{\sqrt{1 - m^2 \sin^2 \vartheta}}$$

Quoique d'expression apparemment complexe, la fonction sinus de Jacobi admet dans les limites  $k \rightarrow 0$  et  $k \rightarrow 1$  des expressions trigonométriques simples. Un tableau rappelant les valeurs remarquables de la fonction est donné dans le tableau 1.1.

Dans l'expression (1.35), la constante  $\zeta_0$  contient la condition initiale de module de pompe et peut être reliée à  $y(0)$  par :

$$\zeta_0 = \frac{1}{\sqrt{\eta_c - \eta_a}} \text{sn}^{-1} [y(0), m] \quad (1.36)$$

En revenant aux variables  $\rho$ , on obtient donc les solutions suivantes pour les amplitudes des ondes pompe, signal et complémentaire :

$$\rho_p^2 = \eta_a + (\eta_b - \eta_a) \text{sn}^2 [\sqrt{\eta_c - \eta_a}(\zeta - \zeta_0), m] \quad (1.37a)$$

$$\rho_s^2 = m_c - \eta_a - (\eta_b - \eta_a) \text{sn}^2 [\sqrt{\eta_c - \eta_a}(\zeta - \zeta_0), m] \quad (1.37b)$$

$$\rho_c^2 = m_s - \eta_a - (\eta_b - \eta_a) \text{sn}^2 [\sqrt{\eta_c - \eta_a}(\zeta - \zeta_0), m] \quad (1.37c)$$

## 1.4.2 Solutions analytiques - phases

La solution pour les phases se déduit de ces solutions au moyen des équations portant sur les phases :

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_s}{d\zeta} &= \frac{\rho_c \rho_p}{\rho_s} \cos(\theta) \\ \frac{d\phi_c}{d\zeta} &= \frac{\rho_s \rho_p}{\rho_c} \cos(\theta) \\ \frac{d\phi_p}{d\zeta} &= \frac{\rho_s \rho_c}{\rho_p} \cos(\theta) \end{aligned} \quad (1.38)$$

Bien que des solutions analytiques existent dans le cas général [14], ces solutions ont des expressions très complexes et sont pratiquement inutilisables. Une version approchée spécifique de l'amplification paramétrique est présentée dans la partie 1.5.1.

## 1.4.3 Interprétation géométrique des solutions

### Cas général

Il est possible de donner partiellement une interprétation géométrique aux solutions et intégrales premières du mélange à trois ondes. Par exemple, les deux premières relations

$$|u_s|^2 + |u_p|^2 = m_c \quad (1.39)$$

$$|u_c|^2 + |u_p|^2 = m_s \quad (1.40)$$

suggèrent que si l'on assimile le triplet d'amplitudes  $\rho_s(z), \rho_c(z), \rho_p(z)$  à un point de l'espace, alors la trajectoire de ce point au cours de la propagation non linéaire se trouve à l'intersection de deux cylindres d'axes orthogonaux et de diamètres différents. La trajectoire se trouve également inscrite sur une ellipse puisque, des relations de Manley-Rowe, on déduit :

$$|u_s|^2 + |u_c|^2 + 2|u_p|^2 = m_c + m_s$$

Une représentation graphique de cette trajectoire est donnée en figure 1.4 avec une convention de phase différente de celle utilisée précédemment : la phase est choisie entre  $-\pi/2$  et  $+\pi/2$  de façon à ce que les modules des amplitudes  $\rho_{s,c,p}$  puissent être négatifs. Comme on

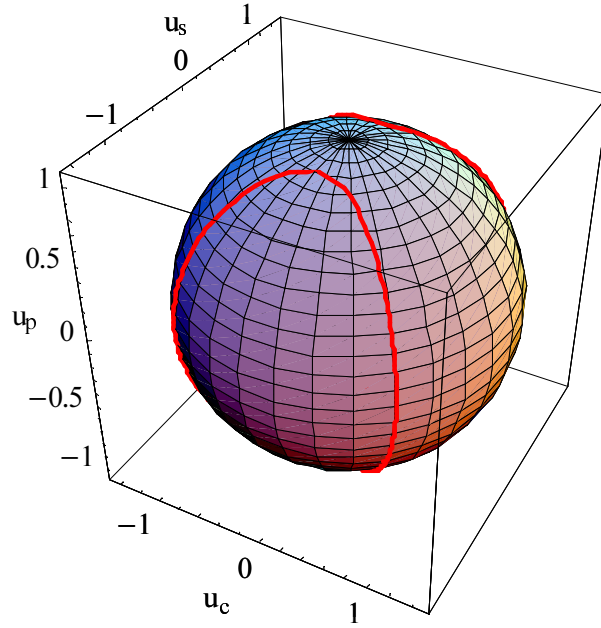


FIG. 1.4 – Trajectoire dans l'espace des amplitudes pour  $m_s = 1$  et  $m_c = 1.1$

peut le constater, il existe, dans cette représentation deux trajectoires fermées distinctes, chacune d'elle parcourant 4 octants de l'espace. Une trajectoire correspond à  $\rho_s > 0$  et l'autre à  $\rho_s < 0$ , ce qui traduit que l'onde signal ne peut pas s'annuler. Ces deux trajectoires sont images l'une de l'autre et la trajectoire réellement suivie est déterminée par la phase initiale de l'onde signal. Dans les octants pairs ( $\rho_s$  et  $\rho_c$  de même signe), l'interaction paramétrique est en phase d'amplification paramétrique (ou de différence de fréquences) et dans les octants impairs, en phase de somme de fréquence. Ce diagramme fait également apparaître pourquoi un cycle complet d'interaction (c'est-à-dire la période du sinus de Jacobi) fait intervenir quatre fois  $K(m)$  : la trajectoire se referme au bout de

quatre arcs d'ellipse.

Une interprétation géométrique explicite, c'est-à-dire faisant apparaître la variable de propagation normalisée  $\zeta$ , permet de compléter le diagramme précédent. Si l'on considère une ellipse d'excentricité égale au module  $m$  dont le demi-petit axe et le demi-grand axe valent :

$$\frac{1}{a^2} = \eta_c - \eta_b \quad (1.41)$$

$$\frac{1}{b^2} = \eta_c - \eta_a \quad (1.42)$$

et que l'on reporte sur l'ellipse la longueur d'arc  $\zeta + \zeta_0$  depuis l'extrémité A (le sommet du demi-grand axe) de l'ellipse, alors le module  $R$  du rayon vecteur du point ainsi défini donne accès à la valeur du module carré du flux de photon normalisé  $\eta$  par :

$$\eta = \eta_c - \frac{1}{R^2}$$

Cette interprétation géométrique met en évidence le comportement cyclique des solutions

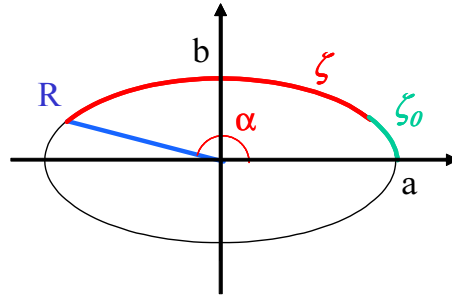


FIG. 1.5 – Diagramme dynamique

ainsi que la valeur de  $\zeta$  pour laquelle on a une conversion maximale lorsque le point origine est un sommet de l'ellipse. Cette valeur est égale au quart du périmètre de l'ellipse, qui vaut, sans surprise,  $4K(m)$ ...

Afin de discuter des cas limites, les valeurs des racines  $\eta_a$ ,  $\eta_b$  et  $\eta_c$  sont tracées en fonction de la variable  $S$  en figure 1.4.3. Les conditions initiales choisies pour ce calcul sont arbitraires mais n'enlèvent rien à la généralité de la discussion qui va suivre.

### Cas limite - hors accord de phase

Loin de l'accord de phase ( $|S| \gg 1$ ), les deux plus petites racines du trinôme 1.30 tendent vers  $\eta_0$ . Le module  $m$  tend donc vers zéro ainsi que l'excentricité de l'ellipse. Celle-ci est proche d'un cercle de rayon  $1/S \ll 1$  (plus exactement  $R \simeq 1/\sqrt{\eta_c - \eta_b}$ ) et on s'attend donc à ce que  $\eta(\zeta)$  ne varie presque pas et reste proche de  $\eta_0$ . De plus, on s'attend à ce que les variations de  $\eta$  soient de nature sinusoïdale car les excursions (en module) du rayon vecteur d'une ellipse faiblement excentrique sont de cette nature.

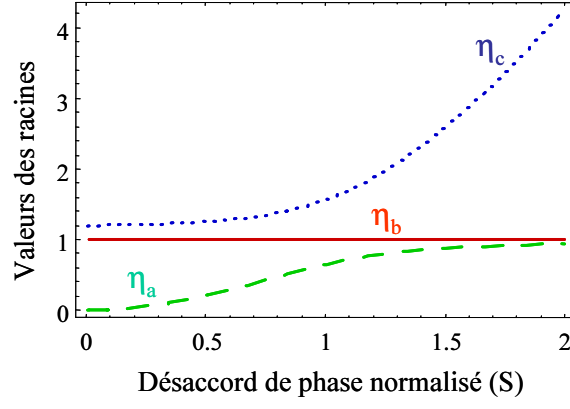


FIG. 1.6 – Evolution des racines  $\eta_a$ ,  $\eta_b$  et  $\eta_c$  en fonction du désaccord de phase normalisé (S).

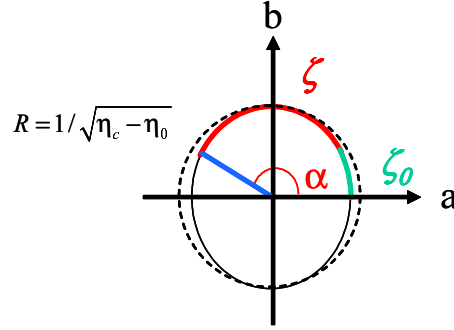


FIG. 1.7 – Diagramme dynamique - loin de l'accord de phase.

### Cas limite - amplification paramétrique à l'accord de phase

Lorsque le désaccord de phase est nul et que l'onde complémentaire est nulle en  $\zeta = 0$ , on trouve  $\eta_a = 0$ ,  $\eta_b = 1$  et  $\eta_c = m_c$  avec  $m_c$  proche de 1 si  $I_s(0) \ll I_p(0)$ . L'excentricité de l'ellipse est alors proche de 1 et l'ellipse tend vers une parabole. On s'attend alors à ce que  $\eta(\zeta)$  soit fonction une hyperbolique à grande amplitude.

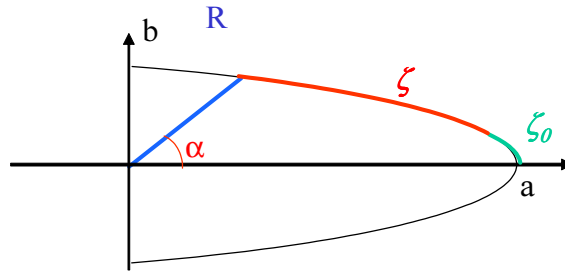


FIG. 1.8 – Diagramme dynamique - proche de l'accord de phase.

## 1.5 Amplification paramétrique : solutions approchées

### 1.5.1 Approximation $I_s(0) \ll I_p(0)$

Les conditions initiales de l'amplification paramétrique permettent de simplifier grandement les expressions de la section précédente qui a été établie pour des conditions initiales quelconques. En amplification paramétrique, l'onde complémentaire est initialement nulle et l'intensité de pompe est grande devant l'intensité de l'onde signal, ce qui revient à poser, dans le cadre des notations précédentes  $\rho_c(0) = 0$  et  $\rho_p(0) \gg \rho_s(0)$ . Si l'on pose, de plus,

$$\epsilon = \left( \frac{\rho_s}{\rho_p} \right)^2 \ll 1 \quad (1.43)$$

les intégrales premières sont réduites à

$$m_s = \rho_p^2(0) = \eta_0 \quad (1.44a)$$

$$m_c = \rho_p^2(0)(1 + \epsilon) = \eta_0(1 + \epsilon) \quad (1.44b)$$

$$\Gamma = S\rho_p^2(0) = S\eta_0 \quad (1.44c)$$

Avec ces conditions initiales, le trinôme à résoudre pour trouver les racines  $\eta_a$ ,  $\eta_b$  et  $\eta_c$  est :

$$\eta(\eta_0 - \eta)(\eta_0(1 + \epsilon) - \eta) - S^2(\eta - \eta_0)^2 \quad (1.45)$$

Une racine évidente est  $\eta = \eta_0$  et les deux autres racines sont solutions de :

$$\eta(\eta_0(1 + \epsilon) - \eta) - S^2(\eta - \eta_0) = 0 \quad (1.46)$$

Dans la limite  $\epsilon \ll 1$ , les deux autres racines sont :

$$\eta_- = \min(\eta_0, S^2) + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\eta_0 + S^2}{|\eta_0 - S^2|} \right) \epsilon \quad (1.47)$$

$$\eta_+ = \max(\eta_0, S^2) + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\eta_0 + S^2}{|\eta_0 - S^2|} \right) \epsilon \quad (1.48)$$

Comme on peut le vérifier facilement numériquement,  $\eta_- \leq \eta_0 \leq \eta_+$ , de sorte que  $\eta_a = \eta_-$ ,  $\eta_b = \eta_0$  et  $\eta_c = \eta_+$ . De plus, on trouve que  $\sqrt{\eta_c - \eta_a} \zeta_0 = K(m)$ . Suivant que  $\eta_0 > S^2$  ou  $\eta_0 < S^2$ , on peut néanmoins distinguer deux régimes différents d'interaction. Le cas  $\eta_0 > S^2$  correspond au régime dit d'accord de phase (accord de phase exact si  $S = 0$  et approché si  $\eta_0 > S^2 > 0$ ) tandis que le cas  $\eta_0 < S^2$  correspond au cas de désaccord de phase. L'ordre de grandeur du module  $m$  change, en effet, suivant le régime considéré :

$$m = 1 - \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{(1 - S^2/\eta_0)^2} \simeq 1 \quad \text{si } \eta_0 > S^2 \quad (1.49)$$

$$m = \frac{\sqrt{\epsilon}}{S^2/\eta_0 - 1} \simeq 0 \quad \text{si } \eta_0 < S^2 \quad (1.50)$$

Dans le cas  $\eta_0 > S^2$  (accord de phase), le module  $m$  est proche de 1 et la période de conversion maximale  $K(m)$  est grande devant 1. A l'inverse, dans le cas  $\eta_0 < S^2$ , le module  $m$  est proche de 0 et la période de conversion maximale  $K(m)$  est petite devant 1. De plus, l'expression de  $\eta$  change :

$$\eta(\zeta) = S^2 + (\eta_0 - S^2) \operatorname{sn}^2(\beta\zeta + K(m), m) \quad \text{si } \eta_0 > S^2 \quad (1.51)$$

$$\eta(\zeta) = \eta_0 + \epsilon \frac{\eta_0}{S^2/\eta_0 - 1} \operatorname{sn}^2(\beta\zeta + K(m), m) \quad \text{si } \eta_0 < S^2 \quad (1.52)$$

où le coefficient  $\beta$  est indépendant de  $\epsilon$  au premier ordre et vaut :

$$\beta = \sqrt{|\eta_0 - S^2|} \quad (1.53)$$

A l'accord de phase, l'amplitude ne dépend de  $\epsilon$  que par la dépendance en  $m$  tandis que dans le cas du désaccord de phase, la variation d'amplitude est directement proportionnelle à  $\epsilon$ , c'est-à-dire très faible. De plus, en vertu des formes limites du sinus de Jacobi lorsque  $m$  est proche de 0 ou très supérieur à 1, on peut déduire deux formes limites de la loi d'évolution de  $\eta(\zeta)$  :

$$\eta(\zeta) = S^2 + (\eta_0 - S^2) \operatorname{sn}^2(\sqrt{\eta_0}\zeta + K(m), m) \quad \text{si } \eta_0 \gg S^2 \quad (1.54)$$

$$\eta(\zeta) = \eta_0 + \epsilon \frac{\eta_0}{S^2/\eta_0 - 1} \sin^2(S\zeta) \quad \text{si } \eta_0 \ll S^2 \quad (1.55)$$

Si l'on examine les longueurs caractéristiques d'évolution dans ces deux limites, on trouve que proche de l'accord de phase, la longueur caractéristique est  $\eta_0\zeta = z/z_{\text{NL}}$ . En revanche, loin de l'accord de phase la longueur caractéristique est  $S\zeta = \Delta k z/2$ .

### Gain saturé proche de l'accord de phase

Dans le cas où le désaccord de phase est faible ( $\eta_0 \gg S^2$ ), le module  $m$  est indépendant de  $S$  au premier ordre et peut être approché par :

$$m = 1 - \frac{\epsilon}{2}$$



Le gain paramétrique peut donc s'écrire au premier ordre en  $\epsilon$  et  $S$  :

$$G_{\text{opa}} = \eta_0 \left(1 + \frac{1}{\epsilon}\right) - \frac{S^2}{\rho_s^2(0)} - \left(\frac{1}{\epsilon} - \frac{S^2}{\rho_s^2(0)}\right) \text{sn}^2\left(\eta_0 \zeta, 1 - \frac{\epsilon}{2}\right) \quad (1.56)$$

où  $\rho_s^2(0)$  est proportionnel à l'intensité initiale de l'onde signal. A l'accord de phase exact, on retrouve la formule donnée par Ian Ross [90], qui permet de calculer le gain saturé à l'accord de phase :

$$G_{\text{opa}} = 1 + \frac{1}{\epsilon} \left[1 - \text{sn}^2(L/L_{\text{NL}} - K(m), 1 - \frac{\epsilon}{2})\right] \quad (1.57)$$

Cette formule sera utilisée dans la partie 5.2 et comparée aux résultats expérimentaux.

### Expression des phases

L'expression des phases fait intervenir des intégrales elliptiques de troisième espèce<sup>10</sup> notée  $\Pi$ . Dans la limite où  $I_s(0) \ll I_p(0)$ ,  $I_c(0) = 0$  et  $S \ll \eta_0$ , on trouve des formes légèrement simplifiées par rapport aux expressions établies dans le cas général de mélange à trois ondes. Pour l'onde signal on trouve :

$$\phi_s(\zeta) = \phi_s(0) + S\zeta - \epsilon S \left\{ \Pi \left[ \text{Am}(\zeta + K(m)), 1 - \epsilon, 1 - \frac{\epsilon}{2} \right] - \Pi \left[ 1 - \epsilon, 1 - \frac{\epsilon}{2} \right] \right\} \quad (1.58)$$

L'interprétation pratique de cette formule est que, pour un amplificateur à grand gain ( $\epsilon \ll 1$ ) et un désaccord de phase faible ( $S \ll 1$ ), la phase de l'onde signal est constante à l'ordre 0 et demeure égale à la phase à l'origine. A l'ordre 1, la phase évolue comme  $\Delta kz/2$  et subit des déphasages rapides lorsque l'onde atteint son *minimum* d'amplitude. Il n'y a donc pas de saut de phase, pour le signal, au voisinage de la saturation. Le terme majoritaire de déphasage est l'effet de désaccord de phase  $\Delta kz/2$ .

Pour l'onde complémentaire, la phase a pour expression :

$$\phi_c(\zeta) = \phi_c(0) + S\zeta + \pi \text{Step}(\zeta - K(m), 2K(m)) \quad (1.59)$$

où la fonction  $\text{Step}(z, K)$  est la fonction escalier de « période »  $K$  que l'on peut définir à l'aide de la fonction partie entière  $\text{Ent}$  par  $\text{Step}(z, K) = \text{Ent}(z/K)$ . La phase de l'onde complémentaire varie donc avec linéaire avec le désaccord de phase ( $\Delta kz/2$ ) et subit des sauts de phase de  $\pi$  lorsque l'onde s'annule. La phase à l'origine  $\phi_c(0)$  est, elle, fixée par la condition de gain maximum (équation (1.24)), c'est à dire que la phase à l'origine de l'onde complémentaire est telle que :

$$\phi_s(0) + \phi_c(0) - \phi_p(0) = \frac{\pi}{2}$$

---

10. Le lecteur est renvoyé à la référence [19] pour une définition de ces intégrales et de leur propriétés.

La phase de l'onde de pompe varie, quant à elle, comme :

$$\phi_p(\zeta) = \phi_p(0) + S\zeta + \frac{\eta_0}{S} \left\{ \prod \left[ \text{Am}(\zeta + K(m)), \frac{1}{S^2}, 1 - \frac{\epsilon}{2} \right] - \prod \left[ \frac{1}{S^2}, 1 - \frac{\epsilon}{2} \right] \right\} \quad (1.60)$$

Dans la limite  $S \rightarrow 0$ , cette dernière expression tend vers :

$$\frac{\pi}{2} \text{Step}(z + K(m), 2K(m))$$

L'onde de pompe subit donc également des déphasages rapides lorsque son amplitude est à son *minimum*.

Un calcul numérique direct permet d'illustrer ces résultats (figure 1.5.1)

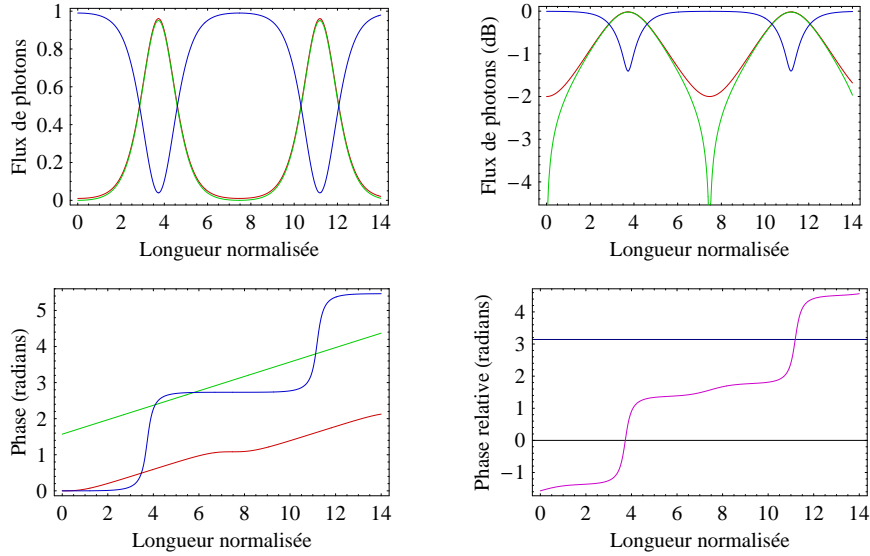


FIG. 1.9 – De gauche à droite et de haut en bas : flux de photons normalisés en échelle linéaire, flux de photons normalisés en échelle logarithmique, phases, déphasage total  $\theta$ . En abscisse : la longueur de propagation  $z/z_{NL}$  dans le cristal non linéaire. En bleu, onde de pompe, en rouge onde signal et en vert onde complémentaire. Les conditions initiales choisies sont :  $|u_p|^2 = 1$ ,  $|u_s|^2 = 10^{-2}$  et  $|u_c|^2 = 0$  avec  $\phi_p = \phi_s = 0$  et  $\phi_c = \pi/2$ . Le désaccord de phase est de  $S = 0.2$

### 1.5.2 Approximation paramétrique $I_p = I_p(0)$

Dans le cas très particulier où les ondes signal et complémentaire demeurent faibles en intensité devant l'intensité de l'onde pompe, il est possible de considérer que l'onde pompe est constante au cours de l'interaction non linéaire. Cette simplification permet de

réduire le système différentiel (1.5) à un système différentiel plus simple :

$$\begin{cases} i \frac{d\Phi_s}{dz} = q \Phi_c^* \exp(i2\delta z) \\ i \frac{d\Phi_c}{dz} = q \Phi_s^* \exp(i2\delta z) \end{cases} \quad (1.61)$$

où  $q$  est le coefficient de couplage effectif défini par :

$$q = d_{eff} \sqrt{\frac{2\omega_s \omega_c}{n_s n_c n_p \epsilon_0 c^3}} I_p \quad (1.62)$$

et  $\delta$  une nouvelle notation pour le désaccord de phase :

$$\delta = -\frac{\Delta k}{2}$$

Ce système différentiel est linéaire en  $(\Phi_s, \Phi_c^*)$  et peut donc se reformuler sous forme matricielle dans le référentiel tournant défini par :

$$Z_s = \Phi_s \exp(i\delta z) \quad (1.63)$$

$$Z_c = \Phi_c \exp(i\delta z) \quad (1.64)$$

Après ce changement de variable, le système différentiel (1.61) se réécrit :

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} Z_s \\ Z_c^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\delta & -iq \\ iq^* & -i\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_s \\ Z_c^* \end{pmatrix} \quad (1.65)$$

La résolution de ce système différentiel passe par la diagonalisation de la matrice des coefficients et aboutit aux solutions suivantes :

$$\begin{pmatrix} Z_s \\ Z_c^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma z) + i\frac{\delta}{\gamma} \sinh(\gamma z) & -i\frac{q}{\gamma} \sinh(\gamma z) \\ i\frac{q}{\gamma} \sinh(\gamma z) & \cosh(\gamma z) - i\frac{\delta}{\gamma} \sinh(\gamma z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_s(0) \\ Z_c^*(0) \end{pmatrix} \quad (1.66)$$

où l'on a introduit le gain paramétrique réduit  $\gamma$  défini par :

$$\gamma = \sqrt{|q|^2 - |\delta|^2} \quad (1.67)$$

Rigoureusement,  $\gamma$  n'est défini que pour  $|q|^2 \geq |\delta|^2$ . Toutefois, pour  $|q|^2 \leq |\delta|^2$ , les solutions ci-dessus demeurent valables à condition de remplacer les fonctions cosinus et sinus hyperboliques par des fonctions sinus et cosinus trigonométriques.

## Amplification paramétrique

Pour l'amplification paramétrique, on a  $u_c(0) = Z_c(0) = 0$  et l'onde signal amplifiée a pour expression :

$$\Phi_s(z) = \left[ \cosh(\gamma z) + i \frac{\delta}{\gamma} \sinh(\gamma z) \right] \exp(-i\delta z) \Phi_s(0) \quad (1.68)$$

soit en éclaircissement :

$$I_s(z) = I_s(0) \left[ 1 + \frac{q^2}{\gamma^2} \sinh^2(\gamma z) \right] \quad (1.69)$$

Dans le cadre de l'approximation paramétrique, on peut donc définir un gain paramétrique qui ne dépend que des paramètres du cristal et de l'éclaircissement de pompe<sup>11</sup> :

$$G_{\text{opa}}(z) = 1 + \frac{q^2}{\gamma^2} \sinh^2(\gamma z) \quad (1.70a)$$

$$\gamma = \sqrt{|q|^2 - |\delta|^2} \quad (1.70b)$$

$$q = 1/L_{\text{NL}} = 4\pi d_{\text{eff}} \sqrt{\frac{I_p(0)}{2\epsilon_0 n_s n_c n_p c \lambda_s \lambda_c}} \quad (1.70c)$$

$$\delta = \Delta k/2 \quad (1.70d)$$

La phase de l'onde signal est, elle, donnée par l'argument du gain complexe défini en (1.68), c'est-à-dire, aux changements de signes de la fonction arctan prés, à :

$$\phi_{\text{opa}}(z) = \frac{\Delta k}{2} z - \arctan \left[ \frac{\Delta k}{2\gamma} \tanh(\gamma z) \right] \quad (1.71)$$

Comme illustré en figure 1.10, l'amplification paramétrique s'accompagne d'un déphasage proportionnel, au premier ordre, au désaccord de phase au sein de la bande de gain.

## Largeur de la bande de gain

On pourrait s'attendre à ce que, comme pour les milieux laser, la bande de gain s'amincisse pour des gains croissants. Cet effet de rétrécissement spectral par le gain existe aussi en amplification paramétrique. En effet, à coefficient  $q$  constant (c'est-à-dire dans les mêmes conditions de pompage), la bande de bande diminue pour des cristaux de longueurs croissantes. En revanche, et à la différence des milieux lasers, la courbe de gain s'élargit très significativement lorsque l'éclaircissement de pompe augmente pour un même cristal. Cet effet est montré en figure 1.11.

Pour des gains importants (en pratique un gain supérieur à 1 000), un développement

---

11. Éclaircissement incident sur le cristal.

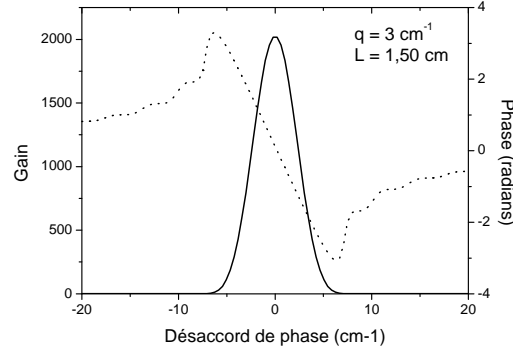


FIG. 1.10 – Gain et déphasage en fonction du désaccord de phase dans l’approximation paramétrique.

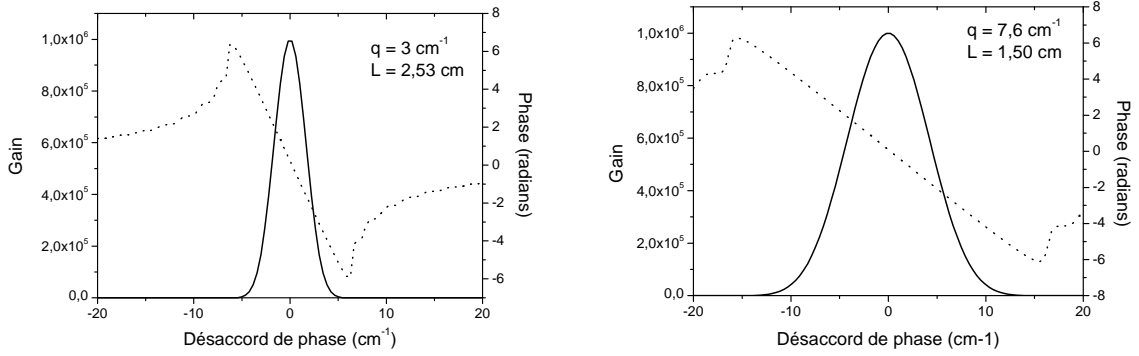


FIG. 1.11 – Gain et déphasage en fonction du désaccord de phase. A gain identique, la largeur à mi-hauteur est différente suivant les paramètres  $q$  et  $L$ .

limité montre qu’une expression approchée<sup>12</sup> de la largeur à mi-hauteur de la bande de gain est :

$$\Delta k_{1/2} = 4\sqrt{\frac{\ln(2)q}{L}}$$

Cette expression montre, qu’en effet, la largeur à mi-hauteur est proportionnelle à  $\sqrt{q}$  et donc à  $I_p^{1/4}$ . En revanche, elle décroît suivant  $L^{-1/2}$ . Dans la perspective d’un accord de phase le plus tolérant possible, on a donc intérêt travailler avec des éclaircissements les plus élevés possibles et avec des cristaux les plus courts possibles.

## Phase spectrale

Dans l’approximation paramétrique, le phase de l’onde signal varie comme précisé dans la formule (1.71). Pour des gains importants (typiquement quelques milliers),  $\gamma L$  vaut quelques unités et (1.71) se réduit, au voisinage du maximum de la bande de gain,

12. Pour des gains supérieurs à 1 000, cette approximation donne des valeurs approchées correctes à moins de 10% près.

à :

$$\phi_{\text{opa}}(L) = \frac{\Delta k}{2} \left( L - \frac{1}{\gamma} \right) \quad (1.72)$$

### 1.5.3 Ordres de grandeur

#### Rendement quantique

Comme spécifié par les relations de Manley-Rowe, le transfert maximal d'énergie entre l'onde de pompe et l'onde signal est limité par le rapport des fréquences signal et pompe. Par référence aux milieux laser, on peut donc définir le rapport « quantique » d'un OPA par :

$$\eta_{\text{quant}} = \frac{\omega_s}{\omega_p} = \frac{\lambda_p}{\lambda_s}$$

Pour un accord de phase dégénéré en fréquence, le rendement maximal théorique en ondes planes, est donc de 50%. Avec une pompe à 532 nm et un signal à 800 nm, ce même rendement passe à 67%<sup>13</sup>.

#### Gain linéaire (approximation paramétrique)

Comme indiqué précédemment,  $q$  est typiquement de l'ordre de quelques  $\text{cm}^{-1}$  dans les cristaux massifs illuminés par une onde de pompe de quelques centaine de  $\text{MW}/\text{cm}^2$ . Des valeurs de  $q$  et  $L_{\text{NL}}$  pour les cristaux non linéaires BBO, LBO et KDP pompés à 532 nm sont données dans le tableau 1.5.3.

Cristal	$I_p$ ( $\text{MW}/\text{cm}^2$ )	$\lambda_s$ (nm)	$L_{\text{NL}}$ (mm)	$q$ ( $\text{cm}^{-1}$ )	$G_{\text{opa}}$ (1 cm)	$G_{\text{opa}}$ (3 cm)
BBO	250	1 064	4,1	2,4	$3,5 \cdot 10^2$	$4,8 \cdot 10^5$
BBO	250	820	4,3	2,3	$2,5 \cdot 10^3$	$2,5 \cdot 10^5$
BBO	500	1 064	2,9	3,4	$6,9 \cdot 10^3$	$1,9 \cdot 10^8$
BBO	500	820	3,1	3,3	$4,4 \cdot 10^3$	$7,6 \cdot 10^7$
LBO	500	1 064	6,7	1,5	$2,2 \cdot 10^1$	$1,8 \cdot 10^3$
LBO	1 000	1 064	4,8	2,1	$1,3 \cdot 10^2$	$7,3 \cdot 10^4$
KDP	1 000	1 064	13,5	0,74	2,8	22

TAB. 1.2 – Valeurs numériques de  $q$  et  $L_{\text{NL}}$  pour différents cristaux non linéaires soumis à différents éclairagements de pompe. Les gains ont été calculés à partir des  $d_{\text{eff}}$  correspondant aux accords de phase.

13. En revanche, pour un matériau, un coefficient non linéaire et des indices donnés, l'efficacité de l'interaction non linéaire varie comme :

$$q \propto \sqrt{\omega_s \omega_c}$$

Comme, par ailleurs, la conservation des fréquences impose  $\omega_s + \omega_c = \omega_p$ , on en déduit que le produit  $\sqrt{\omega_s \omega_c}$  est maximal à la dégénérescence et varie en sens inverse du rendement quantique. Ainsi, pour une même longueur d'onde de pompe à 532 nm, l'efficacité à 1064 nm est meilleur qu'à 800 nm (3 % de différence).

## Gain saturé

Dés que  $I_s \simeq I_p$ , l'approximation paramétrique n'est plus valide et il faut prendre en compte les effets de saturation.

Si le gain maximal est fixé par les relations de Manley-Rowe (on peut au mieux convertir tous les photons de pompe en photons signal et complémentaire), la longueur maximale de conversion  $L_{sat} \simeq L_{NL}K(1 - \epsilon/2)$  doit, elle, être calculée. Pour un désaccord de phase nul, celle-ci dépend de  $L_{NL}$  et du rapport des flux de photons initiaux  $\epsilon$ , comme défini en (1.43). Afin de fixer les ordres de grandeurs, les valeurs de  $K(1 - \epsilon/2)$  sont données dans le tableau 1.5.3 pour différentes valeurs de  $\epsilon/2$ .

$\epsilon$	$10^{-10}$	$10^{-8}$	$10^{-6}$	$10^{-4}$	$10^{-2}$
$K(1 - \epsilon)$	12,9	10,6	8,3	6,0	3,7

TAB. 1.3 – Rapport  $L_{sat}/L_{NL}$  pour différentes conditions initiales  $\epsilon/2 = \Phi_s(0)/2\Phi_p(0)$ .

Pour un cristal de BBO pompé à  $500 \text{ MW/cm}^2$  avec  $\epsilon = \Phi_s(0)/\Phi_p(0) = 10^{-8}$ , par exemple, et pour un accord de phase colinéaire dégénéré en fréquence, la longueur de cristal pour laquelle la conversion paramétrique sera maximale est donnée par

$$L = L_{NL} K(1 - \epsilon) \simeq 30 \text{ mm}$$

## Conclusion de chapitre

- L'amplification paramétrique est un cas particulier du problème plus général de mélange à trois ondes. La physique du mélange à trois ondes est caractérisée, dans le cas général par :
  - les conditions initiales des trois ondes (amplitude *et* phase) ;
  - la longueur caractéristique  $L_{NL}$  ;
  - la longueur de cohérence  $\Lambda_c$ .
- Ce problème est un problème *conservatif* et possède ses propres *constantes du mouvement*, que sont, la conservation du nombre de photons (relations de Manley-Rowe) et la conservation de l'énergie (constante  $\Gamma$ ). Dans le cas général, les solutions de ce problèmes sont périodiques et s'expriment à partir de fonctions elliptiques de Jacobi. Néanmoins, on peut leur donner une *interprétation géométrique* simple.
- Les solutions au problème de l'amplification paramétrique ne dépendent, en revanche, que de *trois* paramètres : les longueurs  $L_{NL}$ ,  $\Lambda_c$  et le rapport des flux initiaux de photons

$$\epsilon = \frac{\omega_p I_s(0)}{\omega_s I_p(0)}$$

L'amplification paramétrique se caractérise par un gain exponentiel tant que l'onde signal n'atteint pas un éclairement de l'ordre de l'éclairement de pompe. Dans ce régime, le gain de l'amplificateur se calcule par :

$$\begin{aligned} G_{opa}(z) &= 1 + \frac{q^2}{\gamma^2} \sinh^2(\gamma z) \\ \gamma &= \sqrt{|q|^2 - |\delta|^2} \\ q &= 1/L_{NL} = 4\pi d_{eff} \sqrt{\frac{I_p(0)}{2\epsilon_0 n_s n_c n_p c \lambda_s \lambda_c}} \\ \delta &= \Delta k/2 \end{aligned}$$

La largeur à mi-hauteur de la bande de gain de l'amplification paramétrique est fixée, pour des gains importants ( $> 1\,000$ ) par la donnée conjointe de  $L_{NL}$  et de la longueur du cristal  $L$  :

$$\Delta k_{1/2} = 4\sqrt{\frac{\ln(2)q}{L}} = 4\sqrt{\frac{\ln(2)}{LL_{NL}}}$$

Au delà de ce régime *linéaire* (approximation paramétrique), commence le régime dit *saturé* puis le régime de *reconversion*. La longueur de cristal correspondant à une *efficacité* de conversion maximale est donné par :

$$L_{opt} = K(1 - \epsilon/2) L_{NL}$$





# Chapitre 2

## Techniques d'accord de phase et acceptances spectrales

Descartes a logé la vérité à  
l'hostellerie de l'évidence, mais il a  
négligé de nous en donner  
l'adresse.

---

Claude Adrien HELVETIUS

DANS le chapitre précédent, le désaccord de phase  $\Delta k$  est resté une variable purement formelle. C'est pourtant, avec l'intensité de pompe, la seconde variable expérimentalement ajustable. De plus, pour un amplificateur paramétrique optique, presque<sup>1</sup> toute la dépendance *spectrale* du gain est contenu dans ce paramètre.

Le but de chapitre est de déterminer les dépendances du désaccord de phase en fonctions les paramètres expérimentalement accessibles (orientation des cristaux, température, ...) et de trouver les conditions nécessaires à un accord de phase large bande. Par accord de phase large bande, on entend que la tolérance spectrale de l'accord de phase, c'est-à-dire la gamme spectrale sur laquelle l'accord de phase peut être maintenu lorsque la fréquence de l'onde signal varie, est de plus de 5% de la fréquence porteuse.

La partie 2.1 porte sur les techniques expérimentales utilisées pour atteindre l'accord de phase et, plus spécifiquement, sur l'accord de phase par biréfringence et le quasi-accord de phase par retournement périodique de domaines, deux techniques qui ont été mises en œuvre expérimentalement (chapitres 5,6,7 et 9). La partie 2.2 porte plus spécifiquement sur la question de la tolérance spectrale et les conditions de l'accord de phase large bande. Dans l'ensemble de ce chapitre, l'onde de pompe sera supposée monochromatique.

---

1.  $L_{NL}$  dépend également des indices et des fréquences optiques

## 2.1 Techniques d'accord de phase

### 2.1.1 Accord de phase et dispersion optique

Dans les matériaux massifs, l'accord de phase ne peut être atteint que si les *deux* conditions suivantes peuvent être simultanément satisfaites :

$$\begin{cases} \omega_p = \omega_s + \omega_c & \text{(conservation de l'énergie)} \\ k(\omega_p) = k(\omega_s) + k(\omega_c) & \text{(accord de phase)} \end{cases} \quad (2.1)$$

Dans un milieu parfaitement non dispersif, la seconde condition serait rigoureusement équivalente à la première condition pour des vecteurs d'onde colinéaires<sup>2</sup>. Dans un milieu dispersif isotrope en revanche, la condition d'accord de phase ne peut être satisfaite, et ce, même en géométrie non colinéaire, si les trois fréquences optiques sont situées au sein d'une zone de dispersion normale.

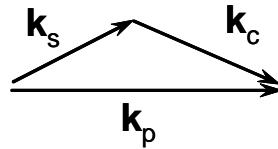


FIG. 2.1 – Géométrie d'accord de phase.

Si l'on considère le schéma 2.1, un tel accord de phase nécessiterait en effet d'avoir (inégalité triangulaire) :

$$n_p \omega_p \leq n_s \omega_s + n_c \omega_c$$

Or, au sein d'une fenêtre de transparence, la dispersion est une fonction monotone strictement croissante avec la fréquence. On en déduit donc que l'on devrait avoir

$$n_p \omega_p < n_p \omega_s + n_p \omega_c = n_p (\omega_s + \omega_c) = n_p \omega_p$$

ce qui est impossible. Une interprétation graphique de ce résultat est présentée en figure 2.2 : le point de croisement correspondant à la double condition  $k_p = k_s + k_c$  et  $k_p = k(\omega_p)$  n'est, dans un matériau massif, jamais sur la courbe de dispersion.

### 2.1.2 Une revue succincte des techniques d'accord de phase

#### Les principales techniques

Plusieurs solutions ont été proposées dès les origines de l'optique non linéaire pour contourner cette impossibilité. Au nombre des techniques utilisées pour atteindre l'accord de phase on peut citer les deux techniques proposées par Armstrong [3] et ses collaborateurs dès 1962 :

---

2. puisqu'alors  $k$  et  $\omega$  sont proportionnels,  $k(\omega) = \omega/c$

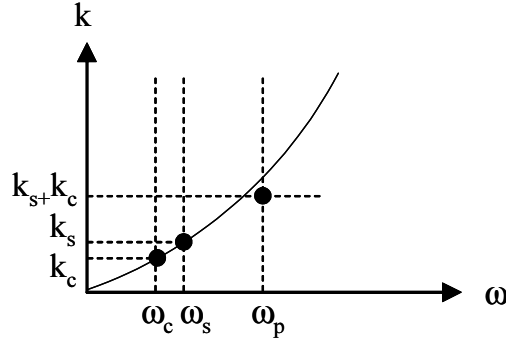


FIG. 2.2 – Courbe de dispersion d'un matériau isotrope. En raison de la dispersion, une onde de pulsation  $\omega_p$  et de vecteur d'onde  $k_s + k_c$  ne peut pas se propager. Graphiquement, cela se traduit ainsi : le point  $(\omega_p, k_s + k_c)$  n'est pas sur la courbe de dispersion.

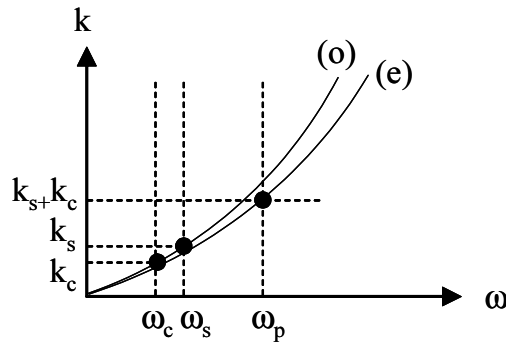


FIG. 2.3 – Courbes de dispersion dans un matériau biréfringent uniaxe. En fonction de la polarisation, la loi d'indice est ordinaire (courbe (o)) ou extraordinaire (courbe (e)).

- l'accord de phase par biréfringence [45][77]
- le quasi-accord de phase par domaines alternés

La première technique consiste à utiliser des matériaux *biréfringents* : en choisissant des triplets de polarisation adéquats il est alors possible de faire en sorte que  $n_p < n_s$  et  $n_p < n_c$  et d'atteindre ainsi l'accord de phase.

Lorsque la direction de propagation considérée ne permet pas un accord de phase, le quasi-accord de phase consiste à utiliser des matériaux sans accord de phase et à *compenser* le déphasage des ondes en modulant périodiquement le coefficient non linéaire. Pour une présentation plus détaillée de la manière dont cette modulation peut être réalisée, le lecteur est renvoyé à la section 2.1.4.

## Les techniques alternatives

Plusieurs variantes intéressantes de ces deux techniques méritent d'être citées et en particulier :

- l'accord de phase en dispersion anormale
- l'accord de phase modal
- le quasi-accord de phase par radiation Čerenkov

- le quasi-accord de phase par biréfringence de Fresnel

L'*accord de phase en dispersion anormale* consiste à travailler avec des fréquences situées de part et d'autre d'une zone d'absorption du matériau. Dans les matériaux massifs usuels, cette configuration est difficile à atteindre et se trouve, de fait, limitée. L'utilisation de matériaux micro-structurés dont la dispersion peut être modélisée a néanmoins récemment permis d'appliquer cette technique à la génération de seconde harmonique à des longueurs d'onde usuelles [28].

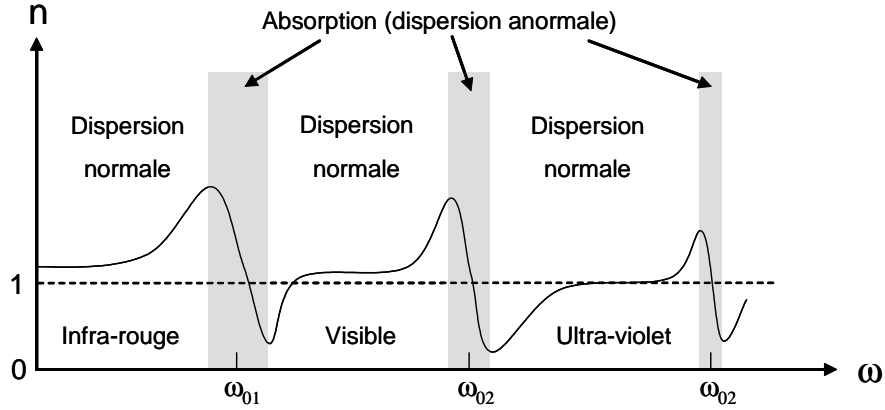


FIG. 2.4 – Loi d'indice d'un matériau générique en fonction de la fréquence. Dans une fenêtre de transparence, l'indice optique est croissant avec la fréquence.

L'*accord de phase modal* est une technique d'accord de phase spécifique de l'optique guidée. Dans les guides d'onde, la dispersion varie suivant la dispersion chromatique naturelle mais également avec le mode de propagation. La dispersion modale peut, dans certains cas, autoriser des situations d'accord de phase au même titre que l'accord de phase par biréfringence [85].

L'*accord de phase par radiation Čerenkov* est une autre technique d'accord de phase utilisée en optique guidée. L'idée directrice de cette technique consiste à guider deux ondes (deux modes guidés) et à laisser la troisième onde rayonner obliquement hors du guide d'onde (un mode radiatif). Pour un angle d'émission approprié, la projection longitudinale du vecteur d'onde de l'onde rayonnée est telle que l'accord de phase soit réalisé.

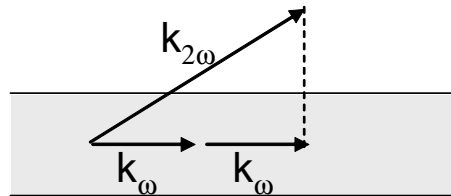


FIG. 2.5 – Principe de l'accord de phase par radiation Čerenkov. Cas du doublement de fréquence.

Le *quasi-accord de phase par biréfringence de Fresnel* est, quant à lui, une variante du quasi-accord de phase par retournement de polarisation. Plutôt que de retourner périodi-

quement le matériau non linéaire et laisser la lumière se propager en ligne droite, cette technique consiste à replier le chemin de propagation optique de la lumière sans inverser de domaines de polarisation [49][50].

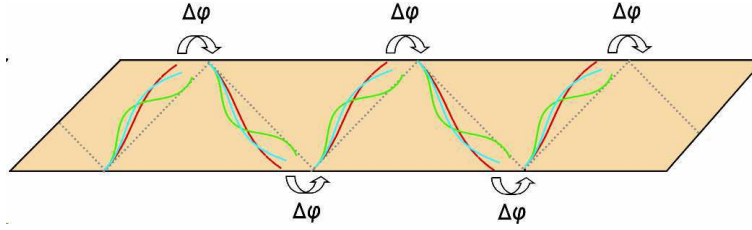


FIG. 2.6 – Principe de l'accord de phase par biréfringence de Fresnel.

Dans l'ensemble, toutes ces techniques tendent au même objectif : modifier la courbe de dispersion, soit en introduisant de nouveaux degrés de liberté dans la loi de dispersion (accord de phase en dispersion anormale, accord de phase modal, accord de phase Čerenkov), soit en introduisant des déphasages périodiques au cours de la propagation (quasi-accord de phase par retournement de polarisation ou par biréfringence de Fresnel). Une dernière technique d'accord de phase démontrée en 1998 se trouve à la confluence de ces deux courants : il s'agit de *l'accord de phase par biréfringence de forme* [31]. Par épitaxie moléculaire, les auteurs ont réalisé un matériau synthétique artificiellement anisotrope en alternant des couches de GaAs et de AlAs . Les indices optiques de ces deux matériaux isotropes étant différents, les plans de dépôt des couches introduisent une anisotropie au sein du matériau. Cette technique peut également être perçue comme un rephasage microscopique des ondes par simple réfraction au passage des interfaces entre couches.

### 2.1.3 Classification des types d'accord de phase

Il est d'usage de classer les accords de phase en fonction de leur *géométrie* et de leur *type*.

La *géométrie* d'un accord de phase renvoie à la direction des ondes pompe, signal et complémentaire sur la face d'entrée extérieure du matériau non linéaire. Lorsque les vecteurs d'onde des trois ondes sont *colinéaires*, on parle d'accord de phase colinéaire. Dans le cas contraire, l'accord de phase est dit *non colinéaire*.

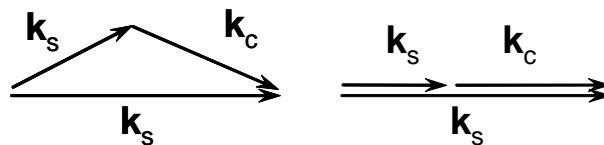


FIG. 2.7 – Géométrie d'un accord de phase. A gauche, accord de phase non colinéaire. A droite : accord de phase colinéaire.

Le *type de l'accord de phase* est déterminé par les polarisations des ondes pompe, signal et complémentaire. Le présupposé implicite en usage<sup>3</sup> est que les trois ondes sont polarisées linéairement suivant des directions propres de polarisation  $P_i$  du cristal non linéaire. Le lecteur intéressé par une définition rigoureuse et exhaustive des types d'accords de phase en géométrie colinéaire est renvoyé à la référence [38]. Un tableau récapitulatif simplifié est présenté dans le tableau 2.1

Type	Polarisations
Type 0	$P_s = P_c = P_p$
Type 1	$P_s = P_c \neq P_p$
Type 2	$P_s \neq P_c$

TAB. 2.1 – Types d'accord de phase selon les polarisation  $P_s$  et  $P_c$  des ondes signal et complémentaire.

Les types 1 et 2 peuvent se rencontrer dans les tous les matériaux non linéaires quel que soit la technique d'accord de phase. Le type 0, en revanche, ne se rencontre que dans les matériaux à quasi-accord de phase puisque ce type d'accord de phase est interdit dans les cristaux massifs (voir la sous-section 2.1.1).

## 2.1.4 Quelques éléments de technologie

### Accord de phase par biréfringence dans les cristaux massifs

L'accord de phase par biréfringence est probablement la technique d'accord de phase la plus utilisée aujourd'hui en raison de la disponibilité de cristaux non linéaires de grandes dimensions et de bonne qualité optique. L'accord de phase par biréfringence peut être réalisé dans un ou plusieurs cristaux massifs et nécessite des cristaux dont l'indice optique est particulièrement homogène. En effet, afin de rester dans le domaine d'accord de phase défini par  $2|\Delta k| < \Delta k_{1/2}$ , il est nécessaire que les fluctuations d'indices  $\Delta n$  soient telles que :

$$|\Delta n| < \frac{1}{4\pi} \Delta k_{1/2} \lambda$$

Pour des gains paramétriques  $\gamma$  de l'ordre du  $\text{cm}^{-1}$  et  $\lambda$  de l'ordre du micromètre, il est donc nécessaire d'avoir :

$$|\Delta n| < 3 \cdot 10^{-5}$$

sur un cristal de 1 cm de long, ce qui est une condition drastique.

Toute variation d'indice induite par des défauts, des impuretés ou encore des gradients de température ou de pression est donc susceptible de briser la relation d'accord de phase. Cette sensibilité peut néanmoins être utilisée pour ajuster finement l'accord de phase en ajustant la température du cristal. Pour résumer, l'accord de phase peut être obtenu, dans

3. Certains cristaux admettent des états propres de polarisation circulaires.

les cristaux massifs et pour des triplets de fréquences, de directions et de polarisations donnés, en ajustant :

- l'orientation angulaire du cristal
- la température du cristal

### Quasi-accord de phase par retournement de polarisation

Rappelons d'abord quelques unes des propriétés du niobate de Lithium ( $\text{LiNbO}_3$ ) et du titanyl phosphate de Potassium ( $\text{KTiOPO}_4$ ) :

- ce sont des matériaux *ferro-électriques*, ce qui autorise, comme montré dans la suite, l'inversion périodique du signe de son coefficient non linéaire le plus fort ;
- ce sont des matériaux *biréfringents* ;
- leurs coefficients les plus élevés ( $d_{33}$ ), utilisables en quasi-accord de phase, sont parmi les plus élevés (16 pm/V et 10 pm/V) et sont 3 à 5 fois plus élevés que leurs coefficients non linéaires utilisés à l'accord de phase ;
- ils sont *électro-optiques* et leur indice peut être modifié par un champ électrique extérieur ;
- ils possèdent un *seuil de dommage élevé* en régime pulsé nanoseconde et une *bande de transparence* allant respectivement de 0,5  $\mu\text{m}$  à 5,5 $\mu\text{m}$  et 4,5 $\mu\text{m}$ .

Avant de détailler la technique de retournement de domaines dans  $\text{LiNbO}_3$  et du  $\text{KTiOPO}_4$ , détaillons à titre d'exemple les propriétés ferro-électriques de  $\text{LiNbO}_3$ . Le niobate de Lithium est un cristal de symétrie rhomboédrique (classe 3m, uniaxial négatif) dont la synthèse s'obtient par la méthode de Czochralski. La croissance des cristaux se fait à une température supérieure à sa température de Curie (comprise entre 1130°C et 1200°C) pour laquelle le cristal est dans sa phase para-électrique. Dans cette phase, les ions Lithium sont situés dans les plans d'Oxygène et les ions Niobium sont localisés entre les plans d'Oxygène.

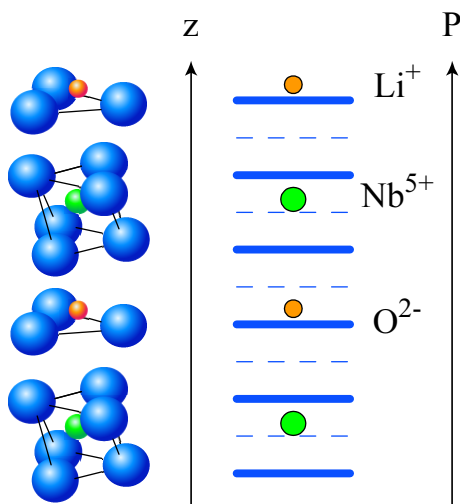


FIG. 2.8 – Structure cristalline du niobate de Lithium.



En refroidissant, les ions s'écartent de leur position initiale et sortent des plans médians définis par les atomes d'Oxygène et induisent une polarisation électrique spontanée locale. Cette brisure de symétrie se produit à grande échelle de telle sorte que un ou plusieurs domaines de polarisations apparaissent spontanément suivant deux directions de polarisations opposées. Cette orientation de la polarisation détermine le signe du coefficient non linéaire.

A température ambiante, il est possible de retourner l'orientation d'un domaine en appliquant un champ électrique suivant la direction de polarisation du cristal. Le champ électrique induit sur les ions une force électrique susceptible de déplacer la position relative des ions et de retourner un domaine. La transition entre les deux états de polarisations « stables » nécessite une énergie minimale d'activation et, par conséquent, que le champ appliqué soit supérieur à un champ minimal appelé champ coercitif. Dans le niobate de Lithium congruent, ce champ est de l'ordre de 20 kV/mm à température ambiante.

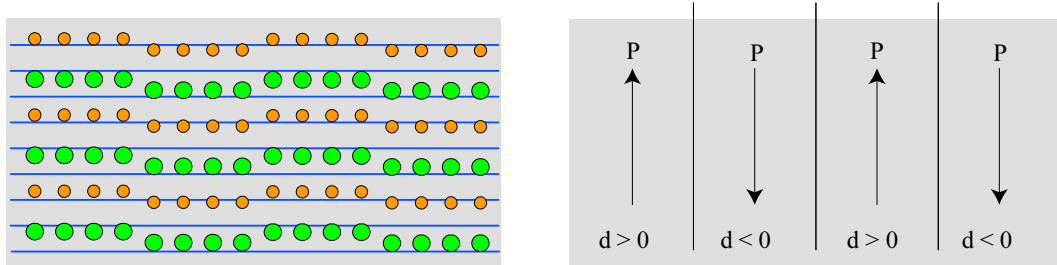


FIG. 2.9 – Les deux états de polarisation stables (ici haut et bas) permettent d'alterner le signe du coefficient non linéaire.

Si, partant d'un échantillon monodomaine, on vient appliquer un masque diélectrique (un masque isolant) sur une face du cristal et que l'on soumet l'ensemble à un champ électrique suffisamment intense, on obtient une inversion de polarisation localisée sur les zones non isolées de l'échantillon. Avec un masque d'électrodes interdigitées, on obtient ainsi un retournement périodique de domaines, suivant la direction orthogonale à la direction d'application du champ électrique. Une description détaillée de la physique de croissance des domaines peut être trouvée dans la thèse de G. Miller [82].

## 2.2 Acceptance spectrale d'un accord de phase de type I

### 2.2.1 Désaccord de phase transverse et longitudinal

Avant d'aborder la question de l'acceptance spectrale d'un amplificateur paramétrique optique, il est nécessaire d'examiner la question du désaccord de phase en géométrie non colinéaire. Jusqu'à présent, le désaccord de phase considéré,  $\Delta k$  a toujours été une grandeur scalaire. Or, en géométrie non colinéaire, le désaccord de phase est de nature

vectorielle :

$$\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_c$$

Il est bien sûr tentant d'assimiler le désaccord de phase scalaire au module du désaccord de phase vectoriel puisque le premier est une mesure du second. Il en va pourtant tout autrement d'un point de vue théorique ainsi que je vais le montrer par deux raisonnements différents mais complémentaires.

## Ondes paraxiales

Si l'on considère trois ondes planes en interaction non colinéaire mais paraxiale (angle faible) le long d'un axe  $z$ , dans un volume de matériau non linéaire, il est licite d'écrire que le champ électrique en un point  $M(\mathbf{r}_M)$  pour une onde donnée, disons l'onde signal, est proportionnel à la somme des champs rayonnés à la fréquence du signal par tous les points  $P(\mathbf{r})$  et propagés jusqu'en  $M$ . Un tel formalisme revient à chercher le propagateur de Green associé au problème du mélange à trois ondes, chose faite par Shen dans son ouvrage de référence [95], Shen démontre que l'hypothèse de l'enveloppe lentement variable est équivalente à négliger les contributions rayonnées en arrière. On peut donc restreindre le volume d'intégration aux points  $P$  tels que  $z < z_M$ . En supposant que l'axe  $z$  correspond à l'axe de propagation de l'onde pompe et que les directions de propagation des ondes signal et complémentaire forment des petits angles  $\alpha_s$  et  $\alpha_c$  avec l'axe  $z$ , on peut écrire les champs électriques sous la forme :

$$E_j(\mathbf{r}, t) = A_j(z / \cos \alpha_j) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_j t)} \quad j=s, c, p$$

où  $k_j$  désigne le projeté du vecteur d'onde le long de l'axe  $z$ . L'amplitude signal au point  $\mathbf{r}$  est alors donné par :

$$A_s(z / \cos \alpha_s) - A_s(0) \propto \int_{\mathbf{V}} e^{-i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}} A_p(z') e^{i\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r}'} A_c(z' / \cos \alpha_c^*) e^{-i\mathbf{k}_c \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (2.2)$$

En raisonnant sur un volume  $\mathbf{V}$  de profondeur  $l$  suffisamment faible pour que les amplitudes des champs puissent être considérées comme constantes ( $l \ll l_{NL}$ ), on a donc, au premier ordre :

$$A_s(z / \cos \alpha_s) - A_s(0) \propto A_p(z) A_c(z / \cos \alpha_c^*) \int_{\mathbf{V}} e^{i(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_c) \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (2.3)$$

soit :

$$\frac{dA_s}{dz} \propto A_p(z) A_c^*(z / \cos \alpha_c) e^{i\Delta \mathbf{k}_{\parallel} \cdot \mathbf{z}} \int_{\mathbf{S}} e^{i\Delta \mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (2.4)$$

$$\propto A_p(z) A_c^*(z / \cos \alpha_c) \delta(\Delta \mathbf{k}_{\perp}) e^{i\Delta \mathbf{k}_{\parallel} \cdot \mathbf{z}} \quad (2.5)$$

où  $\mathbf{S}$  est la surface définie par  $z = 0$  et  $\delta$  une notation de la distribution de Dirac. Sous

réserve que cette écriture soit possible<sup>4</sup>, l'interaction paramétrique n'est possible que si le terme intégral ne s'annule pas, c'est-à-dire que si le désaccord de phase transverse (au sens de  $z$ ) est nul<sup>5</sup> :

$$\Delta \mathbf{k} \times \mathbf{z} = \mathbf{0}$$

On retrouve alors l'équation différentielle de propagation trouvée plus haut :

$$\frac{dA_s}{dz} \propto A_p(z)A_c^*(z)e^{i\Delta k z}$$

où le désaccord de phase scalaire correspond à la projection du vecteur désaccord de phase suivant l'axe de propagation moyen  $z$ .

### Relations de passage à l'interface air-cristal en géométrie non colinéaire

Comme pour résoudre tout problème différentiel, les conditions initiales doivent être précisées. Dans le cas du problème qui nous intéresse (trois ondes planes couplées par une non linéarité quadratique), les équations de Maxwell imposent que la composante transverse du champ électrique (du vecteur déplacement pour être exact) total soit conservée à la traversée de l'interface air/cristal. Dans le cristal non linéaire, le vecteur déplacement est la somme du champ électrique incident, de la polarisation linéaire du milieu et de la polarisation non linéaire. Il est bien connu que la polarisation linéaire est responsable du bien connu phénomène de *réfraction* dans les milieux isotropes (loi de Snell-Descartes) et de *double réfraction* dans les milieux biréfringents (loi de Descartes généralisée). Les effets liés à la polarisation non linéaires sont, en revanche, moins bien connus.

Ces effets ont été néanmoins étudiés dès 1962 par Bloembergen et Pershan [12] puis par Armstrong et ses collaborateurs [3]. Dans le cas particulier où seules deux ondes sont présentes à l'interface air/cristal, ce qui est le cas de l'amplification paramétrique optique, on montre que la troisième onde est générée de telle manière que *le vecteur désaccord de phase soit orthogonal à l'interface*. Une dérivation détaillée de ce résultat étendue à la géométrie non colinéaire et aux cristaux biaxes peut être trouvée dans la thèse d'Igor Jovanovic [62].

Une interprétation physique simple de ce résultat est le suivant : comme le problème considéré est invariant par translation suivant les axes orthogonaux à  $z$ , l'impulsion transverse totale doit être conservée à la traversée de l'interface, ce qui s'écrit :

$$P_{tot}^\perp = \hbar \Phi_p k_{p,\perp} + \hbar \Phi_s k_{s,\perp} = \hbar \Phi'_p k'_{p,\perp} + \hbar \Phi'_s k'_{s,\perp} + \hbar \Phi'_c k'_{c,\perp}$$

---

4. Pour des ondes non paraxiales ou pour des conditions initiales brisant la géométrie du problème (par exemple, une interface vide/cristal oblique), cette écriture n'est pas possible puisqu'on ne peut plus assimiler une surface définie par  $z = \text{cte}$  comme un plan de phase, même approché.

5. Cette condition est rigoureuse en ondes planes seulement. Dès que l'on limite l'extension transverse de l'onde, la distribution de Dirac devient un sinus cardinal et un petit désaccord de phase transverse peut être toléré. Cependant, comme montré dans l'annexe A, cette tolérance est quasiment nulle pour des faisceaux de dimensions millimétriques.

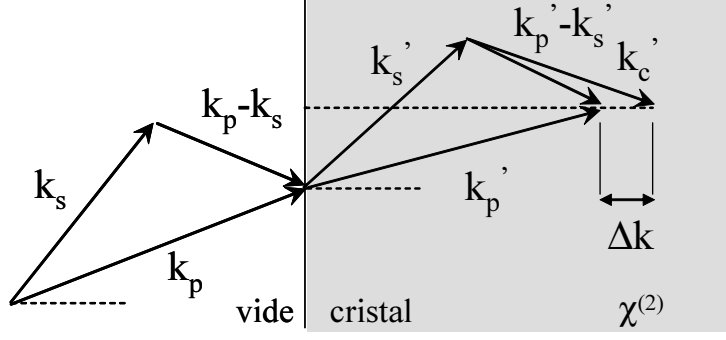


FIG. 2.10 – Ondes à l'interface entre le vide (l'air) et le cristal non linéaire. L'interface est perpendiculaire au plan de la page. Les ondes réfléchies ont été omises sur le schéma.

où les flux de photons progressant vers les  $z$  positifs sont représentés par le symbole  $\Phi$ . Comme la relation de Descartes impose, indépendamment, que l'impulsion transverse des ondes pompe et signal soit conservée ( $k_{s,\perp} = k'_{s,\perp}$  et  $k_{p,\perp} = k'_{p,\perp}$ ), la relation précédente conduit, en négligeant les ondes réfléchies<sup>6</sup>, à :

$$(\Phi'_p - \Phi_p)k'_{p,\perp} + (\Phi'_s - \Phi_s)k'_{s,\perp} + \Phi'_c k'_{c,\perp} = 0$$

D'où, en utilisant la conservation des flux de photons (relations de Manley-Rowe) :

$$k'_{s,\perp} + k'_{c,\perp} - k'_{p,\perp} = 0$$

ce qui est le résultat recherché. Pour des ondes paraxiales dont la direction moyenne de propagation est orthogonale à la face d'entrée du cristal on retrouve donc le même résultat que précédemment.

## Conclusion

En géométrie non colinéaire, le désaccord de phase à considérer est le désaccord de phase longitudinal, au sens de la direction moyenne de propagation pour des ondes paraxiales, si l'on raisonne sans conditions initiales (pour la génération paramétrique par exemple), ou encore au sens de la normale à la face d'entrée du cristal. Le désaccord de phase transverse est, lui, toujours nul. A l'accord de phase exact, le vecteur désaccord de phase est donc identiquement nul.

### 2.2.2 Géométrie colinéaire

Indépendamment de la technique d'accord de phase, la tolérance spectrale d'un accord de phase, c'est-à-dire la plage de fréquence pour laquelle l'accord de phase est conservé, peut être déterminée au moyen d'un développement du terme de désaccord de phase

6. Ce raisonnement ne s'applique qu'aux ondes se propageant vers les  $z$  positifs. Il est possible de le rendre rigoureux en tenant compte des ondes réfléchies et rayonnées (DFG de surface) vers les  $z$  négatifs.

en fonction de la fréquence [9]. Pour une température, un type d'accord de phase, une géométrie et une pulsation de pompe donnés, le désaccord de phase ne dépend que de deux variables, la pulsation signal  $\omega_s$  et l'angle d'accord de phase  $\theta$ . Dans le plan  $(\theta, \omega_s)$ , le lieu d'accord de phase exact est matérialisé par une courbe et le lieu d'accord de phase approché  $|\Delta k| < 2q$  est une région du plan centrée sur la courbe d'accord de phase. Pour un angle d'accord de phase déterminé  $\theta_0$ , la tolérance angulaire  $\Delta\omega_s$  s'interprète comme la largeur du domaine d'accord de phase approché intercepté par la droite  $\theta = \theta_0$ , comme montré en figure 2.11.

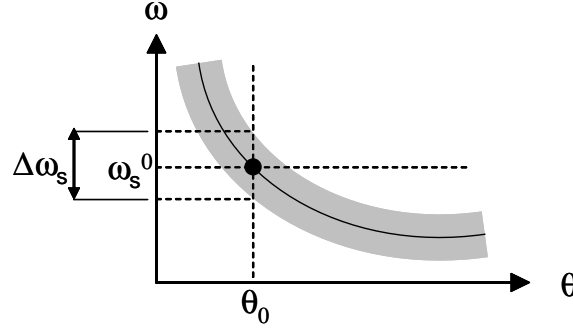


FIG. 2.11 – Interprétation géométrique de la tolérance spectrale d'un accord de phase.

En évaluant comment varie le désaccord de phase au voisinage d'un point d'accord de phase, on peut donc en déduire la tolérance spectrale.

En supposant une pompe de fréquence fixe  $\omega_p$ , le développement limité au second ordre, pour une géométrie colinéaire s'écrit, au voisinage de la pulsation signal  $\omega_s^0$  :

$$\Delta k(\omega_s) = \Delta k(\omega_s^0) + \left. \frac{\partial \Delta k(\omega_s)}{\partial \omega_s} \right|_{\omega_s^0} (\omega_s - \omega_s^0) + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \Delta k(\omega_s)}{\partial \omega_s^2} \right|_{\omega_s^0} (\omega_s - \omega_s^0)^2$$

avec

$$\Delta k(\omega_s) = k_p(\omega_p) - k_s(\omega_s) - k_s(\omega_c) - k_0$$

Le vecteur d'onde  $k_0$  est introduit dans le terme de désaccord de phase pour tenir compte du retournement de domaine dans le cas du quasi-accord de phase. Pour un accord de phase par biréfringence, ce terme est nul.

### Développement limité au second ordre

En supposant que l'accord de phase est vérifié pour  $\omega_s^0$  et en tenant compte de la relation de conservation de l'énergie  $\omega_c = \omega_p - \omega_s$ , le développement précédent se réécrit :

$$\Delta k(\omega_s) = \left( \frac{\partial k_c}{\partial \omega} - \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \right) (\omega_s - \omega_s^0) - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 k_c}{\partial \omega^2} + \frac{\partial^2 k_s}{\partial \omega^2} \right) (\omega_s - \omega_s^0)^2 \quad (2.6)$$

toutes les dérivées étant évaluées en  $\omega_s^0$  et  $\omega_c^0 = \omega_p - \omega_s^0$ . Dans la formule précédente, les indices des vecteurs d'onde permettent de distinguer les éventuelles différences de

polarisations des ondes.

## Interprétation physique des coefficients

Il est remarquable de noter que le premier coefficient de l'expression 2.6 corresponde physiquement à la différence des inverses des vitesses de groupe associées à un paquet d'ondes de pulsations centrales  $\omega_s^0$  et  $\omega_c^0$  :

$$\frac{\partial k_c}{\partial \omega} - \frac{\partial k_s}{\partial \omega} = \frac{1}{v_{g,c}} - \frac{1}{v_{g,s}}$$

Ce terme peut donc s'annuler lorsque les vitesses de groupe sont égales. Le second coefficient correspond quant à lui, à la somme des dispersions des deux paquets d'ondes :

$$\frac{\partial^2 k_s}{\partial \omega^2} + \frac{\partial^2 k_c}{\partial \omega^2} = D_s + D_c$$

Pour la vaste majorité des matériaux, la dispersion est strictement positive dans le domaine visible ou proche infrarouge. Le terme  $D_s + D_c$  est donc, en général<sup>7</sup>, non nul. Lorsque les vitesses de groupe des impulsions signal et complémentaire sont égales, c'est donc la dispersion optique qui vient limiter la largeur de la bande de gain des accords de phase colinéaires.

## Acceptance spectrale en géométrie colinéaire

Comme montré au chapitre 1.5, l'amplification paramétrique n'est efficace que si le désaccord de phase est inférieur au gain paramétrique petit signal :

$$2|\Delta k| < \Delta k_{1/2}$$

Au premier ordre, l'acceptance spectrale d'un amplificateur paramétrique optique est donc donnée par le gain paramétrique petit signal rapporté à la différence des inverse des vitesses de groupe :

$$\Delta \omega_s^{(1)} = \frac{\Delta k_{1/2}}{2|1/v_{g,c} - 1/v_{g,s}|} \quad (2.7)$$

Dans ce cas de figure, le désaccord de phase change localement de signe au franchissement de l'accord de phase exact comme figuré en 2.11.

Lorsque  $v_{g,c} \simeq v_{g,s}$ , le premier terme du développement limité disparaît et le désaccord de phase admet un extremum local en  $\omega_s^0$ . Dans cette situation, le signe du désaccord de phase reste donc constant localement de part et d'autre de  $\omega_s^0$ . Graphiquement, cette situation correspond à un lieu d'accord de phase tangent à  $\theta = \theta_0$  et, pratiquement à un accord de phase *large bande*, appelé aussi accord de phase non critique ou accord de phase

---

7. Pour un accord de phase colinéaire de type I, ce terme peut s'annuler lorsque les fréquences signal et complémentaire sont égales à fréquence de dispersion nulle ou bien localisées de part et d'autre de la fréquence pour laquelle la dispersion est nulle.

d'ordre 2, comme montré en figure 2.12.

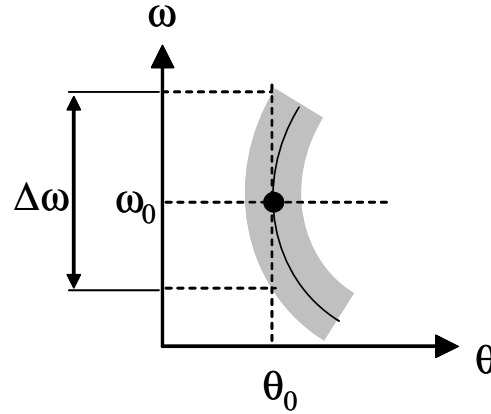


FIG. 2.12 – Accord de phase non critique d'ordre 2.

L'acceptance spectrale de l'accord de phase est alors donnée par la courbure de la courbe d'accord de phase en  $\omega_s^0$ , c'est-à-dire par le terme d'ordre deux du développement limité (2.6) :

$$\Delta\omega_s^{(2)} = \sqrt{\frac{2\Delta k_{1/2}}{D_s + D_c}} \quad (2.8)$$

### Acceptance spectrale et type de l'accord de phase

Les formules établies précédemment sont valables que l'accord de phase soit de type 0, de type I ou de type II. Suivant le type d'accord de phase et les courbes de dispersion des différents cristaux non linéaires, il n'est pas toujours possible de trouver des accords de phase large bande, c'est à dire des accords de phase vérifiant la condition d'égalité des vitesses de groupe des impulsions signal et complémentaire.

Il existe néanmoins un accord de phase vérifiant systématiquement cette condition en type 0 et I : l'accord de phase colinéaire *dégénéré* en fréquences. En effet, lorsque les ondes signal et complémentaires sont de même polarisation et de même fréquence, les vitesses de groupe sont nécessairement égales. Les accords de phase colinéaires et dégénérés de type I ou 0 sont donc systématiquement large bande.

### 2.2.3 Géométrie non colinéaire

En géométrie non colinéaire, le formalisme se complique car les vecteurs d'onde possèdent des composantes longitudinale et transversale. En type I et avec des ondes de polarisation ordinaire, le développement du désaccord de phase en fonction de l'écart à l'accord de phase reste toutefois encore raisonnablement simple pour être reproduit.

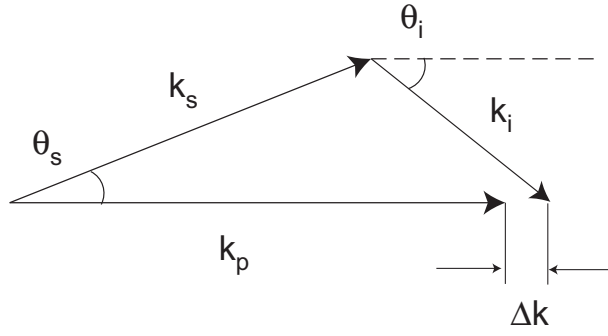


FIG. 2.13 – Définition des variables en géométrie non colinéaire.

### Définition des variables et lieu d'accord de phase

Le cristal non linéaire est supposé être taillé de telle sorte qu'il existe un accord de phase non colinéaire exact pour les pulsations  $\omega_p$ ,  $\omega_s^0$  et  $\omega_i^0$  de vecteurs d'onde  $\mathbf{k}_p = \mathbf{k}_p(\omega_p)$ ,  $\mathbf{k}_s^0 = \mathbf{k}_s(\omega_s^0)$  and  $\mathbf{k}_i^0 = \mathbf{k}_i(\omega_i^0)$ . Dans un cristal uniaxe, ou bien dans les plans principaux x-z et y-z d'un cristal biaxe, l'indice de réfraction ordinaire ne dépend *que* de la pulsation optique et ne dépend pas de la direction du vecteur d'onde (ondes polarisées ordinairement). Dans le repère cristallographique (X,Y,Z) du cristal, la direction du vecteur d'onde de pompe peut être repérée par un angle polaire  $\theta_p$  et un angle azimutal  $\phi_p$ . Afin de simplifier les notations, on choisi de repérer les vecteurs d'onde signal et complémentaire par les angles polaires et azimutaux  $\theta_{s,i}$  and  $\phi_{s,i}$  définis par rapport au *vecteur d'onde de pompe*, avec pour domaines de définition respectifs  $[-\pi, \pi]$  et  $[0, \pi[$ . Les angles polaires peuvent donc être négatifs ou positifs. Dans tout ce qui suit, les angles azimutaux signal et complémentaires sont supposés égaux (désaccord transverse nul).

Avec ces conventions, les angles formés par le vecteur d'onde de pompe et les vecteurs d'onde signal et complémentaire sont respectivement notés  $\theta_s^0$  et  $\theta_i^0$  (figure 2.13). Dans ces conditions, l'accord de phase à la pulsation signal centrale s'écrit :

$$\Delta \mathbf{k}^0 = \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s^0 - \mathbf{k}_i^0 = \mathbf{0} \quad (2.9)$$

ou encore, de façon équivalente :

$$\begin{aligned} -k_p + k_s^0 \cos \theta_s^0 + k_i^0 \cos \theta_i^0 &= 0 \\ k_s^0 \sin \theta_s^0 + k_i^0 \sin \theta_i^0 &= 0 \end{aligned}$$

En géométrie non colinéaire, le lieu d'accord de phase varie rapidement avec l'angle non colinéaire  $\theta_s$  comme montré en figure 2.14.

### Développement limité au premier ordre

Afin de trouver les conditions nécessaires et suffisantes à un accord de phase large bande, nous allons développer le terme de désaccord de phase  $\Delta \mathbf{k}$  en une série Taylor au



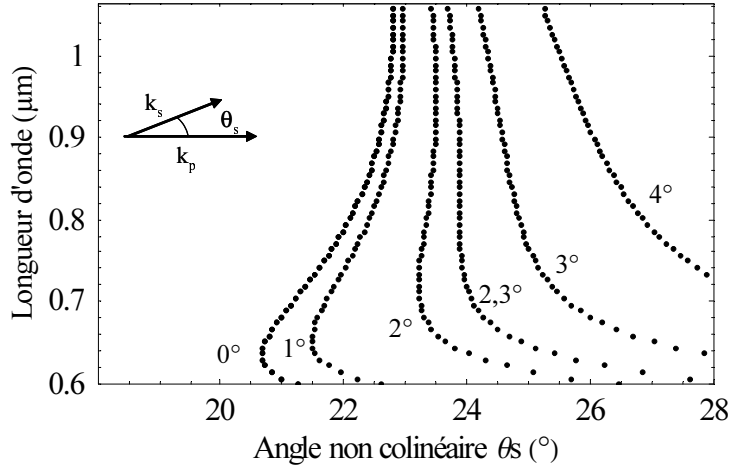


FIG. 2.14 – Courbes d'accord de phase de type I dans un cristal de BBO avec  $\lambda_p = 532$  nm. En ordonnée, la longueur d'onde à l'accord de phase. En abscisse, l'angle formé par l'axe optique du cristal et le vecteur d'onde de pompe. De gauche à droite l'angle non colinéaire a pour valeurs  $0^\circ$ ,  $1^\circ$ ,  $2^\circ$ ,  $2,3^\circ$ ,  $3^\circ$  et  $4^\circ$ . Deux accords de phase large bande (spectralement non critique) apparaissent, pour  $\theta_s = 0$  vers  $\lambda_s = 1064$  nm et pour  $\theta_s = 2,4^\circ$  vers  $\lambda_s = 800$  nm.

voisinage d'un point d'accord de phase et chercher les conditions pour lesquelles le terme d'ordre 1 s'annule. A la différence du cas colinéaire, le désaccord de phase est maintenant vectoriel et dépend non seulement de l'écart en fréquence  $\Delta\omega_s = \omega_s - \omega_s^0$  mais aussi des écarts angulaires  $\Delta\theta_s = \theta_s - \theta_s^0$  et  $\Delta\theta_i = \theta_i - \theta_i^0$ .

A l'ordre un, le développement limité du vecteur d'onde signal  $\mathbf{k}_s$  s'écrit comme une somme de trois termes :

$$\mathbf{k}(\omega_s, \theta_s) = k_s^0 \mathbf{u}_s + \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \Delta\omega_s \mathbf{u}_s + k_s^0 \Delta\theta_s \mathbf{v}_s \quad (2.10)$$

où l'on a introduit les vecteurs unitaires  $\mathbf{u}_s$  et  $\mathbf{v}_s$  formant la base vectorielle polaire associée au vecteur  $\mathbf{k}_s(\theta_s)$  :

$$(\mathbf{u}_s = \mathbf{k}_s/k_s, \mathbf{v}_s)$$

Le vecteur d'onde complémentaire admet un développement symétrique de telle sorte que, au voisinage d'un accord de phase ( $\Delta\mathbf{k}^{(0)} = \mathbf{0}$ ), les projections longitudinales et transversales du vecteur désaccord de phase s'écrivent, à l'ordre 1 :

$$\Delta k_{\parallel}^{(1)} = - \left( \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \cos \theta_s^0 - \frac{\partial k_c}{\partial \omega} \cos \theta_c^0 \right) \Delta\omega_s - k_s^0 \Delta\theta_s \sin \theta_s^0 - k_c^0 \Delta\theta_c \sin \theta_c^0 \quad (2.11)$$

$$\Delta k_{\perp}^{(1)} = + \left( \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \sin \theta_s^0 - \frac{\partial k_c}{\partial \omega} \sin \theta_c^0 \right) \Delta\omega_s - k_s^0 \Delta\theta_s \cos \theta_s^0 - k_c^0 \Delta\theta_c \cos \theta_c^0 \quad (2.12)$$

Un accord de phase large bande, c'est-à-dire stationnaire vis à vis des variations en  $\Delta\omega_s$  à direction  $\theta_s$  constante, est obtenu si et seulement si les deux projections du vecteur désaccord de phase sont nulles pour  $\Delta\theta_s = 0$ . La résolution de ce système d'équation

conduit alors à la condition d'accord de phase large bande :

$$\frac{\partial k_s}{\partial \omega} \cos(\theta_s^0 - \theta_c^0) = \frac{\partial k_c}{\partial \omega} \quad (2.13)$$

### Interprétation physique

Comme dans le cas colinéaire, en se rappelant que  $1/\frac{\partial k}{\partial \omega}$  correspond à une vitesse de groupe, la condition 2.13 s'interprète physiquement comme un accord des vitesses signal et complémentaire de groupe suivant la direction de l'onde signal. L'onde complémentaire est alors chromatiquement dispersée avec la loi de dispersion suivante :

$$\Delta \theta_c^{(1)} = \frac{1}{k_c^0} \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \sin(\theta_s^0 - \theta_c^0) \Delta \omega_s$$

En géométrie non colinéaire large bande, la largeur de la bande de gain est donnée, comme pour le cas colinéaire par les termes d'ordre deux. Le développement au second ordre étant relativement complexe, les calculs exacts figurent en annexe.

#### 2.2.4 Conditions d'accords de phase large bande

La conclusion des sections précédentes est que la condition d'accord de phase large bande est équivalente à l'accord des vitesses de groupe suivant la direction de propagation de l'onde signal :

$$v_{g,c} \cos(\theta_s^0 - \theta_c^0) = v_{g,s} \quad (2.14)$$

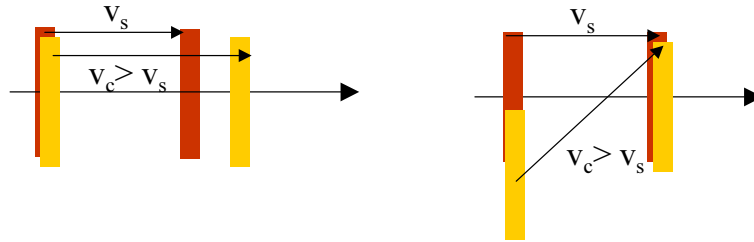


FIG. 2.15 – Interprétation géométrique de la condition 2.14.

Cette condition trouve une interprétation graphique simple si l'on considère la propagation colinéaire ou non colinéaire des deux paquets d'onde, signal et complémentaire. Si la vitesse de groupe de l'onde complémentaire est plus grande que celle de l'onde signal alors les deux impulsions se séparent spatialement après une certaine distance de propagation. Si l'on introduit un angle non colinéaire adéquat entre les deux ondes, l'impulsion complémentaire se propage sur une distance plus grande et reste superposée avec l'impulsion signal. La condition d'accord de phase non critique se confond donc avec l'égalité des vitesses de groupe suivant la direction de propagation de l'onde signal. On peut également remarquer que sur le schéma 2.15 qu'un plan d'égale intensité n'est pas orthogonal à la direction de propagation de l'onde complémentaire. Ceci traduit que l'onde

complémentaire est une onde *inhomogène* au sens de Born et Wolf [13] : cette onde est chromatiquement dispersée et présente une répartition chromatique angulaire semblable à un faisceau parallèle large bande réfracté par un prisme ou diffracté un réseau.

On peut dès lors montrer que les accords de phase large bande n'existe que pour deux catégories de configurations en type I :

- les accords de phase colinéaires et dégénérés en fréquence
- les accords de phase non colinéaires et non dégénérés en fréquence

### Accord de phase colinéaire et dégénéré en type I

Si  $\omega_s^0 = \omega_c^0 = \omega_p/2$  alors la relation 2.14 est automatiquement vérifiée en géométrie colinéaire.

On peut également remarquer que dans une telle configuration on a :

$$\Delta k(\omega_s) = -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 k_c}{\partial \omega^2} + \frac{\partial^2 k_s}{\partial \omega^2} \right) \Delta \omega_s^2 + O(\Delta \omega_s^4) \quad (2.15)$$

puisqu'à la dégénérescence exacte, le désaccord de phase est une fonction paire de  $\Delta \omega_s$ .

### Accord de phase non colinéaire et/ou non dégénéré en type I

Si  $\left| \frac{\partial k_i}{\partial \omega} \right| < \left| \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \right|$  alors il existe toujours un angle non colinéaire  $\theta_s^0 - \theta_c^0$  tel que l'accord de phase soit non critique. Pour un accord de phase non dégénéré en fréquence tel que  $\omega_s > \omega_c$ , on peut toujours trouver un accord de phase non critique<sup>8</sup>. Les acceptances spectrales et angulaire de l'accord de phase se déduisent alors du développement limité du désaccord de phase, mené au second ordre. Ce développement limité (cas général, non colinéaire et non dégénéré) est présenté dans l'annexe B.2.

### Accord de phase ultra-large

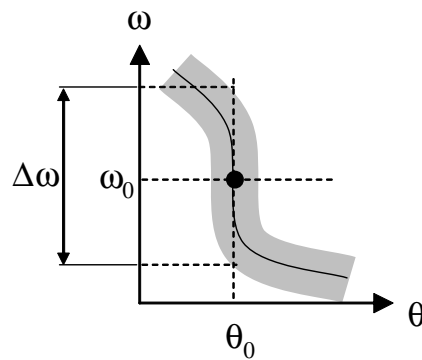


FIG. 2.16 – Accord de phase non critique d'ordre 3.

8. C'est-à-dire un accord de phase d'ordre 2.

Pour certaines longueurs d'onde, il est possible de trouver un accord de phase non critique tel que le terme d'ordre 2 s'annule. Le désaccord de phase varie alors comme le cube<sup>9</sup> de l'écart en pulsation  $\Delta\omega_s$  et l'accord de phase est encore plus large que pour un simple accord de phase non critique. Un exemple d'accord de phase de ce type apparaît dans le BBO au voisinage de 800 nm dans la figure 2.14 pour un angle non colinéaire de 2,3°. Dans le LBO, cet accord de phase ultra-large apparaît au voisinage de 900 nm pour un angle non colinéaire de 1,37°. La bande de gain d'un tel accord de phase est montré en figure 2.20.

## 2.2.5 Quelques bandes de gain dans BBO et LBO

### Accord de phase non critique d'ordre 2

Les bandes de gain en type I présentent, pour la plupart, des structures, c'est-à-dire que le gain n'est pas spectralement homogène. Ces structures reflètent l'ordre de l'accord de phase et peuvent s'interpréter facilement si l'on raisonne dans un plan  $(\Delta\omega_s, \Delta\theta_s)$ . Pour un accord de phase non critique d'ordre 2, les lieux d'accord de phase sont des paraboles au premier ordre. Pour un angle colinéaire donné, la bande de gain est donc donnée par l'intersection des paraboles et d'une droite. On s'attend donc à trouver deux maximum de gain, éventuellement confondus.

Dans le cas du BBO<sup>10</sup>, la carte du gain dans le plan (longueur d'onde, angle non colinéaire) est présenté en figure 2.17 pour quatre orientations différentes du cristal. Dans première sous-figure (en haut à gauche) de 2.17, l'accord de phase visé (amplification à 1 054 nm) n'est pas encore atteint. Sur la deuxième figure (en haut à droite), l'accord de phase est colinéaire et dégénéré en fréquences. La figure en « X » que l'on observe est caractéristique de la dégénérescence exacte puisque le problème est totalement symétrique (les ondes signal et complémentaire sont indissociables). De plus la zone de gain est assez large et homogène au voisinage de la dégénérescence, ce qui est attendu puisqu'au voisinage de l'accord de phase exact, le gain varie exponentiellement avec  $\Delta k^2 \propto (\omega_s - \omega_s^0)^4$ . Sur les deux dernières figures (en bas), l'accord de phase devient non colinéaire et l'on peut identifier les branches signal (branche de gauche) et complémentaire (branche de droite). Comme on peut le remarquer, l'accord de phase s'écarte progressivement du point de dégénérescence, l'acceptance angulaire diminue rapidement et l'acceptance spectrale augmente légèrement (les paraboles se rectifient au fur et à mesure que l'on s'approche de l'accord de phase d'ordre 3).

Deux vues en coupe des cartes de gain sont données dans les figures 2.18 et 2.19.

A titre comparatif, la bande de gain du LBO<sup>11</sup> colinéaire et dégénéré est montré en figure 2.20.

9. On peut alors parler d'accord de phase d'ordre 3.

10. Les propriétés optiques, mécaniques et thermiques du  $\beta$ -borate de Barium peuvent être trouvées dans la référence [29].

11. Les propriétés optiques du triborate de Lithium sont tirées de la référence [86].

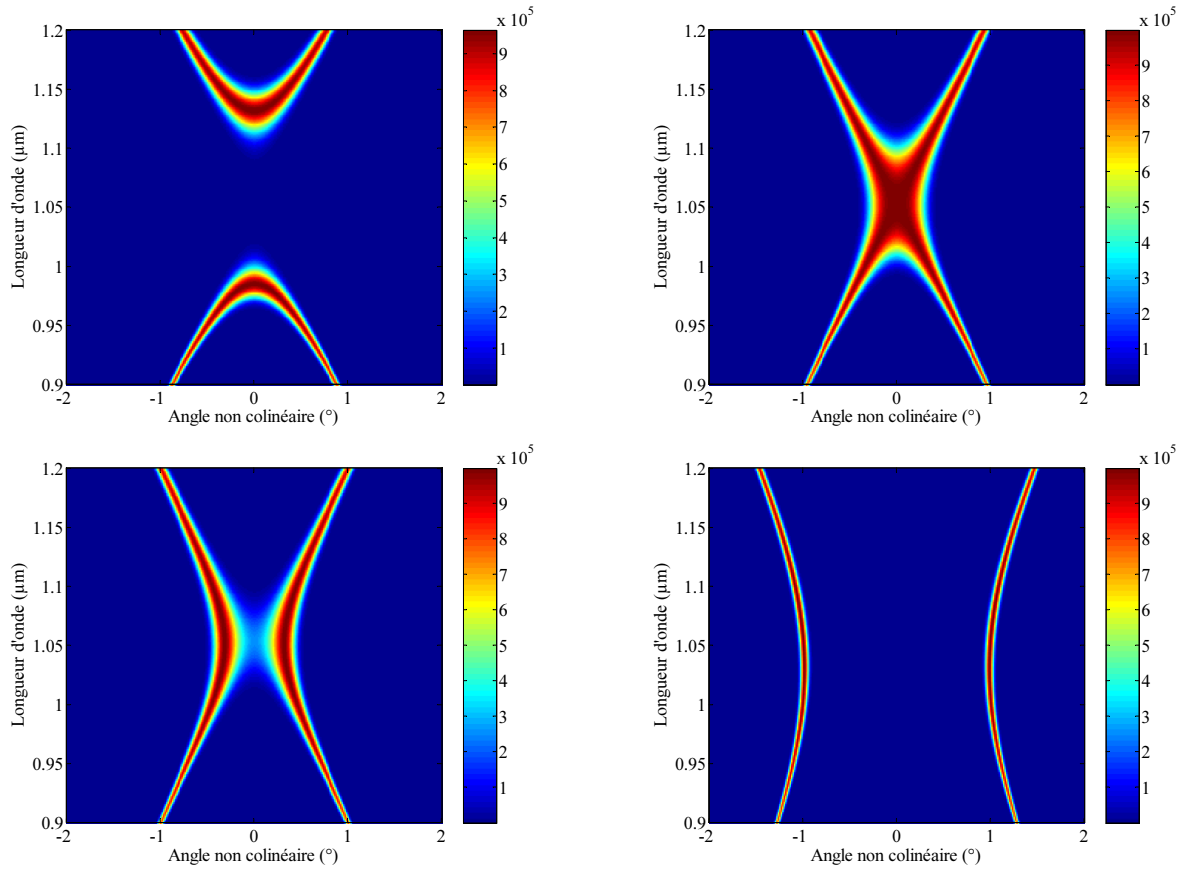


FIG. 2.17 – Cristal de BBO pompé à 527 nm. De gauche à droite et de haut en bas, cartes de gain pour les orientations cristallines  $\theta = 22,9^\circ$ ,  $\theta = 22,934^\circ$ ,  $\theta = 22,95^\circ$  et  $\theta = 23,09^\circ$ . La longueur des cristaux est ajustée pour obtenir un gain de  $10^6$  avec un éclairage de pompe de  $500 \text{ MW/cm}^2$ .

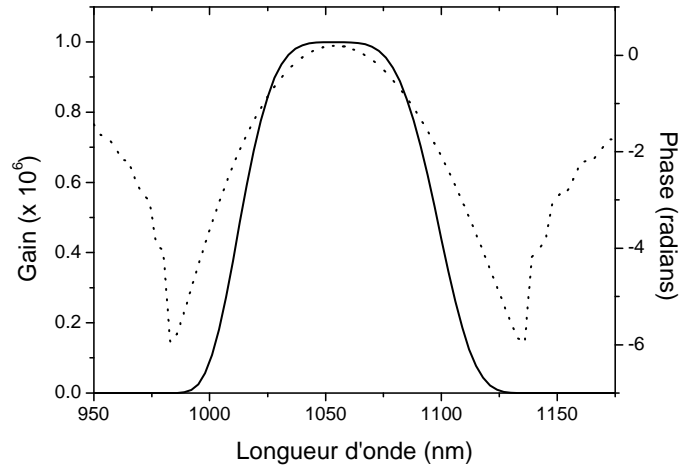


FIG. 2.18 – Accord de phase colinéaire dans un cristal de BBO avec :  $\lambda_p=527 \text{ nm}$ ,  $I_p=500 \text{ MW/cm}^2$ ,  $\theta=22,934^\circ$ ,  $L=22,1 \text{ mm}$ . En trait plein : gain paramétrique. En pointillés : phase non linéaire.

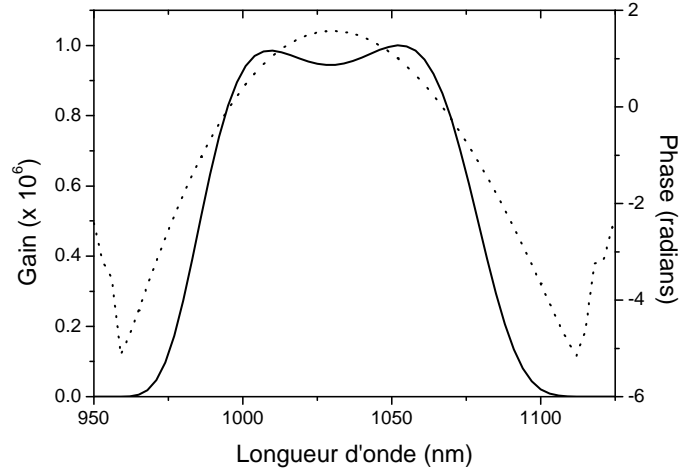


FIG. 2.19 – Accord de phase non colinéaire (angle interne de  $1^\circ$ ) dans un cristal de BBO avec :  $\lambda_p=527$  nm,  $I_p=500$  MW/cm<sup>2</sup>,  $\theta=23,09^\circ$ ,  $L=22,1$  mm. En trait plein : gain paramétrique. En pointillés : phase non linéaire.

### Accord de phase non critique d'ordre 3

Lorsque l'accord de phase est d'ordre 3, les lieux d'accord de phase sont des fonctions cubiques (au premier ordre) et l'on s'attend à observer des bandes de gain structurées avec trois pics de gains en général. Un exemple de bande de gain pour un accord de phase d'ordre 3 est donnée, pour le LBO, en figure 2.21.

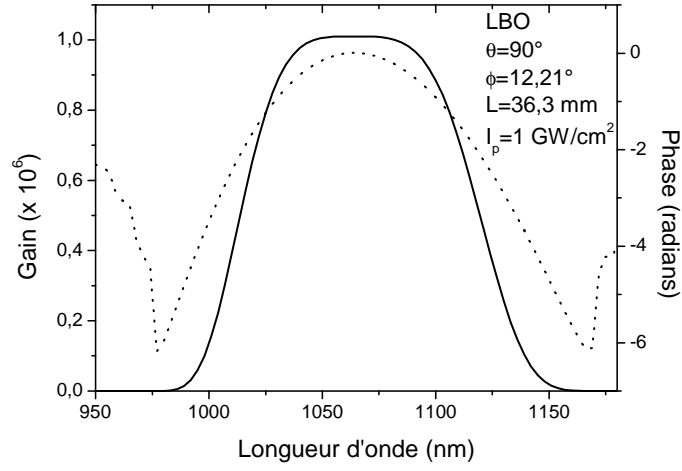


FIG. 2.20 – Accord de phase colinéaire dans un cristal de LBO avec :  $\lambda_p=532$  nm,  $I_p=1$  GW/cm<sup>2</sup>,  $\theta=90^\circ$ ,  $\theta=12,21^\circ$ ,  $L=36,3$  mm. En trait plein : gain paramétrique. En pointillés : phase non linéaire.

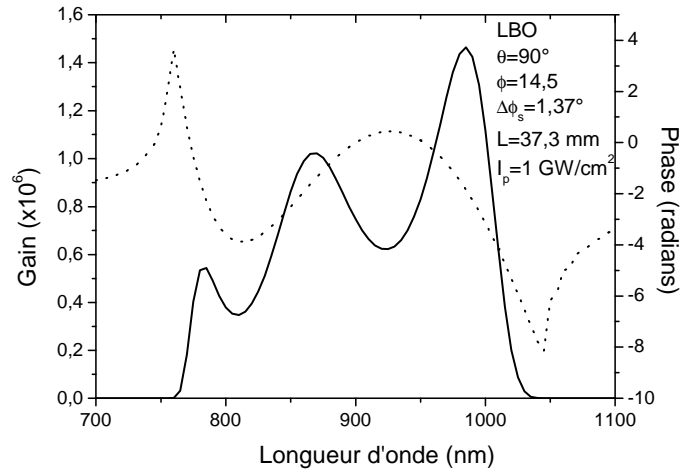


FIG. 2.21 – Accord de phase non colinéaire (angle interne de  $1,37^\circ$ ) d'ordre 3 dans un cristal de LBO avec :  $\lambda_p=532$  nm,  $I_p=1$  GW/cm<sup>2</sup>,  $\theta=90^\circ$ ,  $\theta=12,21^\circ$ ,  $L=36,3$  mm. En trait plein : gain paramétrique. En pointillés : phase non linéaire.

## Conclusion de chapitre

Les points clés de ce chapitre sont :

- la condition d'accord de phase ou de quasi-accord de phase correspond, en géométrie colinéaire ou non colinéaire, à

$$\Delta k_{\parallel} = (\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_c - \mathbf{k}_0)_{\parallel} = 0$$

et peut être obtenue par différentes techniques, notamment par biréfringence et par retournement périodique de domaines ;

- les conditions d'accord de phase large bande spectralement (à l'ordre 2) correspondent à un accord des vitesses de groupe des ondes signal et complémentaire suivant la direction de propagation de l'onde signal :

$$v_{g,c} \cos(\theta_s^0 - \theta_c^0) = v_{g,s}$$

- en géométrie quasi-colinéaire et quasi-dégénérée, la bande de gain est intrinsèquement limitée par la dispersion optique :

$$\Delta\omega_s^{(2)} = \sqrt{\frac{2\Delta k_{1/2}}{D_s + D_c}}$$

- en géométrie non colinéaire et non dégénérée, il est possible d'obtenir un accord de phase d'ordre 3 pour certaines longueurs d'onde.

Des ordres de grandeur ainsi que des courbes de gain ont été indiqués pour les cristaux de BBO et de LBO pour différentes géométries et en régime non saturé. Pour le BBO en particulier, la bande de gain est large de plus d'une centaine de nm dans la configuration quasi-dégénérée et quasi-colinéaire.





# Chapitre 3

## Application au quasi-accord de phase par retournement de polarisation.

Chacun appelle "idées claires"  
celles qui sont au même degré de  
confusion que les siennes propres.

---

À l'ombre des jeunes filles en  
fleurs, Marcel PROUST

CE chapitre est consacré à l'étude de l'amplification paramétrique dans les cristaux pour lesquels le quasi-accord de phase est réalisé par retournement de domaines. Il s'agit, en grande partie, d'une extension de la partie 1.5.2 puisque tout le chapitre se place dans le cadre de l'approximation paramétrique<sup>1</sup>. De plus, le quasi-accord de phase par retournement de domaines peut être perçu, en première approximation, comme une simple juxtaposition de cristaux massifs.

Les propriétés des cristaux à quasi-accord de phase sont, cependant, suffisamment différentes de celles des cristaux massifs pour justifier qu'un chapitre leur soit consacré. En particulier, le quasi-accord de phase par retournement de polarisation donne accès à des degrés de libertés qui n'ont pas d'équivalent dans les cristaux massifs. La distribution des épaisseurs des domaines (le réseau) permet, par exemple, de structurer la bande de gain, ou encore, de modifier la loi de phase de l'amplificateur. Le fil rouge de ce chapitre est d'établir dans quelle mesure il est possible de façonner « sur mesure » un amplificateur paramétrique.

La première partie du chapitre établit une relation du type Kramers-Kronig pour les amplificateurs paramétriques à quasi-accord de phase. La seconde partie re-établit les conditions du quasi-accord de phase pour un cristal retourné périodiquement et propose un formalisme permettant de calculer la bande de gain d'un cristal dont le réseau est quelconque.

---

1. Éclairement de pompe constant.

### 3.1 Propriétés générales de la bande de gain

Le système différentiel étudié dans l'approximation de la pompe constante est un système d'équations très général fréquemment rencontré en physique et désigné sous le nom de système de Zakharov-Shabat [115] :

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} Z_s \\ Z_c^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\delta & -iq \\ iq^* & -i\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_s \\ Z_c^* \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Dans le cas particulier de l'amplification paramétrique, il faut rajouter au système précédent les conditions initiales suivantes :

$$\begin{cases} Z_s = Z_s(0) \\ Z_c^* = 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

En optique, le système d'équation (3.1) se retrouve dans des problèmes aussi variés que les dépôts de couches minces [37], l'optique guidée [111], les fibres de Bragg [100][30] mais aussi les guides d'ondes couplés [70][74], l'effet Brillouin ou l'effet Kerr [115]. Plus généralement, ce système décrit les mécanismes d'échange d'énergie entre deux ondes (co-propagatives ou contra-propagatives) placées dans un milieu résonnant non absorbant ( $\delta$  représente l'écart à la résonance) et couplées par un coefficient  $q$ .

En optique, ce système d'équations est le plus souvent connu sous le nom de modèle des modes couplés et des ouvrages entiers sont consacrés à son étude. En optique en particulier, l'ouvrage de Yariv [112] fait référence en la matière. Une étude mathématique des propriétés des solutions du système ZS particulièrement intéressante a été récemment publiée par Sacks [93]. L'auteur y établit une classification des problèmes du type modes couplés en fonction des conditions limites et du signe relatif de  $q$  dans les deux termes antidiagonaux de la matrice des poids de (3.1).

Les solutions de ce système différentiel possèdent des propriétés très générales et particulièrement instructives. L'objet de ce chapitre est de montrer qu'en vertu de ces propriétés, la bande de gain complexe d'un amplificateur paramétrique est une fonction causale et qu'en conséquence la phase et l'amplitude de la bande de gain sont liées par une transformation de Hilbert et une loi du type Kramers-König.

Afin de simplifier les notations et de traiter le problème le plus général possible, nous allons désigner sous le nom de système ZS le système suivant où le coefficient de couplage  $q$  est une fonction complexe variant avec la distance de propagation  $z$ .

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} u(z, \delta) \\ v(z, \delta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\delta & -iq(z) \\ iq(z)^* & -i\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(z, \delta) \\ v(z, \delta) \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

La correspondance avec le problème du mélange à trois ondes est alors la suivante :

$$u \Longleftrightarrow Z_s \qquad u \Longleftrightarrow Z_c^* \qquad (3.4)$$

$$q \Longleftrightarrow -q \qquad \delta \Longleftrightarrow \Delta k/2 \qquad (3.5)$$

Les fonctions recherchées  $u$  et  $v$  sont, à priori, des fonctions à valeurs complexes dépendant de deux variables : la distance de propagation  $z \in \mathbb{R}$  et le désaccord de phase ou écart à la résonance  $\delta \in \mathbb{R}$ .

Il est utile de remarquer que ce système est formellement identique au système (1.11) en supposant connues les variations de l'amplitude de pompe  $u_p(z)$ . Ce système permet également de supposer que le coefficient non linéaire du cristal varie au cours de la propagation. Le modèle présenté s'applique donc à la fois au régime de saturation et au cas des matériaux retournés périodiquement.

### 3.1.1 Relations de Manley-Rowe dans le plan complexe et relation de causalité

#### Fil directeur

L'objet de cette partie est de démontrer, par une méthode suggérée par Sacks [93] que :

- le prolongement de la fonction  $u(L, \delta)$  dans le plan complexe est analytique dans le demi-plan inférieur si  $v(0, \delta) = 0$
- $u(L, \delta) \sim \exp(i\delta L)$  lorsque  $\delta \rightarrow \infty$

Les conséquences de ces deux points seront détaillées dans la partie suivante.

#### Démonstration

Supposons que le système ZS s'applique à une région de l'espace comprise entre 0 et  $L$ . Il est possible de prolonger les fonctions  $u(z, \delta)$ ,  $v(z, \delta)$  et  $q(z)$  au delà de cette région et d'étendre  $\delta$  au plan complexe. Nous supposons donc  $u(z, \delta)$  et  $v(z, \delta)$  définies pour tout  $z$  réel et pour tout  $\delta$  complexe. La fonction  $q$  est prolongée par  $q(x) = 0$  pour  $z < 0$  et  $z > L$ .

#### Relation de Manley-Rowe dans le plan complexe

La quantité  $\nu(z, \delta)$  définie pour tout  $z$  réel et tout  $\delta$  complexe

$$\nu(z, \delta) = |u(z, \delta)|^2 - |v(z, \delta)|^2 \qquad (3.6)$$

possède une dérivée dont l'expression est la suivante :

$$\frac{\partial \nu}{\partial z} = i(\delta - \delta^*) \left( |u(z, \delta)|^2 + |v(z, \delta)|^2 \right) \qquad (3.7)$$

Pour  $\delta$  réel, on obtient :

$$\frac{\partial \nu}{\partial z} = 0$$

et  $\nu$  est conservée au cours de la propagation :

$$\nu(z, \delta) = \nu(0, \delta)$$

ce qui signifie :

$$|u(z, \delta)|^2 - |v(z, \delta)|^2 = |u(0, \delta)|^2 - |v(0, \delta)|^2$$

Ce qui correspond exactement à la troisième relation de Manley-Rowe. L'interprétation non linéaire de cette relation est que les variations de flux de photons signal et complémentaires doivent être égales au cours de l'interaction non linéaire.

**$u(L, \delta)$  n'admet pas de zéro pour  $\text{Im}(\delta) < 0$  si  $v(0, \delta) = 0$**

Si l'on considère maintenant l'intégrale de (3.7) sur l'intervalle  $z \in ]-\infty, \infty[$  nous obtenons l'égalité :

$$-2\text{Im}(\delta) \int_{-\infty}^{+\infty} (|u(z, \delta)|^2 + |v(z, \delta)|^2) dz = \nu(+\infty) - \nu(-\infty) \quad (3.8)$$

Or, à partir du système (3.3) prolongé pour tout  $z$ , il est facile de prouver que pour  $z > L$  les fonction  $u$  et  $v$  varient, en module, comme :

$$|u(z, \delta)| = |u(L, \delta)| \exp(-\text{Im}(\delta)z)$$

$$|v(z, \delta)| = |v(L, \delta)| \exp(+\text{Im}(\delta)z)$$

et pour  $z < 0$  comme :

$$|u(z, \delta)| = |u(0, \delta)| \exp(-\text{Im}(\delta)z)$$

$$|v(z, \delta)| = |v(0, \delta)| \exp(+\text{Im}(\delta)z)$$

En conséquence, si on a simultanément  $u(L, \delta) = 0$  et  $v(0, L) = 0$  pour un certain  $\delta$  de partie imaginaire strictement négative alors  $u(z, \delta)$  et  $v(z, \delta)$  sont identiquement nulles ou décroissent exponentiellement vers zéro pour  $z < 0$  et  $z > L$ . Ceci a pour conséquence que  $\nu(z, \delta)$  tend vers 0 pour lorsque  $z$  tend vers  $-\infty$  et  $+\infty$  et que  $\nu(-\infty, \delta) = \nu(+\infty, \delta)$ .

Ceci est en contradiction avec (3.8) puisque, pour  $u(z, \delta)$  et  $v(z, \delta)$  non identiquement nulles, l'équation (3.8) implique  $\nu(-\infty, \delta) > \nu(+\infty, \delta)$ . Ce raisonnement démontre donc que  $u(L, \delta)$  ne peut admettre de zéro dans le demi-plan inférieur  $\text{Im}(\delta) < 0$  si  $v(0, \delta) = 0$ .

**$u(L, \delta)$  tend vers  $\exp(i\delta L)$  lorsque  $\delta \rightarrow \infty$**

Lorsque  $|\delta| \rightarrow \infty$  alors les solutions sont dominées par le terme de déphasage et l'on peut négliger l'effet du couplage et considérer que  $q \rightarrow 0$ . Les solutions du système (3.3)

sont alors telles que  $u(L, \delta) \sim \exp(i\delta L)$ .

### 3.1.2 Causalité et gain paramétrique

Dans le cas précis de l'amplification paramétrique, l'intensité de l'onde complémentaire est nulle à l'entrée du cristal. Ceci correspond à la condition initiale  $Z_c = 0$  ou encore à  $v(0, \delta) = 0$ .

Comme démontré dans la partie précédente, on a donc les résultats :

- $u(L, \delta)$  est analytique dans le demi-plan inférieur ;
- $u(L, \delta) \sim \exp(i\delta L)$  lorsque  $\delta \rightarrow \infty$ .

Des deux derniers points on déduit que la fonction

$$F(\delta) = \ln [u(L, \delta) \exp(-i\delta L)]$$

est également analytique dans le demi-plan inférieur du plan complexe  $\text{Im}(\delta) < 0$  et tend vers 0 lorsque  $|\delta| \rightarrow \infty$ . Il découle alors des propriétés classiques des fonctions analytiques que  $F(\delta)$  est une fonction causale ou encore de phase minimum. En particulier, sur l'axe réel, les parties réelle et imaginaire de  $F(\delta)$  sont reliées par une transformée de Hilbert :

$$F(\delta) = \frac{1}{i\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(\delta')}{\delta - \delta'} d\delta' \quad (3.9)$$

En revenant à la fonction  $u(L, \delta)$ , on a donc :

$$\ln [u(L, \delta) \exp(-i\delta L)] = \frac{1}{i\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln [u(L, \delta') \exp(-i\delta' L)]}{\delta - \delta'} d\delta' \quad (3.10)$$

En décomposant  $u(L, \delta) \exp(-i\delta L)$  en module et argument, on obtient une équation reliant la phase au module de  $u$ . Comme il se trouve que  $u(L, \delta) \exp(+i\delta L)$  est précisément proportionnel au gain complexe  $g(\delta) = Z_s(L)/Z_s(0)$  de l'amplificateur paramétrique, l'équation (3.9) conduit donc à la relation clé suivante permettant de calculer la phase non linéaire associée à une bande de gain paramétrique donnée :

$$\boxed{\arg(g(\delta)) = 2\delta L - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln |g(\delta')|}{\delta - \delta'} d\delta'} \quad (3.11)$$

En conclusion, indépendamment des valeurs de la fonction de couplage  $q(z)$ , le gain paramétrique complexe vérifie nécessairement les conditions suivantes :

- $|g| \geq 1$  (Manley-Rowe)
- $|g| \rightarrow 1$  lorsque  $|\delta| \rightarrow \infty$  (bande de gain finie)
- $\arg(g) = 2\delta L - i\mathcal{H}[\ln(g)]$  (condition de phase minimum)

**Remarque :** l'intégrale de Hilbert porte sur l'ensemble des  $\delta$ , or,  $\delta$  étant proportionnel au désaccord de phase  $\Delta k$  qui dépend lui-même de la fréquence optique, toutes les valeurs

de  $g(\delta)$  ne sont pas nécessairement expérimentalement accessibles. En particulier, pour un amplificateur dégénéré en fréquence en type I, le désaccord de phase présente un extremum local en fonction de la fréquence optique et le signe de  $\Delta k$  demeure constant sur toute la bande de gain. Il ne semble donc pas possible d'appliquer les formules précédentes telles quelles dans tous les cas, à moins d'examiner les modifications à apporter aux formules établies.

## 3.2 Quasi-accord de phase résonnant

Un cristal non linéaire retourné périodiquement peut être décrit comme une juxtaposition de  $N$  domaines dont le coefficient non linéaire est alternativement  $+d_0$  et  $-d_0$ . Notons  $L_n$  l'épaisseur du  $n^{\text{ième}}$  domaine,  $z_n$  la position de la première interface du domaine numéro  $n$  et  $\{u_n^\pm, v_n^\pm\}$  les amplitudes réduites des champs signal et complémentaire au niveau des interfaces du domaine  $n$ . Les signes  $+$  et  $-$  désignent les amplitudes de part et d'autre de l'interface localisée en  $z_n$ .

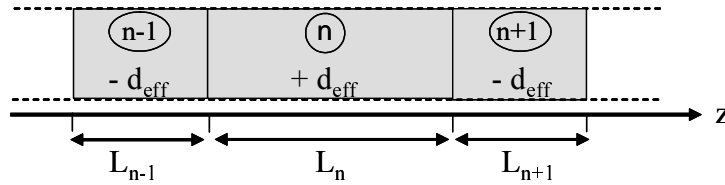


FIG. 3.1 – Schéma d'une portion de cristal retourné périodiquement.

Comme le signe du coefficient non linéaire change à chaque interface, le coefficient de couplage  $q(z)$  s'écrit :

$$q(z) = q_0 \exp(in\pi) \text{ for } z_n \leq z \leq z_{n+1} \quad (3.12)$$

où  $q_0$  peut être choisi réel par un choix adéquat de l'origine des phases. Afin d'éliminer la dépendance explicite de  $q(z)$  avec  $n$ , il est utile de travailler avec le nouveau couple de variables :

$$U(z) = u(z) \exp(+in\frac{\pi}{2}) \text{ for } z_n \leq z < z_{n+1} \quad (3.13)$$

$$V(z) = v(z) \exp(-in\frac{\pi}{2}) \text{ for } z_n \leq z < z_{n+1} \quad (3.14)$$

Avec ces nouvelles variables, le système ZS ne fait plus intervenir explicitement la variable  $n$ . Il suffit alors d'intégrer le système différentiel suivant en  $\{U, V\}$  sur le segment semi-ouvert  $[z_n^+, z_{n+1}^-]$  :

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\delta & -i\gamma_0 \\ i\gamma_0 & -i\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

avec les conditions initiales  $\{U_n, V_n\}$  en  $z = z_n^+$ . Comme tous les coefficients sont constants,

on trouve, comme pour les cristaux massifs<sup>2</sup> :

$$\begin{pmatrix} U_{n+1}^- \\ V_{n+1}^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\gamma L_n) + i\frac{\delta}{\gamma} \sin(\gamma L_n) & -i\frac{q_0}{\gamma} \sin(\gamma L_n) \\ i\frac{q_0}{\gamma} \sin(\gamma L_n) & \cos(\gamma L_n) - i\frac{\delta}{\gamma} \sin(\gamma L_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_n^+ \\ V_n^+ \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

où  $\gamma$  est défini par :

$$\gamma = \sqrt{\delta^2 - q_0^2} \quad (3.17)$$

Comme on se place délibérément dans une situation où l'on ne peut pas avoir d'accord de phase, nous supposons, dans la suite que  $|\delta| \gg |q_0|$ . La quantité  $\gamma$  est alors réelle et les solutions de (3.16) sont des fonctions périodiques, de période  $2\pi/\gamma \simeq 4\pi/\Delta k(\Omega)$ .

Avec les définitions (3.13), le couple  $\{U_{n+1}^+, V_{n+1}^+\}$  s'obtient finalement en prenant en compte le passage de l'interface, ce qui s'écrit matriciellement :

$$\begin{pmatrix} U_{n+1}^+ \\ V_{n+1}^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{n+1}^- \\ V_{n+1}^- \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

ou encore :

$$\begin{pmatrix} U_{n+1}^+ \\ V_{n+1}^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i \cos(\gamma L_n) + \frac{\delta}{\gamma} \sin(\gamma L_n) & -\frac{q_0}{\gamma} \sin(\gamma L_n) \\ -\frac{q_0}{\gamma} \sin(\gamma L_n) & i \cos(\gamma L_n) - \frac{\delta}{\gamma} \sin(\gamma L_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_n^+ \\ V_n^+ \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Avec les variables  $U$  et  $V$ , le changement de signe du coefficient non linéaire se traduit par un déphasage à la traversée de l'interface, ce qui n'est pas sans rappeler ce qui se passe dans une fibre de Bragg ou un diélectrique multi-couche. L'analogie profonde entre un cristal retourné périodiquement et une fibre de Bragg sera développé ultérieurement.

La matrice de transfert (3.19) sera notée dans la suite  $\mathbf{T}_n$ . La matrice de transfert à l'ensemble des  $N$  domaines cumulés est alors égale au produit des  $N$  matrices de transfert  $\mathbf{T}_n$ . Si tous les domaines sont d'épaisseurs égales  $L_0$ , alors ce produit est simplement  $\mathbf{T}^N$  où  $\mathbf{T} = \mathbf{T}_0$ .

### 3.2.1 Réseau uniforme

La matrice de transfert  $\mathbf{T}$  est diagonalisable et peut être décomposée comme suit :

$$\mathbf{T} = \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{P}^{-1} \quad (3.20)$$

---

2. Cette matrice de transfert possède la propriété remarquable d'être unitaire, c'est-à-dire telle que  ${}^t M(L)^* M(L) = Id$ . Cette propriété découle de la symétrie entre les ondes et du principe de retour inverse de la lumière. En effet, par symétrie, on a  ${}^t M(L)^* = M(-L)$  et, le principe de retour inverse impose  $M(-L) = M(L)^{-1}$ .



où  $\mathbf{D}$  est diagonale et  $\mathbf{P}$  unitaire :

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \frac{\delta}{\gamma} \sin(\gamma L_0) - \sqrt{\left(\frac{\delta}{\gamma}\right)^2 \sin(\gamma L_0)^2 - 1} & 0 \\ 0 & \frac{\delta}{\gamma} \sin(\gamma L_0) + \sqrt{\left(\frac{\delta}{\gamma}\right)^2 \sin(\gamma L_0)^2 - 1} \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} i \cos(\gamma L_0) + \sqrt{\left(\frac{\delta}{\gamma}\right)^2 \sin(\gamma L_0)^2 - 1} & i \cos(\gamma L_0) - \sqrt{\left(\frac{\delta}{\gamma}\right)^2 \sin(\gamma L_0)^2 - 1} \\ \frac{q_0}{\gamma} \sin(\gamma L_0) & \frac{q_0}{\gamma} \sin(\gamma L_0) \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Cette décomposition permet de calculer facilement la matrice de transfert associée aux  $N$  domaines puisque le calcul de  $\mathbf{T}^N$  est alors réduit au calcul de :

$$\mathbf{T}^N = \mathbf{P} \mathbf{D}^N \mathbf{P}^{-1} \quad (3.23)$$

où  $\mathbf{D}$  est diagonale.

### 3.2.2 Condition de quasi-accord de phase ( $q_0 \ll \delta$ )

Il est intéressant de noter que *toute* l'information physique est contenue dans la seule matrice  $\mathbf{D}$ . En effet, si les coefficients diagonaux sont réels, alors les amplitudes croissent exponentiellement (quasi-accord de phase) avec  $z$ , alors que, si les coefficient sont imaginaires, les amplitudes seront des fonctions oscillantes de faible amplitude. Il y a quasi-accord de phase, lorsque :

$$\frac{\delta}{\gamma} \sin(\gamma L_0) > 1 \quad (3.24)$$

ce qui signifie :

$$L_0 \in \left] \frac{1}{\gamma} \arcsin\left(\frac{\gamma}{\delta}\right) + k \frac{\pi}{\gamma}, \pi - \arcsin\left(\frac{\gamma}{\delta}\right) + k \frac{\pi}{\gamma} \right[ \text{ with } k \in \mathbb{Z} \quad (3.25)$$

Dans l'approximation  $q_0 \ll \delta$  on obtient alors la condition asymptotique suivante pour le quasi-accord de phase :

$$L_0 \in \left] \frac{\pi}{2\delta} - \frac{q_0}{\delta^2} + k \frac{\pi}{\delta}, \frac{\pi}{2\delta} + \frac{q_0}{\delta^2} + k \frac{\pi}{\delta} \right[ \text{ with } k \in \mathbb{Z} \quad (3.26)$$

En se rappelant que  $\Lambda_c = \pi/(2\delta) = \pi/\Delta k$  correspond à la longueur de cohérence, on retrouve que le quasi-accord de phase est possible si les épaisseurs des domaines sont proches d'un nombre impair de fois la longueur de cohérence. Qui plus est, les écarts en épaisseur tolérées sont de l'ordre de :

$$\frac{4}{\pi} \frac{q_0}{\delta} \Lambda_c$$

### 3.2.3 Coefficient non linéaire effectif

Si  $L_0$  est maintenant proche d'un nombre impair de fois (ce nombre sera noté  $m$ ) la longueur de cohérence  $\Lambda_c$  on peut adopter l'écriture suivante :

$$2\delta L_0 = \Delta k L_0 = m\pi + \epsilon L_0 \Leftrightarrow L_0 = L_c / \left(1 - \epsilon \frac{L_c}{m\pi}\right) \quad (3.27)$$

où  $\epsilon \ll \pi/L_c$  est le *désaccord de phase relatif* (ou encore l'écart à résonance) et  $m$  est l'ordre du quasi-accord de phase. La matrice  $\mathbf{D}$  peut alors être simplifiée en :

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 - \sqrt{\left(\frac{2q_0}{m\pi}\right)^2 - \left(\frac{\epsilon}{2}\right)^2} L_c & 0 \\ 0 & 1 + \sqrt{\left(\frac{2q_0}{m\pi}\right)^2 - \left(\frac{\epsilon}{2}\right)^2} L_c \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

Avec les coefficients effectifs suivant

$$\tilde{q} = \frac{2q_0}{m\pi} \quad (3.29)$$

$$\tilde{\delta} = \frac{\epsilon}{2} \quad (3.30)$$

$$\tilde{\gamma} = \sqrt{\tilde{q}_0^2 - \tilde{\delta}^2} \quad (3.31)$$

la matrice  $\mathbf{D}$  peut être réécrite en :

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 - \tilde{\gamma} L_c & 0 \\ 0 & 1 + \tilde{\gamma} L_c \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Cette matrice peut être vue comme le début du développement limité de :

$$\begin{pmatrix} \exp(-\tilde{\gamma} L_c) & 0 \\ 0 & \exp(\tilde{\gamma} L_c) \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

ce qui met sur la voie de la solutions recherchée. En effet, la matrice de transfert globale  $\mathbf{T}^N$  a pour expression :

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} (1 - \tilde{\gamma} L_c)^N & 0 \\ 0 & (1 + \tilde{\gamma} L_c)^N \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

Or, on sait que, loin de l'accord de phase, la longueur de cohérence est très petite (quelques  $\mu m$ ) et que le gain sur un seul domaine est faible, on peut supposer que  $\tilde{\gamma} L_c \ll 1$ . De plus, comme un cristal de quelques mm contient plusieurs milliers de domaines, on a  $N \gg 1$ . Il est donc légitime d'utiliser l'approximation suivante :

$$(1 - \gamma L_c)^N \simeq \exp(-N\gamma L_c)$$

et d'écrire

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \exp(1 - \tilde{\gamma}L) & 0 \\ 0 & \exp(1 - \tilde{\gamma}L) \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

Dans les mêmes conditions, la matrice  $\mathbf{P}$  devient :

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} -i\tilde{\delta}L_c - \tilde{\gamma}L_c & -i\tilde{\delta}L_c + \tilde{\gamma}L_c \\ \tilde{q}_0L_c & \tilde{q}_0L_c \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

De l'équation (3.20), on déduit alors que la matrice  $\mathbf{T}^N$  prend la forme :

$$\mathbf{T}^N = \begin{pmatrix} \cosh(\tilde{\gamma}L) - i\frac{\tilde{\delta}}{\tilde{\gamma}} \sinh(\tilde{\gamma}L) & \frac{\tilde{q}}{\tilde{\gamma}} \sinh(\tilde{\gamma}L) \\ \frac{\tilde{q}}{\tilde{\gamma}} \sinh(\tilde{\gamma}L) & \cosh(\tilde{\gamma}L) + i\frac{\tilde{\delta}}{\tilde{\gamma}} \sinh(\tilde{\gamma}L) \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

qui est exactement la matrice de transfert d'un cristal massif avec un paramètre de gain effectif  $\tilde{q} = 2q_0/(n\pi)$  et un désaccord de phase effectif  $\tilde{\delta} = \epsilon/2$ .

### 3.2.4 Courbes de gain dans PPKTP et PPLN

Les bandes de gain du PPKTP et du PPLN sont calculées directement à partir du calcul numérique de  $\mathbf{T}^N$  pour les paramètres expérimentaux des chapitres 6 et 9.

#### PPKTP

Dans le cas du PPKTP, la longueur d'onde de pompe est 532 nm, l'éclairement de pompe de 100 MW/cm<sup>2</sup> et l'on suppose que la période de retournement est telle que l'on ait le quasi-accord de phase d'ordre 1 pour 532 nm (e)  $\longrightarrow$  1064 nm (e) + 1064 nm (e) à 30°C. Pour un cristal de 12,1 mm et un coefficient non linéaire de 15,3pm/V, on trouve un gain de 10<sup>6</sup> à l'accord de phase. Comme on peut l'observer sur la figure 3.2, les courbes

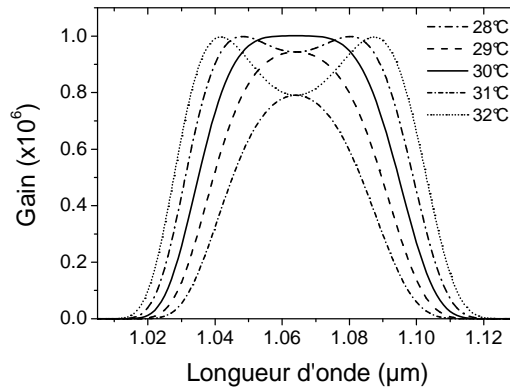


FIG. 3.2 – Courbes de gain dans le PPKTP pour différentes températures. La période de retournement du cristal est de 6,739  $\mu\text{m}$ .

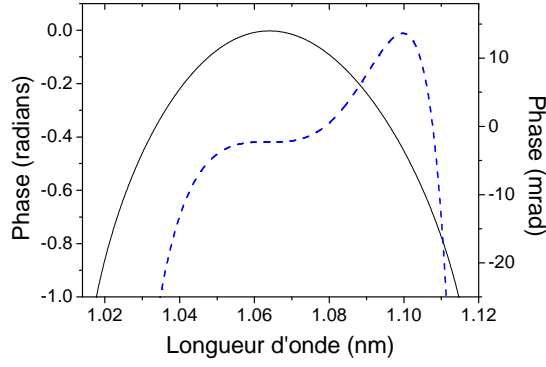


FIG. 3.3 – Phase non linéaire totale (trait plein) introduite par l’amplification paramétrique à 30 °C . En pointillés est indiquée la phase non linéaire à la quelle on retranché la phase d’origine quadratique.

de gain et de phase sont de la même forme que celles trouvées pour les cristaux massifs. La largeur de la bande de gain à 30°C est ici de 60 nm, soit deux fois moins que le BBO environ, ce qui s’explique par le caractère plus dispersif de KTP (voir la discussion de la sous-section 4.3.1). La phase spectrale (figure 3.3) introduite par l’amplification (en plus de la phase acquise par la propagation « linéaire ») est essentiellement quadratique au voisinage du maximum de la bande de gain, comme le montre l’ordre de grandeur de la phase d’origine cubique (quelques mrad). Ce résultat s’interprète simplement dans le cadre du résultat établi dans la sous-section 1.5.2 : au voisinage du maximum de gain, la phase non linéaire est proportionnelle au désaccord de phase et celui-ci varie quadratiquement autour de la dégénérescence.

## PPLN

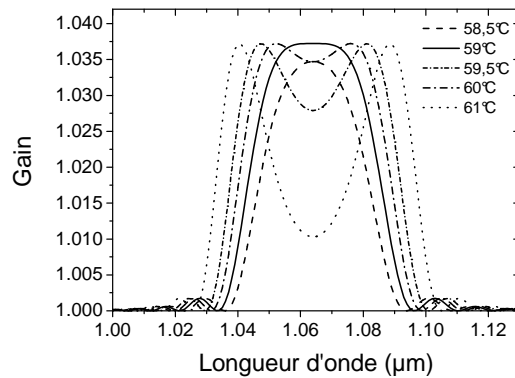


FIG. 3.4 – Courbes de gain dans le PPLN pour différentes températures. La période de retournement du cristal est de 6,92  $\mu\text{m}$ .

A titre de comparaison et pour présenter un résultat utilisé dans le chapitre 9, les

courbes de gain d'un cristal de niobate de Lithium retourné périodiquement (PPLN) sont indiquées en figure 3.4 pour un éclairement de pompe de  $64 \text{ kW/cm}^2$ .

La longueur d'onde de pompe est  $532 \text{ nm}$  et le pas de retournement de  $6,92 \text{ }\mu\text{m}$ .

## Conclusion de chapitre

Ce chapitre est consacré à l'étude des cristaux retournés périodiquement et en particulier au quasi-accord de phase par retournement de polarisation. En résumé :

- la première partie du chapitre établit des propriétés très générales de la bande de gain d'un amplificateur paramétrique à quasi-accord de phase. En particulier, il est montré que, pour tout réseau périodique ou apériodique, que la bande de gain et la phase spectrale sont reliées par une transformée de Hilbert, ce qui signifie qu'il n'est pas possible de modeler, à volonté, la bande de gain d'un tel amplificateur sans déformer la phase spectrale :

$$\arg(g(\delta)) = 2\delta L - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln |g(\delta')|}{\delta - \delta'} d\delta' \quad (3.38)$$

- la seconde partie du chapitre est une démonstration originale du comportement macroscopique d'un cristal retourné périodiquement ou apériodiquement. On montre que, dans le cas rigoureusement périodique, si le nombre de domaines est suffisamment élevé, un cristal de période  $\Lambda_c$  et de coefficient non linéaire  $d$ , se comporte comme un cristal massif à l'accord de phase de coefficient non linéaire

$$d_{\text{eff,PP}} = \frac{2}{\pi} d_{\text{eff}}$$

.



## Deuxième partie

# Amplification paramétrique optique à dérive de fréquence





# Chapitre 4

## Introduction à l'OPCPA

L'homme raisonnable s'adapte au monde. L'homme déraisonnable essaye d'adapter le monde à lui-même. Par conséquent, tout progrès dépend de l'homme qui n'est pas raisonnable.

---

Georges Bernard SHAW

LES travaux expérimentaux menés au sein du Laboratoire pour l'Utilisation des Lasers Intenses (LULI), ont porté sur l'étude de l'*amplification paramétrique optique à dérive de fréquence* à 1054 nm. Cette étude s'inscrit dans le cadre d'un projet de jouvence du laboratoire et, en particulier, dans le cadre de la construction et de l'amélioration de deux chaînes laser de forte puissance : les chaînes Petawatt (400 J, 400 fs) et 100 TW respectivement (30 J, 300 fs).

Le fil conducteur de cette partie du travail de thèse porte sur les performances et les limites de cette technique d'amplification. Plus précisément, j'ai cherché à évaluer les performances d'un *préamplificateur* millijoule en termes de qualités spatiales, spectrales et temporelles (contraste temporel). La longueur d'onde de travail est fixée, dans cette partie, à 1 054 nm, qui est la longueur d'onde centrale d'émission des verres dopés au Néodyme, le matériau laser constitutif des chaînes laser de forte énergie utilisées au LULI.

Le cadre de cette étude déborde néanmoins du LULI puisqu'une partie des résultats expérimentaux ont été obtenus en collaboration avec deux laboratoires états-unien : le Lawrence Livermore National Laboratory (Livermore, Californie) et le Laboratory for Laser Energetics (Rochester, New York).

DURÉE	(s)	PUISSANCE	(W)
Milli	$10^{-3}$	Kilo	$10^3$
Micro	$10^{-6}$	Mega	$10^6$
Nano	$10^{-9}$	Giga	$10^9$
Pico	$10^{-12}$	Tera	$10^{12}$
Femto	$10^{-15}$	Peta	$10^{15}$
Atto	$10^{-18}$	Exa	$10^{18}$
Zepto	$10^{-21}$	Zetta	$10^{21}$
Yocto	$10^{-24}$	Yotta	$10^{24}$

TAB. 4.1 – Préfixes des unités physiques pour les grands exposants

## 4.1 L'amplification à dérive de fréquence

### Pourquoi amplifier ?

Les impulsions lumineuses de très courtes durées (inférieures à la picoseconde) trouvent des applications aussi variées que le micro usinage mécanique, la chirurgie oculaire, l'étude résolue en temps de mouvements moléculaires, atomiques ou électroniques, l'imagerie en milieux turbulents, la production de faisceaux de protons à usage thérapeutique ou encore, dans un avenir proche, l'allumage de réactions de fusion thermonucléaire contrôlée. Toutes ces applications tirent profit de la possibilité de concentrer, sous forme optique, de l'énergie sur des durées très courtes, dans le but de découper la matière, de la modifier ou encore de la traverser.

Ces multiples applications nécessitent des impulsions suffisamment énergétiques, or, on ne sait pas aujourd'hui créer ces impulsions avec des niveaux d'énergie suffisants pour toutes les applications. D'où la nécessité d'amplifier ces impulsions depuis leur niveau d'énergie d'origine (de l'ordre de quelques nJ à quelques dizaines de nJ, en sortie d'oscillateur femtoseconde) jusqu'à quelques mJ, pour les applications les plus courantes, et jusqu'au kJ, pour la fusion inertielle.

### La technique CPA

Les techniques actuelles d'amplification par des milieux laser reposent sur une technique appelée amplification à dérive de fréquence, technique désignée par l'acronyme anglo-saxon CPA<sup>1</sup> et utilisée dans les chaînes de puissance depuis 1985 [101]. L'originalité de la technique CPA est de tirer parti de la largeur spectrale associée aux impulsions courtes pour modifier temporairement la durée des impulsions afin de s'affranchir des effets indésirables<sup>2</sup> qui apparaissent en présence d'impulsions à la fois brèves et très intenses. L'amplification directe de telles impulsions se traduirait, en effet, par la détérioration irréversible du milieu amplificateur. Plus précisément, avec la technique CPA l'amplification se déroule en trois temps :

- 
1. Pour Chirped Pulse Amplification
  2. Filamentation, claquage diélectrique...

- la durée des impulsions brèves est artificiellement allongée de 3 ou 4 ordres de grandeur ;
- l'énergie des impulsions est amplifiée par passage dans un ou plusieurs milieux laser ;
- les impulsions sont recomprimées jusqu'à leur durée initiale.

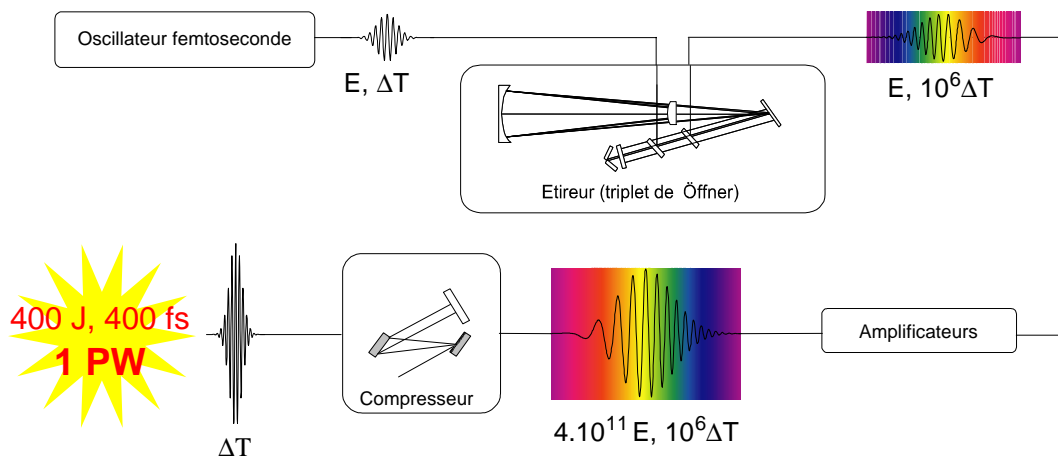


FIG. 4.1 – Principe de l'amplification à dérive de fréquence. Les ordres de grandeur indiqués sont ceux de chaîne Pico2000 en cours de construction au laboratoire LULI.

## La notion de dérive de fréquence

La possibilité de comprimer des impulsions optiques repose sur une idée simple : en faisant parcourir des chemins optiques différents aux différentes fréquences qui composent une impulsion brève, il est possible de retarder ou d'avancer certaines fréquences relativement aux autres. Lorsque le délai entre les fréquences extrêmes du spectre est suffisamment grand, on peut faire l'approximation que la fréquence instantanée de l'impulsion varie avec le temps et écrire le champ électrique de l'impulsion sous la forme :

$$E(x, y, z, t) = E(x, y, z) e^{i\omega(t)t}$$

Lorsque la fréquence varie *linéairement* avec le temps, c'est-à-dire que  $\omega(t) = \omega_0 + \chi t$ , on parle de dérive de fréquence. Lorsque  $\chi$  est positif, la dérive de fréquence est dite positive et lorsque  $\chi$  est négatif, la dérive de fréquence est dite négative. Pratiquement, pour les fréquences optiques et jusqu'à  $1,5 \mu\text{m}$  environ, les matériaux optiques introduisent naturellement une dérive de fréquence positive<sup>3</sup>. Une dérive de fréquence négative est néanmoins obtenue par des paires de prismes [34] ou – et c'est le cas le plus fréquent – par une paire de réseaux [103].

Lorsque l'on souhaite étirer puis comprimer une impulsion brève avec de très fortes dérives de fréquence, il est nécessaire de disposer d'un système étireur et d'un système compresseur introduisant des dérives de fréquence de signes opposés. Une technique proposée par Martinez [80, 81] en 1987 consiste à utiliser deux paires de réseaux, l'une des

3. Loi de Cauchy :  $n(\omega) = A + B\omega^2$ .

paires étant utilisée comme compresseur, l'autre paire étant utilisée comme étireur. L'insertion d'un système afocal de grandissement -1 entre les réseaux de l'étireur permet alors de renverser le signe de la dérive de fréquence et de l'utiliser comme tel.

## 4.2 L'amplification paramétrique optique à dérive de fréquence

### 4.2.1 Principe

La technique OPCPA, une variante de la technique CPA, consiste à utiliser dans une chaîne CPA un amplificateur paramétrique optique en lieu et place des amplificateurs laser. Plus précisément, le milieu à gain est un cristal non linéaire pompé par une impulsion optique de forte énergie et orienté de façon à être à l'accord de phase pour la longueur d'onde que l'on souhaite amplifier.

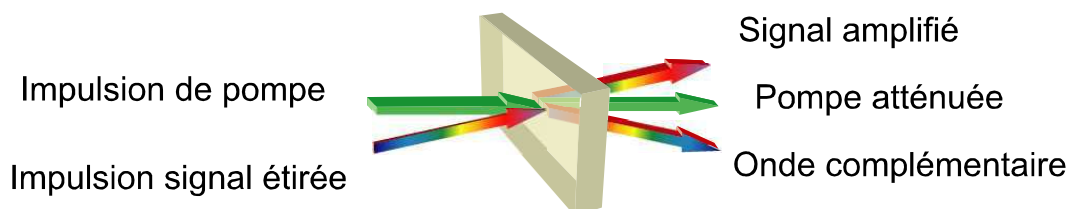


FIG. 4.2 – Amplificateur paramétrique optique à dérive de fréquence

### 4.2.2 OPCPA et NOPA

S'il a fallu attendre 1997 pour que l'article fondateur de Ian Ross [91] établisse l'OPCPA comme une technique viable et prometteuse, la première démonstration expérimentale de l'OPCPA par Dubietis et ses collaborateurs [27] remonte à 1992. A ce sujet, il faut remarquer que l'idée même d'amplifier des impulsions brèves par amplification paramétrique n'est pas une idée si récente puisque les amplificateurs paramétriques non colinéaires femtosecondes (NOPA en anglais) ont été très largement développés à travers le monde dans les années 90. Les NOPA ont permis de générer des impulsions optiques parmi les plus courtes jamais produites [96] et ont également permis d'étendre la gamme spectrale des sources ultra-courtes depuis le proche ultra-violet jusqu'à l'infrarouge lointain. En réalité, rien ne distingue un OPCPA d'un NOPA dans son principe même : les deux techniques consistent à amplifier par amplification paramétrique des impulsions brèves étirées.

A la différence d'un NOPA toutefois, les impulsions signal et pompe d'un OPCPA ne proviennent pas, en général<sup>4</sup>, du même laser mais de deux lasers synchronisés : un oscillateur femtoseconde génère les impulsions à amplifier, un laser picoseconde ou nanoseconde

4. Les OPCPA auto-pompés échappent à la règle [27]

gène les impulsions de pompe. Une seconde spécificité tient aux ordres de grandeur mis en jeu. Dans un OPCPA les impulsions sont étirées jusqu'à la durée des impulsions de pompe, c'est-à-dire jusqu'à quelques dizaines de picosecondes [27][60] ou quelques nanosecondes [66], puis amplifiées sur une demi-douzaine ou une dizaine d'ordres de grandeur typiquement. Enfin, les cristaux utilisés sont le plus souvent très épais, depuis quelques millimètres jusqu'à une dizaine de centimètres, ce qui contraste avec les cristaux utilisés pour les NOPA qui sont tout au plus de quelques millimètres.

### 4.2.3 OPCPA et amplificateurs régénératifs

L'intérêt principal de cette technique est de se poser en alternative aux cavités régénératives [66], et aux amplificateurs laser multi-passages couramment utilisées pour amplifier des impulsions femtosecondes. L'OPCPA permet, en effet, de s'affranchir d'un grand nombre des contraintes liées à l'utilisation des matériaux laser. Dans un OPA, il n'y a pas de fluence de saturation, ni d'effets thermiques car le processus d'amplification ne fait pas intervenir de transition électronique résonnante. De plus, certains cristaux non linéaires autorisent des bandes de gain extrêmement larges et uniformes (plusieurs centaines de  $\text{cm}^{-1}$ ) même pour des gains dépassant  $10^6$  et ne présentent quasiment pas de rétrécissement spectral par le gain. Enfin et surtout, l'amplification paramétrique permet d'amplifier sur plusieurs ordres de grandeur en simple passage et sur des distances très courtes (quelques centimètres) ce qui réduit d'autant la complexité et l'encombrement des montages.

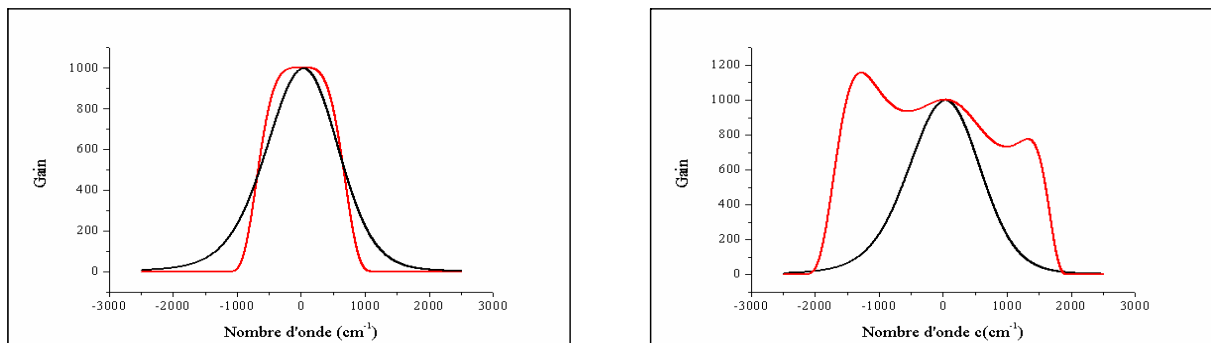


FIG. 4.3 – Bandes de gain comparées d'un OPA en LBO (à gauche, OPA colinéaire, à droite, OPA non colinéaire)

L'OPCPA ne permet pas seulement de reproduire les performances des cavités régénératives à base de Ti : Saphir, mais ouvre également de nouveaux horizons. Cette technique pourrait, par exemple, être adaptée à toute la gamme spectrale couverte par les NOPA, c'est-à-dire du visible à l'infrarouge moyen et, en particulier, aux longueurs d'onde peu ou pas couvertes par les amplificateurs laser. Ainsi, à 1053 nm, le gain du Ti : Saphir est très faible et les milieux dopés au Néodyme ne possèdent pas une bande de gain suffisante pour amplifier des impulsions brèves ( $<100$  fs) sur une demi-douzaine d'ordres de grandeur. L'OPCPA, en revanche, en est capable et permet, de plus, de se servir des chaînes

Référence	Année	$\lambda_p$ (nm)	$\lambda_s$ (nm)	$\tau_p$ (ns)	$\tau_s$ (ns)	$E_p$ (mJ)	Gain	$\tau_{compress}$ (fs)	Cristal	$L_c$ (mm)	$\eta$ (%)
Dubietis et al. [27]	1992	527	1055	0,008	0,005	3	$2 \cdot 10^4$	70	BBO	8	3
Ross et al. [89]	2000	527	1054	0,6	0,3	2 500	$10^{10}$	300	LBO+KDP	20+30	20
Yang et al. [110]	2002	532	1064	0,5	0,15	5 000	$4 \cdot 10^{10}$	155	LBO <sup>2</sup> +KDP	15+18+30	18
Jovanovic et al. [65]	2002	532	1054	8,5	3	510	$6 \cdot 10^7$	310	BBO <sup>3</sup>	15+15+10	6
Waxer et al. [108]	2003	527	1054	1	0,7	25	$6 \cdot 10^6$	470	LBO <sup>2</sup>	25+23	14
Yoshida et al. [113]	2003	532	1053	9,5	3	290	$10^8$	350	BBO <sup>2</sup>	15+15	23
Bagnoud et al. [4]	2005	527	1054	2,5	2,5	1 000	$3 \cdot 10^8$	350	LBO <sup>3</sup>	30+30+?	?

TAB. 4.2 – Articles expérimentaux parus depuis 1992 sur des OPCPA de forte énergie (plus de quelques mJ) à 1  $\mu$ m.  $\lambda_p$  : longueur d’onde de pompe.  $\lambda_s$  : longueur d’onde signal centrale.  $\tau_p$  : durée des impulsions de pompe.  $\tau_s$  : durées des impulsions étirées.  $E_p$  : énergie par impulsion de pompe.  $\tau_{compress}$  : durée des impulsions recomprimées.  $L_c$  : longueur des cristaux.  $\eta$  : rendement de conversion.

laser développées précédemment à 1053 nm (après doublement de fréquence). Deux études publiées par Ian Ross *et al.* en 1997 [91] et 2002 [90] montrent qu’en se plaçant aux seuils de dommage des composants optiques disponibles en 2002, il serait possible de générer par cette technique des impulsions de 22 fs atteignant 22 kJ à 1053 nm, soit une puissance crête de plus de 1017 PetaWatt (soit plus d’un ExaWatt). A la date de rédaction de ce manuscrit, l’OPCPA le plus puissant ayant fait l’objet d’une publication est celui du groupe de Yang [110] avec des impulsions amplifiées depuis une fraction de nJ jusqu’à 570 mJ et recomprimées jusqu’à 155 fs.

## 4.3 OPCPA : choix des paramètres expérimentaux

### 4.3.1 Le cristal non linéaire

#### Non linéarité du cristal et pouvoir dispersif

Le premier critère à prendre en considération dans le choix d’un matériau non linéaire est la force de sa non-linéarité. Cette force est exprimée à l’aide du coefficient noté  $d_{\text{eff}}$ . Ce coefficient est fonction du matériau, de l’orientation cristalline et des polarisations des impulsions optiques couplées par l’interaction non linéaire. L’unité associée est le pm/V et la plupart des cristaux non linéaires utilisés ont des  $d_{\text{eff}}$  de l’ordre de quelques pm/V dans le domaine visible et proche infrarouge. Comme le gain paramétrique dépend également des indices aux trois longueurs d’onde, un paramètre plus significatif de la non linéarité du cristal est <sup>5</sup> :

$$d_{\text{eff}}/n^{\frac{3}{2}}$$

Les figures de mérite des principaux cristaux non linéaires massifs possédant un accord de phase par biréfringence de type I en géométrie colinéaire sont données en figure 4.4 en fonction de l’inverse dispersion du matériau, c’est-à-dire en fonction d’une quantité proportionnelle à la largeur de la bande de gain de l’accord de phase en type I dégénéré.

5. Comme montré par Miller [83] en 1964, ce coefficient est quasi-indépendant du choix des longueurs d’onde et peut être considéré comme intrinsèque au cristal.

Dans la région (a), on trouve les cristaux très fortement non linéaires mais aussi très dispersifs tels que  $\text{KNbO}_3$  (niobate de Potassium) et  $\text{LiNbO}_3$  (niobate de Lithium). Dans la région (b) on trouve les cristaux de non linéarité modeste et de forte dispersion comme YCOB ( $\text{YCa}_4\text{O}(\text{BO}_3)_3$  ou oxyborate de Calcium et d'Yttrium) et GCOB ( $\text{GdCa}_4\text{O}(\text{BO}_3)_3$  ou oxyborate de Calcium et de Gadolinium). La région (c) situe les cristaux de faible non linéarité et de dispersion faible comme LBO (triborate de Lithium) et  $\text{KD}^*\text{P}$  (phosphate diacide de potassium deutéré). Enfin, la région (d) correspondrait à des cristaux à la fois efficaces et très peu dispersifs, mais, malheureusement, aucun cristal non linéaire ne se trouve dans cette région. Le choix du cristal non linéaire résulte donc d'un compromis entre non linéarité et largeur de bande de gain. Néanmoins, trois cristaux apparaissent comme de bons candidats pour l'amplification paramétrique large bande ; il s'agit des cristaux de BBO, de LBO et de KDP/ $\text{KD}^*\text{P}$ .

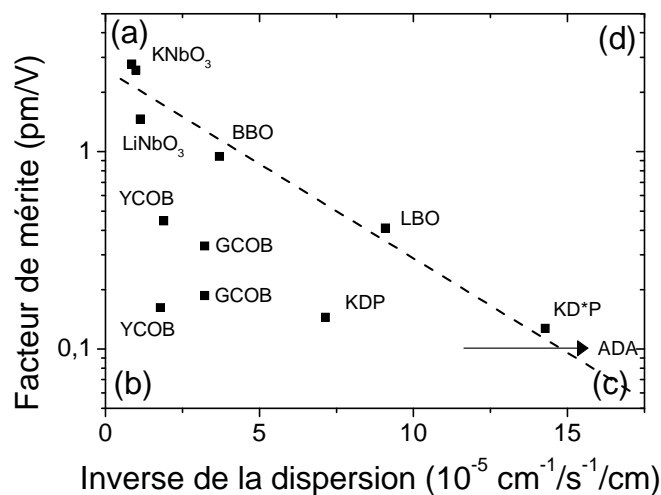


FIG. 4.4 – Facteur de mérite de différents matériaux non linéaires en fonction de la dispersion optique des matériaux. Les coefficients non linéaires, les indices optiques et les dispersions sont calculés pour un accord de phase de type I colinéaire  $532 \text{ nm} \rightarrow 1064 \text{ nm} + 1064 \text{ nm}$ . Certains cristaux biaxes (YCOB, GCOB) admettent plusieurs accords de phase de type I.

Comme on peut le remarquer, les matériaux non linéaires ont une tendance générale à être d'autant plus non linéaires qu'ils sont dispersifs pour un accord de phase donné. Ce résultat peut, en partie, être expliqué à l'aide des valeurs des gaps diélectriques des matériaux. Les matériaux dont le gap diélectrique est large (voir [26]) possèdent également une zone de transparence large et sont peu dispersifs du fait des variations lentes de leur indice avec la fréquence optique. Or, la non linéarité d'un matériau est directement liée à la largeur du gap diélectrique des matériaux et varie en raison inverse de la largeur du gap diélectrique. Les matériaux les plus dispersifs sont donc en général les plus non linéaires, comme l'a démontré B. F. Levine en 1969 [72] et 1973 [73].



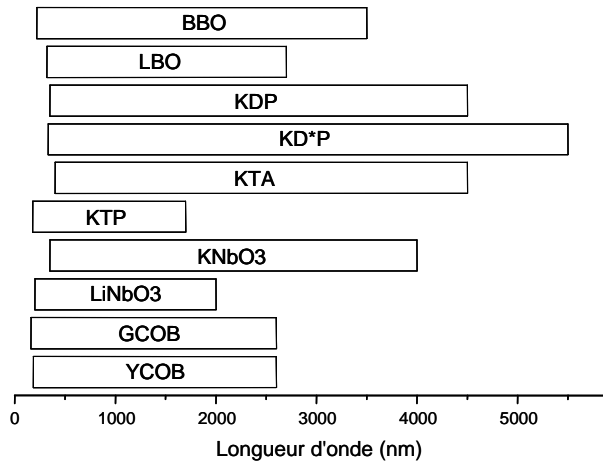


FIG. 4.5 – Transparence de quelques matériaux non linéaires

Comme indiqué sur la figure 4.4, le cristal ADA ( $\text{NH}_4\text{H}_2\text{AsO}_4$  ou arsenate de dihydrogène et d'ammonium) présente une particularité : sa dispersion s'annule vers 1 064 nm. L'origine physique de cette particularité est la suivante : la courbe de dispersion de tous les matériaux présente un point d'inflexion, environ situé au milieu de leur fenêtre de transparence (voir la figure 2.4). Comme la dispersion optique est proportionnelle à la dérivée seconde de la loi d'indice, ce point d'inflexion indique un point de dispersion nulle. Ce point varie d'un matériau à l'autre et se trouve très approximativement entre  $1,5 \mu\text{m}$  et  $2 \mu\text{m}$  en règle générale. A 1 064 nm, la dispersion optique est donc directement fonction de l'écart en fréquence entre le point de dispersion zéro et la fréquence optique correspondant à 1 064 nm. Il se trouve que pour l'ADA 1064 nm coïncide avec le point de dispersion nulle<sup>6</sup>.

### Plage de transparence

Pour que l'interaction non linéaire soit efficace, il est nécessaire de limiter l'absorption des fréquences optiques impliquées dans le mélange à trois ondes par le matériau non linéaire lui-même. Les zones de transparence varient d'un matériau à un autre mais présentent toutes des coupures dans l'infrarouge moyen ou lointain et dans le domaine ultra-violet. Dans le cas de l'amplification paramétrique loin de la dégénérescence en particulier, la plage de transparence peut limiter le choix des fréquences utilisables, par absorption de l'onde complémentaire par exemple. Avec une pompe à 532 nm et un signal à 1 054 nm, ce problème ne se pose pas dans BBO, LBO, KDP, LiNbO<sub>3</sub> ou KTP.

### Accord de phase

La principale limitation du rendement d'un amplificateur paramétrique optique est l'accord de phase. Comme les indices optiques dépendent non seulement de la fréquence

6. Malheureusement, ADA est un cristal organique qui a le mauvais goût d'absorber à 1 064 nm et d'avoir un coefficient non linéaire très faible. Il ne se prête donc pas à l'amplification paramétrique à dérive de fréquence.

mais aussi de l'orientation cristalline et de la température, il est nécessaire d'examiner quels sont les écarts en fréquence, en angle et en température autorisés par la condition d'accord de phase approchée :

$$2|\Delta k| < \Delta k_{1/2}$$

Afin de prendre en compte tous les écarts possibles à l'accord de phase exact, on peut développer le terme de désaccord de phase en fonction des variations de fréquence, de direction des ondes mais aussi de la température :

$$\Delta k = \frac{\partial \Delta k}{\partial \omega_s} \Delta \omega_s + \frac{\partial \Delta k}{\partial \theta_s} \Delta \theta_s + \frac{\partial \Delta k}{\partial \theta_p} \Delta \theta_p + \frac{\partial \Delta k}{\partial T} \Delta T + \dots$$

Les tolérances en fonction des divers paramètres dérivent alors des valeurs des dérivées premières ou secondes suivant l'accord de phase choisi (voir le chapitre 2). La question des tolérances angulaires des cristaux de BBO, LBO et KDP a été largement étudiée et le lecteur trouvera des valeurs de référence dans la thèse d'Igor Jovanovic [62].

### 4.3.2 Paramètres des faisceaux incidents

#### Intensité lumineuse maximale

Les seuils de dommage du cristal non linéaire et des traitements anti-reflets, mesurés en éclairage ( $\text{W}/\text{cm}^2$ ) ou en fluence ( $\text{J}/\text{cm}^2$ ), sont des paramètres importants à prendre en considération. En régime nanoseconde (10 ns), les seuils de dommage obligent à travailler en dessous du  $\text{GW}/\text{cm}^2$  en général. Toutefois, comme les seuils de dommage formulés en termes d'intensité sont d'autant plus importants que les impulsions sont courtes (loi en  $\tau^{-1/2}$ ), certains groupes [4] utilisent des impulsions de 1 ns et travaillent aux alentours de  $1 \text{ GW}/\text{cm}^2$ .

#### Surface minimale

Lorsque l'accord de phase est obtenu par biréfringence, il est nécessaire de prendre en compte les effets de double réfraction<sup>7</sup> au cours de la propagation dans le cristal. Comme les trois ondes ne peuvent pas avoir la même polarisation (condition d'accord de phase), le walk-off provoque un décalage relatif des faisceaux au cours de la propagation dans le cristal. Si les faisceaux sont trop petits ou si le cristal est trop long, ce décalage finit par séparer les trois faisceaux ce qui se traduit par un rendement de conversion réduit et des distorsions spatiales. Cet effet est parfois réhibitoire : pour un accord de phase de type I dégénéré à 1 064 nm dans BBO par exemple, le walk-off provoque un déplacement de 0,8 mm de la pompe par rapport au signal après 15 mm de propagation, ce qui oblige à travailler avec des faisceaux de pompe millimétriques. Il est néanmoins parfois possible de compenser en partie en choisissant une géométrie d'interaction non colinéaire : si l'angle

---

7. L'effet de séparation angulaire entre deux faisceaux de polarisations orthogonales sera désigné par le terme anglo-saxon de *walk-off*.

non colinéaire est égal à l'angle de walk-off, la superposition spatiale de deux des trois faisceaux peut être maintenue. C'est l'un des gros avantages des OPA non colinéaires.

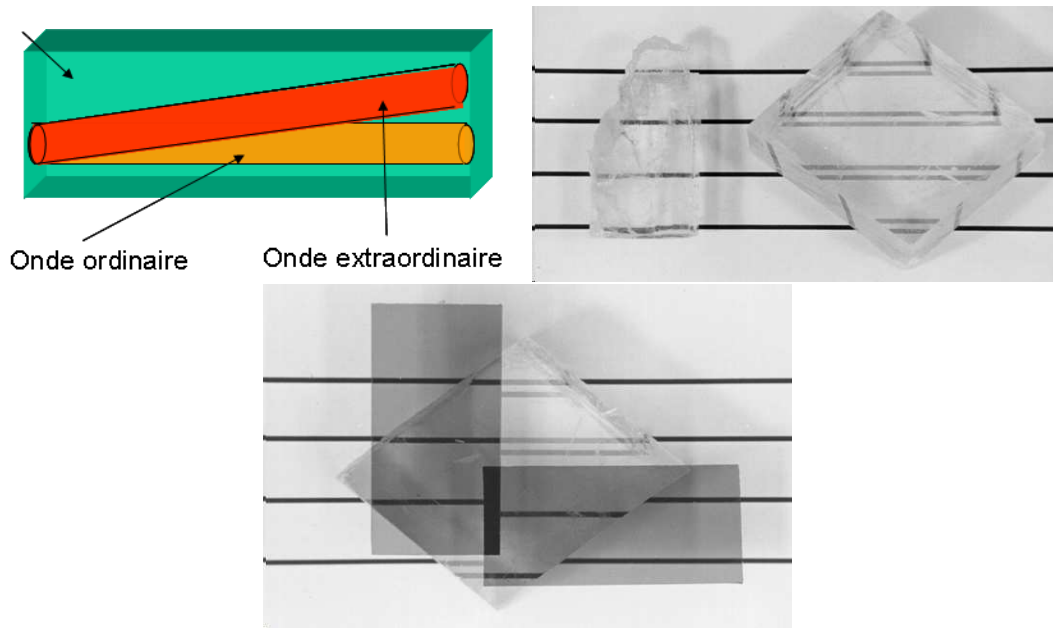


FIG. 4.6 – Séparation géométrique induite par double réfraction (schéma en haut à gauche). Comme montré, ici dans des cristaux de calcite, la lumière est réfractée suivant deux angles différents (image en haut à droite). L'angle de réfraction varie avec la direction de polarisation, ce que l'on peut mettre en évidence avec des polariseurs (image du bas).

Lorsqu'on travaille avec des faisceaux de petites dimensions ou des faisceaux focalisés, la diffraction limite également le diamètre des faisceaux. Pour optimiser le rendement de conversion, il est souvent souhaitable de travailler avec de petits faisceaux mais aussi de maintenir cette surface aussi petite que possible le plus loin possible. Malheureusement, ces deux contraintes sont contradictoires. Pour un faisceau gaussien par exemple, la distance sur laquelle le faisceau reste collimaté est de l'ordre de grandeur de la zone de Rayleigh  $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$ . Le faisceau diverge donc d'autant plus vite que le col du faisceau est petit.

De plus, la zone de Rayleigh est fonction de la longueur d'onde, ce qui signifie que les trois ondes diffractent plus ou moins rapidement, ce qui réduit leur recouvrement spatial. Pratiquement, on peut définir une longueur confocale correspondant à un optimum d'efficacité [47].

Lorsque les faisceaux ne sont pas des faisceaux gaussiens, la qualité spatiale du faisceau intervient également et limite le diamètre minimum des faisceaux. D'autre part, si la divergence des faisceaux est trop importante et dépasse l'acceptance angulaire de l'accord de phase, une partie de l'énergie des faisceaux n'interagit tout simplement pas, ce qui limite une nouvelle fois la conversion non linéaire.

## Dérive de fréquence de l'impulsion signal

La dérive de fréquence de l'impulsion signal n'est pas à proprement parler un paramètre expérimental déterminé par la physique de l'amplification paramétrique. En effet, la raison d'être première de la dérive de fréquence est d'abaisser la puissance crête de l'impulsion pour éviter les effets non linéaires indésirables (autofocalisation par exemple). En ce sens, la dérive de fréquence est fixée par les éléments optiques situés en fin de chaîne laser.

Néanmoins, il ne faut pas oublier que les durées des impulsions signal et pompe doivent être semblables pour obtenir une bonne efficacité de conversion. Comme les lasers de pompe de forte énergie ( $>1$  J) opèrent principalement avec des impulsions nanosecondes, les OPCPA de forte énergie nécessitent des dérives de fréquences importantes puisque la durée des impulsions étirées doit, elle aussi, atteindre quelques nanosecondes. En revanche, pour des OPCPA de plus faible énergie (mJ), il est possible d'utiliser des impulsions plus courtes (50-100 ps) et donc de travailler avec des dérives de fréquences plus faibles.

### 4.3.3 Longueur optimale du cristal

#### Longueur quasi-statique

La vitesse de groupe d'une impulsion optique varie avec sa fréquence centrale. Les vitesses de groupe sont donc en général différentes pour les trois impulsions impliquées dans le mélange à trois ondes. On est donc amené à définir une longueur caractéristique  $l_{qs,ij}$  au delà de laquelle deux impulsions (désignées par les indices  $i$  et  $j$ ) de durée  $\tau$  et ayant pour vitesse de groupe  $v_i$  et  $v_j$  se séparent :

$$l_{qs,ij} = \frac{\tau}{|1/v_j - 1/v_i|}$$

En amplification paramétrique, la longueur quasi-statique  $l_{qs,sc}$  peut être reliée à l'acceptance spectrale de l'accord de phase. Pour des impulsions femtosecondes, cette longueur est de l'ordre (ou inférieure) au millimètre habituellement. Pour des impulsions dont la durée est de l'ordre de la nanoseconde, en revanche, ces longueurs quasi-statiques sont très supérieures aux longueurs des cristaux utilisés et peuvent être ignorées<sup>8</sup>. Lorsque la longueur du cristal est de l'ordre de grandeur ou supérieure à l'ordre de grandeur de la longueur quasi-statique, des déformations temporelles et spectrales apparaissent comme dans le cas du walk-off spatial.

#### Longueur optimale de conversion

Comme exposé dans la partie 1, la conversion paramétrique est un processus cyclique caractérisé par une longueur maximale de conversion. La longueur maximale de conver-

---

8. En effet, si les vitesses de groupe diffèrent d'une fraction de  $c$  (vitesse de la lumière) alors la longueur quasi-statique associée est supérieure à  $\tau/c$ . Or, cette longueur est supérieure à 30 cm pour des impulsions de plus d'une nanoseconde.

sion dépend de l'éclairement des ondes présentes à l'entrée du cristal et s'exprime à l'aide d'intégrales elliptiques de première espèce. Cette longueur varie en fonction de l'éclairement local instantané, si bien qu'elle varie au sein même de l'impulsion. Une conséquence directe de cet effet est que les profils spatiaux et temporels des impulsions sont déformés lorsque l'on est proche ou que l'on dépasse le point de saturation : certains points sont en régime de reconversion tandis que d'autres n'ont pas encore atteint ce régime, si bien que l'on peut trouver plus d'énergie aux points à saturation qu'aux points en reconversion.

La longueur optimale des cristaux dépend donc de l'ensemble des paramètres décrivant la forme spatio-temporelle des impulsions signal et pompe. Une simulation numérique complète est, le plus souvent, nécessaire pour prendre en compte tous les effets physiques importants (recouvrement spatial et temporel, double réfraction...).

## 4.4 Les contraintes spécifiques de l'OPCPA

### 4.4.1 Le laser de pompe

A la différence d'un amplificateur laser, un amplificateur paramétrique ne fait que transférer l'énergie d'une impulsion optique (l'impulsion de pompe) vers une autre impulsion optique (l'impulsion signal) sans stockage d'énergie. Ce transfert d'énergie étant local et instantané, il est nécessaire que l'impulsion de pompe soit synchronisée avec l'impulsion signal et que les impulsions pompe et signal se recouvrent spatialement. Cela implique une synchronisation des impulsions pompe et signal à moins d'une fraction de la durée de l'impulsion signal et nécessite donc de synchroniser un oscillateur femtoseconde haute cadence (aux alentours de 100 MHz) avec un laser de pompe basse cadence (10 Hz le plus souvent), ce qui peut se révéler problématique.

### Qualité spatiale et spectrale

Comme le gain paramétrique est directement fonction de l'éclairement de pompe  $I_p(x, y, t)$ , la forme et les défauts des profils temporels et spatiaux de l'impulsion de pompe sont imprimés sur les impulsions signal et complémentaire [57]. Il est donc nécessaire de travailler avec des lasers de pompe monomodes longitudinalement ou bloqués en modes pour éviter les battements temporels. Plusieurs effets supplémentaires sont cependant à prendre en considération et permettent de tolérer des faisceaux légèrement modulés spatialement<sup>9</sup> :

- les défauts de phase spatiale du faisceau pompe ne sont pas transférés au faisceau signal mais emportés par l'onde complémentaire créée au début de l'interaction ;

---

9. Ces effets ont leurs équivalents temporels mais les ordres de grandeur sont tels qu'ils ne sont pas significatifs. Par exemple, la différence de vitesse de groupe entre les impulsions pompe et signal est, dans un cristal, de l'ordre de quelques ps, ce qui est de bien trop faible pour lisser des modulations temporelles de plusieurs dizaines de ps.)

- du fait de l'acceptance angulaire du cristal, les hautes fréquences spatiales du profil de pompe ne contribuent pas à l'amplification<sup>10</sup>[64] ;
- la double réfraction (walk-off) provoque un déplacement relatif des faisceaux et donc permet de moyenner le gain.

## Stabilité

Les fluctuations en énergie des impulsions pompe induisent des fluctuations de gain d'un tir à l'autre et donc de l'énergie des impulsions signal. Le modèle des ondes planes permet de quantifier dans quelles proportions cette énergie fluctue. Comme pour tout amplificateur non linéaire, deux régimes doivent être distingués : le régime *non saturé* et le régime *saturé*.

Dans le régime non saturé, c'est-à-dire lorsque l'éclairement de l'onde signal est faible devant l'éclairement de pompe (moins de quelques %), le gain de l'amplificateur paramétrique est, à l'accord de phase, de type exponentiel (résultat établi en (1.70a)) :

$$G_{\text{opa}}(z) = 1 + \sinh^2(qL)$$

avec

$$q = 4\pi d_{\text{eff}} \sqrt{\frac{I_p}{2\epsilon_0 n_s n_c n_p c \lambda_s \lambda_c}}$$

Si l'on suppose que l'éclairement de pompe est égal à  $I_p = I_p^0(1 + x)$ , un développement limité montre qu'une expression approchée du gain est donnée par :

$$G_{\text{opa}} \simeq 1 + \sinh^2(qL) [1 + \coth(qL)qLx] \quad (4.1)$$

Pour des gains importants ( $qL > 2$  suffit),  $\coth(qL) \simeq 1$  et l'expression précédente devient :

$$G_{\text{opa}} \simeq \sinh^2(qL) [1 + qLx] \quad (4.2)$$

Les variations relatives du gain sont donc proportionnelles à  $qLx$  au premier ordre, ce qui signifie que les variations de pompe sont amplifiées d'un facteur  $qL$ . Un calcul numérique directe des équations de couplage illustre ce résultat en figure 4.7. Pour différentes conditions initiales ( $\epsilon = 10^{-8}$ ,  $\epsilon = 10^{-6}$ ,  $\epsilon = 10^{-4}$ ,  $\epsilon = 10^{-2}$ ) le gain est calculé pour différents éclairements. La longueur du cristal est égale à la moitié de la longueur de saturation de façon à ce que le gain soit égal à  $1/\sqrt{\epsilon}$  où  $\epsilon$  est le rapport photonique initial tel que défini en 1.43. Les valeurs de  $qL$  se déduisent des valeurs des gains par  $qL = \text{arcsinh}(\sqrt{G_{\text{opa}}})$ , et valent respectivement 5,3, 4,1, 3,0 et 1,9. Ce sont effectivement les pentes des courbes pour des fluctuations de pompe de l'ordre de 10%. Une source laser dont la stabilité en énergie est de 5% induit donc des fluctuations de gain de plus de 20% pour un gain non saturé de  $10^3$ .

---

10. L'acceptance angulaire finie du cristal agit comme un filtre spatial.

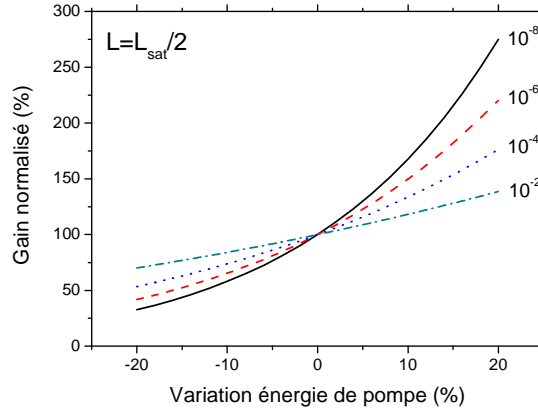


FIG. 4.7 – Effet d’une fluctuation de la puissance de pompe sur le gain paramétrique en régime non saturé pour des gains croissants ( $10$ ,  $100$  et  $1\,000$  respectivement).

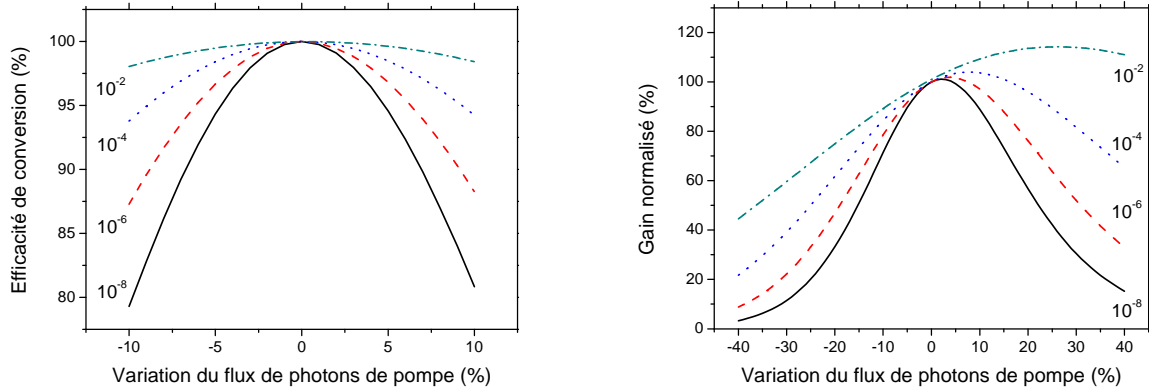


FIG. 4.8 – Effet d’une fluctuation de la puissance de pompe sur le gain paramétrique en régime saturé pour différentes conditions initiales.

En régime saturé, les fluctuations de pompe sont moindres car le gain passe par une valeur maximum. Pour des fluctuations de pompe faibles, les fluctuations du signal amplifiées peuvent même être plus faibles que celles de la pompe. Néanmoins, pour des gains forts, la zone de stabilité est mince. Un calcul numérique montre ainsi que pour des gains supérieurs à  $10^6$ , des fluctuations d’énergie supérieures à 5% sont amplifiées même à saturation.

On peut remarquer que la zone de saturation correspondant à un gain maximum ne coïncide pas, en général, avec le point d’efficacité de conversion maximale. Cet effet est particulièrement important pour un amplificateur dont le gain saturé est faible.

## Recouvrement spatial et temporel

Enfin, le rendement d'un amplificateur paramétrique est proportionnel (en régime non saturé du moins) au recouvrement spatial et temporel des impulsions pompe et signal. Il est donc souhaitable de travailler avec des faisceaux de pompe spatialement et temporellement uniforme (« top-hat »), de même section et de même durée que les impulsions à amplifier. Néanmoins, pour toute forme de faisceau pompe ou signal, il est possible de trouver un faisceau signal ou pompe dont la répartition d'énergie est telle que le transfert d'énergie entre les ondes pompe et signal soit optimal [11].

### 4.4.2 Les cristaux non linéaires

#### Cristaux juxtaposés

Pour atteindre des gains de l'ordre de  $10^6$  avec des impulsions nanosecondes tout en restant avec des intensités de pompe raisonnables ( $<1 \text{ GW/cm}^2$ ), il faut utiliser des cristaux non linéaires de grande longueur, jusqu'à 60 mm parfois [108]. Outre le KDP et les cristaux associés, la plupart des cristaux non linéaires ne peuvent pas aujourd'hui être fabriqués avec de telles dimensions. Plusieurs cristaux d'une dizaine ou d'une vingtaine de millimètres simplement juxtaposés sont utilisés à la place, en particulier lorsque l'accord de phase est colinéaire.

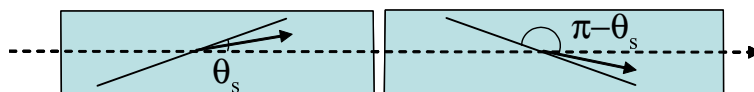


FIG. 4.9 – Principe de la compensation de walk-off - exemple dans un cristal uniaxe négatif tel que le BBO. Le vecteur de Poynting de l'onde extraordinaire se trouve entre la direction de propagation de l'onde et l'axe optique. En retournant le second cristal, on peut partiellement compenser les effets de la double réfraction.

Si cette astuce a l'inconvénient de multiplier les interfaces cristal/air, elle permet néanmoins d'orienter les cristaux en compensation de walk-off [2] et ainsi d'améliorer le recouvrement spatial. L'effet de double réfraction sont, en effet, d'autant plus gênants que les cristaux sont longs et cet effet oblige, le plus souvent, à travailler avec des faisceaux de plusieurs millimètres de diamètre.

Il est également possible de séparer les cristaux et de construire plusieurs étages successifs d'amplification. Au prix d'une complication importante du montage expérimental, une architecture multi-étage permet, de plus, de limiter efficacement la fluorescence paramétrique.

#### Traitements anti-reflets

Lorsque le gain par cristal non linéaire approche ou dépasse  $10^4$ , il est nécessaire d'apporter un soin particulier au choix des traitements anti-reflets pour éviter les oscillations



Spectre	$\Delta\lambda$ (nm) $\tau$ (fs)
rectangle	2357
Gaussienne	1634
sech <sup>2</sup>	1166

TAB. 4.3 – Produit de la largeur spectrale à mi-hauteur par la durée à mi-hauteur pour différentes formes de spectres. La longueur d’onde centrale des impulsions est 1 054 nm.

parasites au sein même du cristal. Si l’on admet que 1% de l’onde signal est réfléchi aux interfaces cristal-air, les réflexions sont suffisantes pour entretenir une oscillation paramétrique dès que le gain du cristal dépasse  $10^4$ . Comme en réalité l’onde complémentaire peut également osciller (en particulier lorsque l’accord de phase est quasi-colinéaire), le seuil d’oscillation peut être proche de celui d’un oscillateur paramétrique optique *doublement résonnant* et être, de fait, beaucoup plus bas. Dans ces conditions, Ces oscillations provoquent des modulations temporelles et spectrales par rebouclage et dégradent, voire détruisent, le spectre de l’impulsion signal.

Comme il est difficile de réaliser des traitements anti-reflets qui soient à la fois performants pour les trois ondes et de bonne tenue au flux, une solution simple fréquemment adoptée est d’introduire un petit angle entre les faces du cristal afin d’empêcher les oscillations parasites.

## 4.5 Techniques de caractérisation et de mesure des impulsions brèves

Trois techniques de caractérisation et de mesure ont été utilisées dans le cadre de la thèse :

- la spectrométrie ;
- l’autocorrélation du second ordre
- l’autocorrélation du troisième ordre ou corrélation croisée.

### 4.5.1 Spectrométrie

En supposant que la durée de l’impulsion est limitée par transformée de Fourier, la largeur spectrale donne une mesure de la durée de l’impulsion. Comme la durée à mi-hauteur de l’impulsion recomprimée dépend non seulement de la largeur spectrale à mi-hauteur mais aussi de la forme du spectre, la relation liant la durée à mi-hauteur  $\tau$  et largeur spectrale  $\Delta\lambda$ , doit, en toute rigueur être calculée pour chaque forme de spectre. Les valeurs du produit  $\tau \Delta\lambda$  sont données à 1 054 nm pour trois formes limites dans le tableau 4.3.

Spectre	Amplitude temporelle	$\tau_{\text{autoco}}/\tau$
Rectangle	sinus cardinal	1
Gaussienne	Gaussienne	1,41
$\text{sech}^2$	$\text{sech}$	1,54

TAB. 4.4 – Facteurs de déconvolution pour différentes formes de spectres.  $\tau$  et  $\tau_{\text{autoco}}$  désignent les durées à mi-hauteur de l’impulsion et de son autocorrélation.

### 4.5.2 Autocorrélation du second ordre

L’autocorrélation du second ordre permet une estimation rapide de la durée d’une impulsion courte. En effet, dans le cas de profils temporels particuliers, la largeur à mi-hauteur de l’intensité temporelle et de l’autocorrélation sont liées ; en supposant une forme pour l’intensité temporelle, on en déduit sa largeur à mi-hauteur en mesurant celle de l’autocorrélation du second ordre. Cette méthode de mesure est cependant incomplète car ne caractérise pas le champ électrique complètement. De plus, la trace d’autocorrélation est une mesure ambiguë au sens où plusieurs formes d’impulsions peuvent correspondre à une même autocorrélation. Néanmoins, pour des formes d’impulsion simples, cette mesure est une bonne indication de la durée des impulsions. Les facteurs de déconvolution permettant de déduire la durée des impulsions à partir des durées de leur autocorrélation sont donnés dans le tableau 4.4.

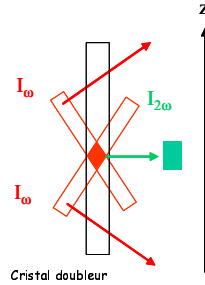


FIG. 4.10 – Principe d’un autocorrélateur intensimétrique monocoup

Parmi les différentes méthodes d’autocorrélation, une méthode est particulièrement bien adaptée aux mesures monocoups, il s’agit de l’autocorrélation *intensimétrique*. Cette autocorrélation est obtenue par somme de fréquence non colinéaire entre deux répliques de l’impulsion à caractériser (figure 4.10). Comme la génération de seconde harmonique est instantanée à l’échelle de temps de l’impulsion, la largeur spatiale de l’impulsion générée par somme de fréquence peut être reliée à :

$$I_{2\omega}(z) \propto A(\beta\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{\omega}(t)I_{\omega}(t - \beta\tau)dt$$

où  $\beta$  est un facteur de proportionnalité déterminé par une calibration. Concrètement, on introduit un délai connu entre les deux voies (voir figure 4.11 de l’autocorrélateur et l’on

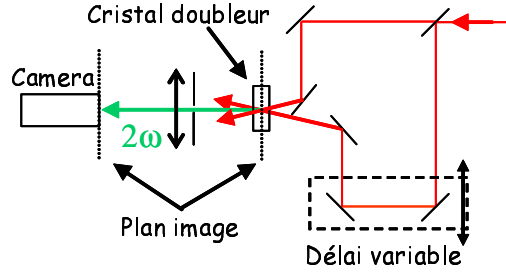


FIG. 4.11 – Schéma de l'autocorrélateur utilisé expérimentalement.

mesure le déplacement de la trace d'autocorrélation (ou plutôt celui de l'image de la trace) sur la caméra. A partir de la donnée du déplacement physique (du délai introduit), on peut alors calculer la durée des impulsions par une règle de trois.

### 4.5.3 Autocorrélation du troisième ordre

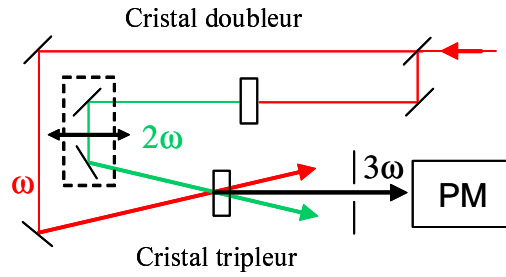


FIG. 4.12 – Principe d'un autocorrélateur récurrent du troisième ordre. PM : photomultiplicateur.

L'autocorrélation du troisième ordre est définie par la quantité :

$$A(\beta\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{\omega}(t)^2 I_{\omega}(t - \beta\tau) dt$$

Cette quantité peut être mesurée par somme de fréquence entre deux répliques de l'impulsion à mesurer, l'une d'entre elles étant doublée en fréquence (la voie  $2\omega$ , par opposition à la voie  $\omega$ ). Comme la mesure se fait à la troisième harmonique, elle permet d'atteindre une très grande dynamique de mesure [71] car les sources parasites à la troisième harmonique sont limitées à la génération de troisième harmonique directement à partir de la voie  $\omega$ .

L'autocorrélateur du troisième ordre utilisé expérimentalement est un appareil fabriqué par Amplitude Technologies et commercialisé sous le nom de *Sequoia*. Grâce à un jeu de densités et à un contrôle dynamique du gain du détecteur (photomultiplicateur), cet appareil permet d'atteindre une dynamique de mesure de presque 10 ordres de grandeur et permet donc de caractériser le contraste temporelle à grande dynamique des impulsions optiques. Contrairement à l'autocorrélateur du second ordre présenté ci-avant, cet auto-

corrélateur du troisième ordre est *récurrent*, c'est-à-dire que le signal d'autocorrélation est mesuré pour un délai particulier. En déplaçant progressivement la ligne à retard (voir schéma 4.12), on peut varier ce délai et construire ainsi point par point le signal d'autocorrélation du troisième ordre. Bien qu'il soit possible de prendre une série de mesures pour chaque délai et d'en calculer la moyenne, la mesure donnée par ce type d'appareil est sensible aux fluctuations d'énergie tir à tir.



# Chapitre 5

## OPCPA dans les cristaux massifs

Science is like sex : sometimes something useful comes out, but that is not the reason we are doing it.

---

Richard FEYNMAN

### 5.1 Préamplificateur millijoule en BBO

#### 5.1.1 Contexte et montage expérimental

##### Contexte

L'étude expérimentale présentée dans ce qui suit se place dans le contexte du projet Pico2000 du laboratoire LULI dont l'objectif est de générer des impulsions laser de 400 J en 400 fs. La chaîne laser en cours de construction est constituée d'amplificateurs laser en verre de phosphates dopé au Néodyme (Nd : verre), ce qui fixe la longueur d'onde centrale des impulsions à 1054 nm. Les autres caractéristiques de la chaîne CPA répondent aux contraintes imposées par les derniers étages de la chaîne d'amplification, notamment la durée d'origine et d'étirement des impulsions laser de départ.

L'objectif du montage dont l'étude est présentée ici est d'amplifier les impulsions femtosecondes étirées utilisées par le pilote de Pico2000 (1 054 nm, 0,5 nJ, 2,3 ns, 16 nm) jusqu'au niveau du millijoule en conservant, autant que possible le spectre et le profil spatial des impulsions.

##### Montage expérimental

Le schéma expérimental complet est présenté sur la figure 5.1.

Comme indiqué, l'OPCPA étudié est constitué de 3 sous-parties :

- le pilote de pico2000 délivrant des impulsions de 100 fs étirées à 2,3 ns à la cadence de 10 Hz après sélection ;

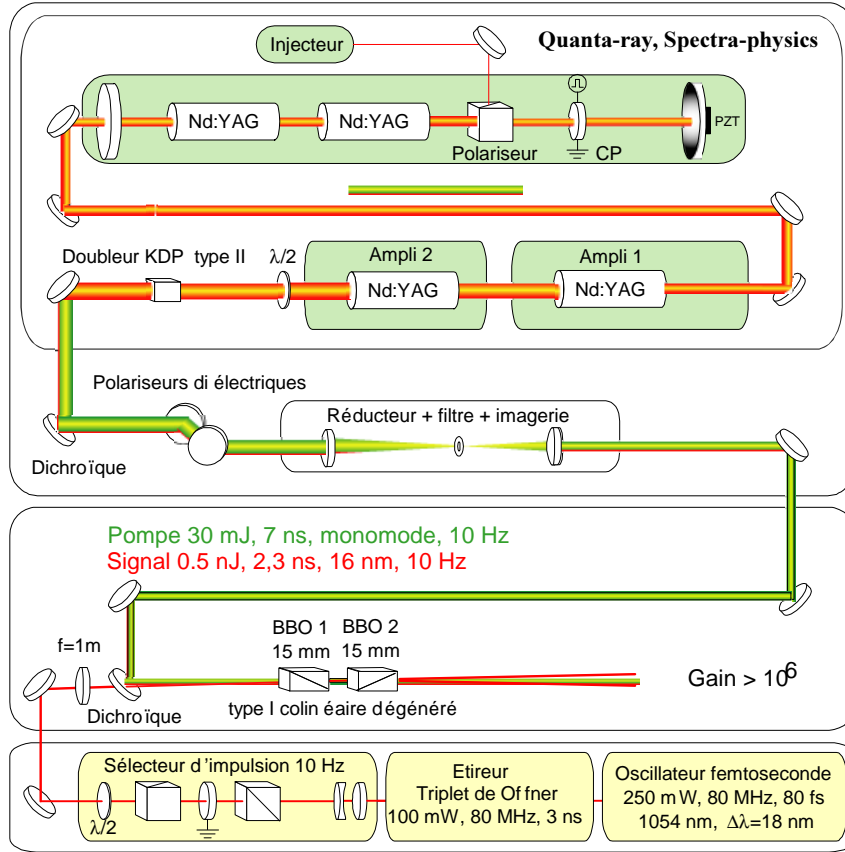


FIG. 5.1 – Schéma du montage expérimental

- un laser de pompe Quanta-ray monomode longitudinalement délivrant des impulsions de 7 ns, une énergie de 30 mJ à la longueur d'onde de 532 nm et à la cadence de 10 Hz ;
- deux cristaux de BBO de 15 mm taillés pour le doublage en type I et traités anti-reflets à 532 nm et 1 064 nm (traitement large bande).

Les deux cristaux de BBO d'ouverture  $4 \times 4 \text{ mm}^2$  sont juxtaposés en position de compensation de walk-off et séparés de quelques millimètres afin d'assurer le meilleur recouvrement spatial possible entre le faisceau de pompe et le faisceau signal et de limiter le déphasage relatif des ondes dans l'air<sup>1</sup>.

Le faisceau de pompe (9 mm en sortie de laser) est réduit, filtré, collimaté et imagé jusqu'au cristaux afin d'obtenir un éclairement de profil supergaussien sur les cristaux. Le faisceau signal (2 mm en sortie de pilote) est quant à lui focalisé au moyen d'une lentille de 1m de focale. Les diamètres respectifs des faisceaux pompe et signal sont ainsi de 1,2 mm et de  $200 \mu\text{m}$  au niveau des cristaux. En raison de la biréfringence des BBO le walk-off du faisceau pompe est de 0,8 mm ce qui nécessite d'ajuster finement la position relative des

1. Le déphasage relatif des trois ondes dans l'air n'est pas négligeable (voir la référence [23]). Pour  $\lambda_p=532 \text{ nm}$  et  $\lambda_p=1 064 \text{ nm}$ , la différence de phase  $\Delta\phi/L = (\phi_p - \phi_s - \phi_c)/L = \Delta k_{air}$  vaut environ  $5 \cdot 10^{-2} \text{ rad/mm}$  dans de l'air sec à  $15^\circ\text{C}$  et à pression atmosphérique. Un déphasage de  $\pi/2$  est atteint au bout de 3,1 cm de propagation dans l'air. Les cristaux ne doivent donc pas être séparés de plus de quelques millimètres, sinon une partie de l'énergie ne pourra pas être convertie dans le second cristal (voir la discussion sur le sens physique de la constante  $\Gamma$ ).

deux faisceaux. Le laser de pompe délivre 30 mJ en 7 ns à 10 Hz et à 532 nm. Le profil spatial est super-gaussien<sup>2</sup> de diamètre 1.1 mm à mi-hauteur ce qui correspond à une intensité maximale de 450 MW/cm<sup>2</sup> sur le premier cristal. Un petit angle est introduit entre la pompe et la signal afin de pouvoir séparer géométriquement la pompe, le signal et le complémentaire après amplification.

La synchronisation temporelle entre la source femtoseconde à 82 MHz et le laser de pompe à 10 Hz est assurée par un boîtier MEDOX. Le « jitter » expérimentalement mesuré entre les impulsions de pompe (8 ns) et signal (2,3 ns) est de l'ordre de 1,5 ns.

## 5.1.2 Résultats expérimentaux

### Gain et stabilité en énergie

Le gain est mesuré à l'aide d'une photodiode calibrée et d'un jeu de densités optiques également calibrées. Comme indiqué sur la figure 5.2, le gain de l'amplificateur croît exponentiellement avec la racine carrée de l'énergie de pompe. Pour une énergie de pompe de 26 mJ, les impulsions signal sont amplifiées jusqu'à 600  $\mu$ J. Une étude sur 500 tirs montre que la stabilité en énergie (écart quadratique moyen) est, au mieux, de 8% avec une variation maximale pic-à-pic de l'ordre de 20%.

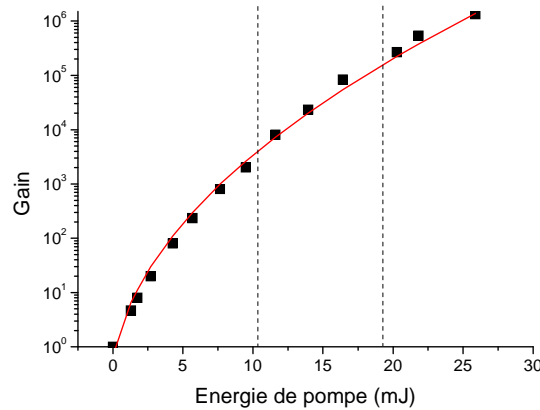


FIG. 5.2 – Gain de l'OPCPA en fonction de l'énergie des impulsions de pompe. Les traits verticaux indiquent les changements de densités optiques.

### Profil spatial

Spatialement, l'amplification ne semble introduire aucune déformation du profil spatial du faisceau signal (figure 5.3). On peut même noter un léger effet de filtrage spatial par l'amplification. L'impulsion complémentaire générée au cours de l'amplification est également de profil gaussien et se propage comme le signal.

2. Par profil supergaussien, on entend un profil du type  $I(x, y) = I_0 \exp(-(x^2 + y^2)^{n/2}/w^n)$  où  $n$  est l'ordre de la supergaussienne. Par abus de langage, un profil supergaussien désigne un profil supergaussien d'ordre élevé ( $>2$ ).



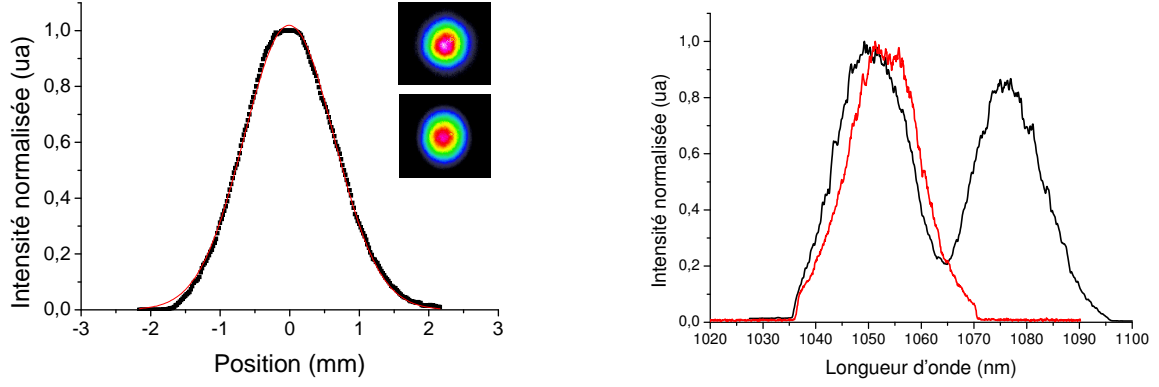


FIG. 5.3 – A gauche : profil spatial après amplification. Points : mesure expérimentale. Trait plein (rouge) : ajustement gaussien. Les profils avant et après amplification sont indiqués en médaillon. A droite : spectres des impulsions avant et après amplification. En rouge : spectre des impulsions en sortie d'étireur. En noir : spectres des impulsions signal et complémentaire après amplification. Le spectre du complémentaire est le symétrique du complémentaire par rapport à 1 064 nm.

### Spectres amplifiés

Le spectre des impulsions amplifiées est présenté en figure 5.3. Pour cette mesure, les impulsions signal et complémentaire ont été analysées au spectromètre d'où la présence de deux spectres superposés, celui centré à 1 054 nm correspondant au signal, son symétrique par rapport à 1 064 nm correspondant au complémentaire.

A partir de cette figure, trois remarques s'imposent :

- la largeur et la forme du spectre (16 nm) des impulsions sont conservées
- la longueur d'onde centrale est légèrement décalée vers les courtes longueurs d'onde
- les coupures observées à 1 035 nm et 1 070 nm correspondent aux coupures spectrales (bande passante) de l'étireur. Le spectre complémentaire porte la coupure symétrique à  $1\,095\text{ nm} = 2 \times 1\,064\text{ nm} - 1\,035\text{ nm}$ .

### Seuil de fluorescence

Sur la figure 5.4 des modulations commencent à être visibles sur le spectre amplifié. Pour des énergies de pompe supérieures à 25 mJ (soit plus de 600  $\mu\text{J}$  de signal) des modulations profondes apparaissent sur les spectres. Lorsque l'énergie de la pompe dépasse un certain seuil ( $\sim 30\text{ mJ}$ ), on peut observer le décollage de la fluorescence paramétrique et la disparition complète de toute structure spatiale ou spectrale. En particulier, on peut observer de la lumière émise vers 1 020 nm (figure 5.4). Cette longueur d'onde ne peut pas provenir des impulsions femtosecondes étirées en raison de la coupure spectrale de l'étireur. Cette longueur d'onde est donc nécessairement générée dans les cristaux non linéaires.

Les impulsions amplifiées ont été recomprimées mais, en raison de l'apparition des

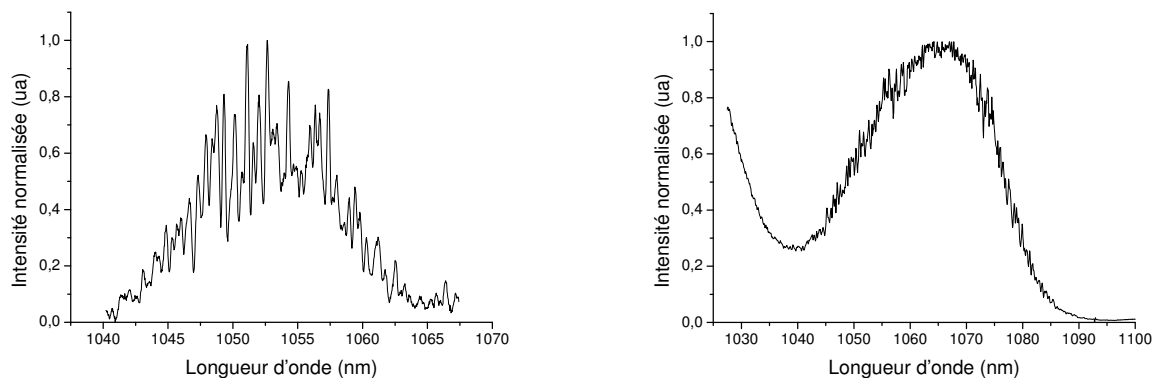


FIG. 5.4 – A gauche, agrandissement du spectre des impulsions signal pour une énergie de pompe de 28 mJ. A droite : spectre en sortie des cristaux de BBO pour des énergies de pompe au dessus du seuil de fluorescence ( $\sim 30$  mJ)

modulations, la mesure d'autocorrélation (monocoup) présentait trop de bruit pour une mesure pertinente de la durée d'impulsion. Une figure d'autocorrélation correspondant à une impulsion courte ( $\sim 100$  fs) a néanmoins été observée avec un contraste très faible ( $1/2$ ).

### Sensibilité des réglages

Une mesure du gain en fonction de l'orientation des cristaux de BBO permet d'estimer l'acceptance angulaire d'un cristal de BBO de 15 mm de longueur. Les mesures ont été faites à l'aide d'un spectromètre et les mesures ont été moyennées sur 20 tirs afin de s'affranchir des fluctuations d'énergie et de synchronisation. La platine de rotation utilisée comporte un vernier de haute précision (précision meilleure que  $0,005^\circ$  soit  $8''$  d'arc ou encore  $90 \mu\text{rad}$ ). La tolérance angulaire correspondant à une chute du gain de moitié est estimée à  $0,04^\circ$  soit  $0,7$  mrad à mi-hauteur pour un gain de l'ordre de  $10^3$  (figure 5.5).

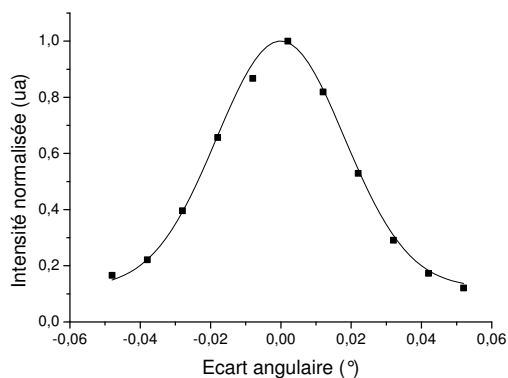


FIG. 5.5 – Acceptance angulaire du cristal de BBO dans la direction sensible de l'accord de phase

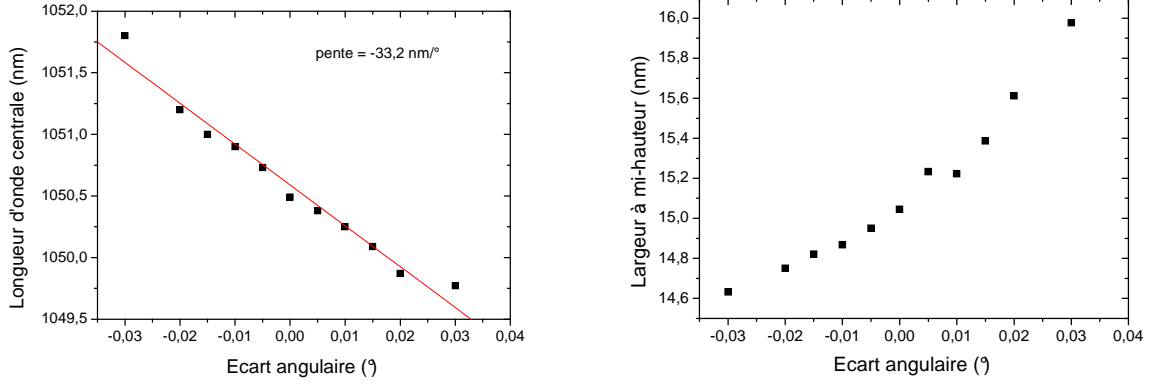


FIG. 5.6 – Longueur d’onde centrale en fonction de l’écart angulaire (à gauche) et largeur spectrale à mi-hauteur en fonction de l’écart angulaire (à droite).

Comme les spectres amplifiés conserve une allure gaussienne, il est possible d’extraire des données expérimentales des informations sur la longueur d’onde centrale des spectres amplifiés et sur leur largeur spectrale. Les mesures présentant un niveau de bruit assez élevé (de 5% à 50% typiquement), il a été nécessaire d’interpoler les points expérimentaux par des courbes gaussiennes pour extraire les informations recherchées. En dépit du niveau de bruit, les dispersions autour des valeurs extrapolées sont de moins de 1% pour les longueurs d’onde centrales et de 5% pour les largeurs à mi-hauteur. Sur une plage angulaire de 1 mrad, la longueur d’onde centrale des impulsions amplifiées se déplace sur environ 2 nm (figure 5.6, à gauche) et la largeur spectrale varie d’à peine plus de 1 nm (figure 5.6, à droite).

### 5.1.3 Interprétation des résultats

#### Gain et énergie extraite

Suivant le modèle des ondes planes et à l’accord de phase exact, on s’attend à ce que le gain net varie avec l’intensité de pompe suivant la loi établie en (1.69) :

$$G = 1 + \sinh^2(qL)$$

où  $L$  représente la longueur du cristal non linéaire et  $q$  le gain paramétrique petit signal défini par :

$$q = d_{eff} \sqrt{\frac{2\omega_s\omega_c}{n_s n_c n_p \epsilon_0 c^3}} I_p$$

Dans cette dernière expression,  $I_p$  représente l’intensité de pompe et  $d_{eff}$  représente le coefficient non linéaire du milieu. Pour un faisceau de profil plat spatialement (diamètre 1,2 mm) et de profil temporel gaussien (durée 8 ns à mi-hauteur), un coefficient non linéaire  $d_{eff} = 2.01$  pm/V et  $\lambda_s = 1\,054$  nm,  $\lambda_c = 1\,074$  nm,  $n_s = n_c = n_p = 1.654$ , la valeur

numérique attendue de est :

$$qL = 1,63\sqrt{I_p(\text{mJ})}$$

Cette valeur est à comparer avec la valeur déduite des mesures expérimentales de  $1,56\sqrt{I_p(\text{mJ})}$ . L'accord entre ces deux valeurs est bon compte tenu des incertitudes de mesures expérimentales (profil temporel<sup>3</sup> et spatial de la pompe, stabilité de l'amplification) mais aussi de la simplicité du modèle (ondes planes) qui ne prend pas en compte ni les effets de walk-off ni de diffraction. Cette mesure permet, néanmoins, de montrer que le régime de saturation n'est pas atteint, ce qui n'était pas attendu. En effet, les cristaux avaient été dimensionnés pour extraire un maximum d'énergie et donc atteindre la saturation<sup>4</sup>. Plus précisément, un calcul numérique complet (incluant les effets de biréfringence) mené sous le logiciel *Mirò* [84] du CEA-DAM permettait d'attendre une énergie amplifiée de l'ordre de 2 mJ après amplification, c'est à dire bien plus que les 600  $\mu\text{J}$  mesurées expérimentalement.

Enfin, si la stabilité tir à tir (environ 8% rms) est comparable à celle du laser de pompe, les écarts pic-à-pic de plus de 20% viennent des défauts de synchronisation temporelle entre les impulsions femtoseconde et de pompe.

## Bande de gain et spectre des impulsions amplifiées

La bande de gain théorique de l'OPCPA étudié (accord de phase parfaitement colinéaire et dégénéré en fréquences) est indiqué sur la figure 2.18. Cette bande de gain est large d'une centaine de nm, soit une dizaine de fois la largeur spectrale des impulsions à amplifier.

Néanmoins, dès qu'un petit angle est introduit entre les directions des faisceaux pompe et signal, la bande de gain se déforme rapidement et tend à se déplacer vers les courtes longueurs d'onde (voir la figure 2.19 : le maximum de gain est toujours à 1 054 nm mais le centre de la bande de gain est plutôt vers 1 030) nm avec un angle non colinéaire interne de 1 degré). Le décalage des spectres amplifiés vers les courtes longueurs d'onde du spectre constaté précédemment peut ainsi s'expliquer par un effet de déplacement du centre de masse du spectre. En effet, comme on peut le remarquer sur la figure 2.19, le gain est légèrement plus important pour les basses longueurs d'onde que pour celles proches de 1 064 nm, d'où un décalage de la longueur d'onde centrale vers les courtes longueurs d'onde. Le même effet permet d'expliquer le décalage de la longueur d'onde centrale avec l'orientation des cristaux : en modifiant l'angle d'accord de phase, la bande de gain se déforme, le maximum de gain se déplace et la longueur d'onde centrale également. La mesure de tolérance angulaire de l'accord de phase en régime linéaire (un seul cristal) correspond à la valeur théorique attendue de 0,77 mrad.

---

3. Une mesure plus précise de la durée de l'impulsion donnait une durée à mi-hauteur de 7 ns.

4. Par *saturation* on entend que le gain n'est plus linéaire ou encore que l'amplification est proche du régime de reconversion.

## Origine des modulations spectrales

Les modulations observées avec plus de 25 mJ de pompe ainsi que l'apparition précoce de la fluorescence ne sont, en revanche pas explicables par la bande de gain. Deux phénomènes ont été évoqués pour expliquer les modulations observées :

- la présence de modulations temporelles rapides sur l'impulsion de pompe ;
- des oscillations parasites à l'intérieur ou entre les cristaux non linéaires.

La première hypothèse a été infirmée, dans un premier temps, après un examen attentif du profil temporel des impulsions de pompe à l'aide d'une photodiode rapide (50 ps) et d'un oscilloscope rapide (6 Gz, WaveMaster, LeCroy). Pour ce qui est de la seconde hypothèse, une mesure des coefficients de réflexion sur les faces des cristaux a révélé que ces derniers s'élèvent à 3,4% en moyenne malgré les traitements anti-reflets à 1 054 nm. La prise en compte des ces coefficients de réflexion a deux conséquences majeures :

- les pertes introduites par les 4 interfaces air/cristal s'élèvent à 13% ;
- le seuil d'oscillation entre 2 des 4 faces des cristaux est atteint dès que le gain entre ces deux faces atteint 860, ce qui est comparable au gain expérimental obtenu par cristal (proche de 1 000).

Une nouvelle simulation numérique complète (toujours sous le code de calcul *Mirò*) incluant les pertes par transmission montre que dans ces conditions, l'énergie extraite ne peut dépasser  $750\mu\text{J}$  en travaillant avec des intensités de pompe de  $500\text{ mW/cm}^2$  et des cristaux de 15 mm de longueur. L'analyse des modulations portées par les spectres après amplification révèle que ces modulations ont une période moyenne de 1,3 nm, ce qui correspond, compte tenu de la dérive de fréquence de l'impulsion, à une modulation temporelle de 165 ps, soit précisément le temps d'aller-retour dans un des deux cristaux de BBO (cavité de 15 mm de longueur et d'indice optique 1,65). Une analyse de Fourier plus poussée révèle que plusieurs modulations sont en réalité superposées.

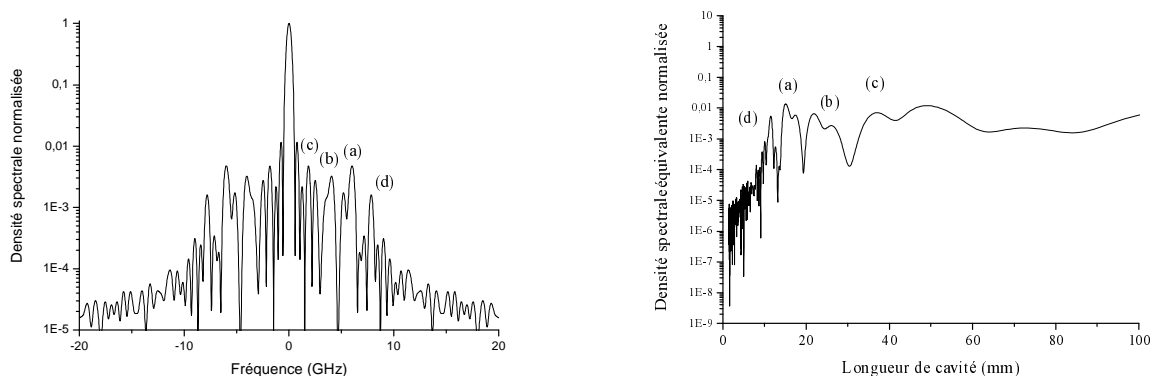


FIG. 5.7 – A gauche, transformée de Fourier du profil temporel correspondant au spectre présenté en figure 6a. A droite, même transformée de Fourier mais sur une échelle hyperbolique dimensionnée de façon à déterminer les longueurs de cavités équivalentes

Comme indiqué sur la figure 5.7, des modulations correspondant à des cavités 15 et 22 mm apparaissent clairement (résonances a et b) ainsi que des modulations correspondant

à une cavité de longueur somme à 37 mm (résonance c). Ces trois longueurs correspondent à des longueurs physiques puisque les cristaux sont longs de 15 mm et sont distants de 7 mm. Les modulations ont donc très probablement pour origine des oscillations intra-cristaux (15 mm) et inter-cristaux (15+7=22 mm et 15+15+7=37 mm). Ces résonances présentent une structure de double pic que l'on peut rapprocher du fait que deux ondes (signal et complémentaire) oscillent simultanément dans deux directions légèrement différentes. Enfin, la quatrième résonance vers 11 mm (soit la moitié de 22 mm) pourrait correspondre au repliement (doublement) de fréquence de la deuxième résonance en régime de saturation.

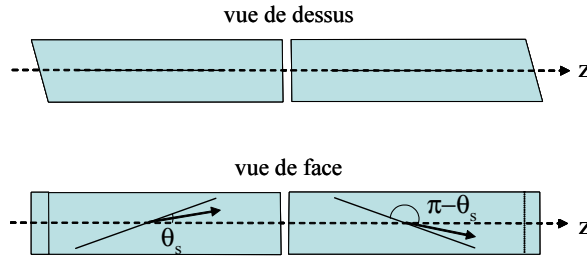


FIG. 5.8 – Vue de dessus et de faces des cristaux placés en compensation de walk-off. Comme les cristaux sont identiques et que les faces sont biseautées dans la direction insensible de l'accord de phase, le retournement d'un cristal fait que les quatre faces sont parallèles deux à deux.

Ces mesures sont, de plus, cohérentes avec l'observation à la carte infrarouge des profils des faisceaux amplifiés. Au delà de 600  $\mu\text{J}$  apparaissent des faisceaux supplémentaires de part et d'autre des faisceaux signal et complémentaire. La direction de ces cristaux varie avec l'orientation des cristaux dans le plan insensible de l'accord de phase, signe qu'il se produit bien une oscillation entre ou dans les cristaux non linéaires.

Malgré les observations précédentes, il est surprenant que de telles oscillations parasites aient pu se développer. En effet, les faces d'entrée et de sortie de chaque cristal forment un petit angle ( $2^\circ$ ) ce qui devrait empêcher le repliement des ondes et leur oscillation. Plusieurs choix malheureux ont néanmoins pu se conjuguer et donner naissance à ces oscillations :

- les deux cristaux de BBO étant identiques et placés en position de compensation de walk-off, les faces des cristaux sont deux à deux parallèles et forment naturellement des cavités ;
- l'angle formé par les faces est dans le plan insensible de l'accord de phase, précisément là où la tolérance angulaire est la plus large ;
- les faces biseautées forment les premières et dernières faces des cristaux ce qui limite le décalage latéral des faisceaux parasites ;
- le faisceau signal est focalisé sur une longueur de Rayleigh correspondant à l'ordre de grandeur des longueurs cumulées des cristaux. Les faisceaux parasites sont donc rapidement très divergents, ce qui favorise leur retour sur l'axe optique.

Pour terminer cette partie sur les modulations spectrales, il faut signaler qu'en réalité les impulsions de pompe porte bien des modulations temporelles rapides. En effet, une mesure réalisée ultérieurement (un an et demi après) avec une caméra à balayage de fente montre des modulations rapides (moins de 100 ps) de faibles amplitudes (quelques %) sur les impulsions de pompe (voir la partie 7 et, en particulier, la figure 7.7). Ces modulations sont certainement passées inaperçues en raison de leurs amplitudes et surtout de leur durées situées à la limite de la bande passante de l'oscilloscope. Ces modulations ont probablement contribué aux modulations spectrales mais n'expliquent pas toutes les observations rapportées ci-avant, comme montré dans la sous-section suivante.

### 5.1.4 Conclusions et expériences complémentaires

#### Conclusions

Ces premières expériences ont permis d'étudier le régime linéaire de l'amplification paramétrique et de vérifier qu'il est possible d'amplifier par OPCPA des impulsions courtes sur 6 ordres de grandeur sans déformations majeures du spectre ni des profils spatiaux. Les résultats expérimentaux sont, de ce point de vue, conformes aux attentes théoriques (gain exponentiel et sensibilité des réglages notamment).

Ces expériences permettent également de mettre en évidence plusieurs points durs de l'OPCPA et en particulier le problème de la synchronisation entre les impulsions pompe et signal et de la qualité des traitements anti-reflets. L'origine des modulations spectrales demeurant une question centrale encore non complètement élucidée, des expériences complémentaires ont été réalisées.

#### Expériences complémentaires

La même expérience a été reproduite quelques mois plus tard sur le pilote de la chaîne 100 TW (1 057 nm, 8 nm, impulsions étirées à 1 ns) avec un OPCPA à deux étages. Le premier étage est constitué des deux cristaux de BBO précédemment utilisés (15 mm) et le deuxième étage est constitué de deux cristaux de LBO, de 10 mm et 15 mm respectivement. Dans le premier étage, les impulsions sont amplifiées jusqu'à 300  $\mu$ J, c'est à dire sous le seuil d'oscillation, puis envoyées dans le deuxième étage où leur énergie est élevée jusqu'à 2 mJ. Les différences majeures avec l'expérience précédente sont que :

- le faisceau signal est collimaté et de même diamètre (à mi-hauteur) que le faisceau pompe (3 mm) ;
- les cristaux ont été réarrangés de manière à ce que les faces biseautées soient au milieu et non pas sur les bords extérieurs.

Avec ce dispositif, les impulsions ont pu être recomprimées et caractérisées par autocorrélation du deuxième et troisième ordre. Les mesures expérimentales sont présentées dans les figures 5.9 et 5.10.

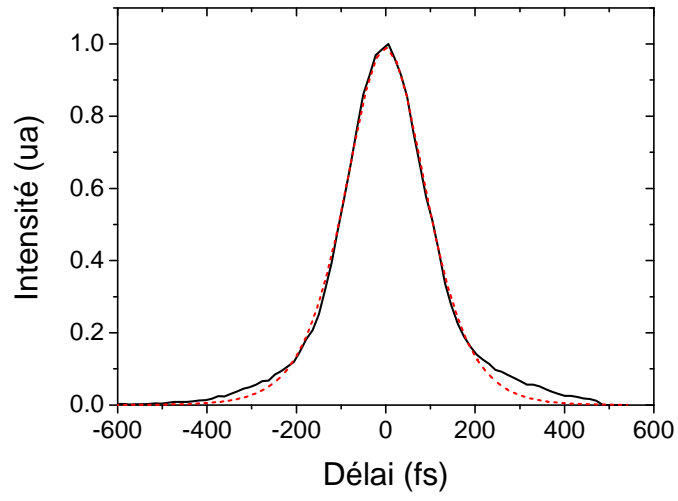


FIG. 5.9 – Autocorrélation du second ordre des impulsions amplifiées et recomprimées (2 mJ avant recompression). En noir : mesure expérimentale. En rouge : ajustement par une sécante hyperbolique carrée de 265 fs.

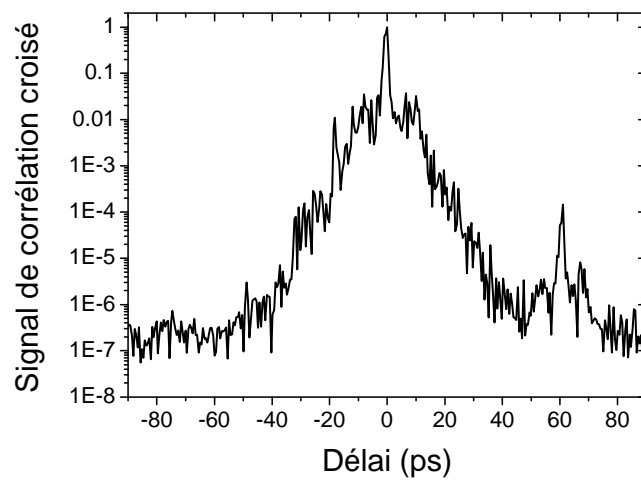


FIG. 5.10 – Autocorrélation du troisième ordre des impulsions amplifiées et recomprimées.



L'autocorrélation à  $2\omega$  indique que la durée des impulsions amplifiées est de l'ordre de 170 fs, soit 1,2 fois la durée limitée par transformée de Fourier (145 fs). L'autocorrélation à  $3\omega$  montre, quant à elle, que l'impulsion femtoseconde repose un piédestal de plusieurs dizaines de picoseconde et un fond nanoseconde à hauteur de  $2 \cdot 10^{-6}$ . Ces résultats seront commentés dans le chapitre 7 dédié à l'étude du contraste temporel des impulsions amplifiées par OPCPA.

## 5.2 Amplificateur 10 mJ en LBO

Un étage d'amplification OPCPA de plus forte énergie été construit et étudié dans le cadre des études et développements de la chaîne laser 100 TW du laboratoire LULI.

L'objectif initial poursuivi était d'amplifier par OPCPA, toujours à 10 Hz, ces impulsions jusqu'à 20 mJ sans rétrécissement spectral. Compte tenu de la durée des impulsions à amplifier (540 ps), le recouvrement temporel avec les impulsions de pompe (7 ns, 600 mJ) était nécessairement faible. De plus, la gigue temporelle entre les impulsions pompe et signal restant toujours de l'ordre de 1 à 2 ns, la stabilité de l'amplification n'était pas chose acquise. Un schéma à double étage d'un type particulier à donc été retenu afin d'améliorer ces deux derniers points. Comme présenté dans la figure 5.12, après le premier amplificateur, la pompe est ré-imaginée sur le second amplificateur. Une ligne à retard permet de décaler temporellement les impulsions pompe et signal entre les deux étages et ainsi d'augmenter artificiellement le recouvrement temporel des impulsions pompe et signal. Lorsque le délai entre les deux étages est convenablement choisi, ce montage permet également de s'affranchir des effets d'une synchronisation imparfaite : les gains des deux amplificateurs varient en sens inverse et s'équilibrent partiellement lorsque l'impulsion de pompe est en avance ou en retard par rapport à son temps de référence. Une étude numérique de ce type d'architecture a été proposée par Harimoto en 2003 [51, 52].

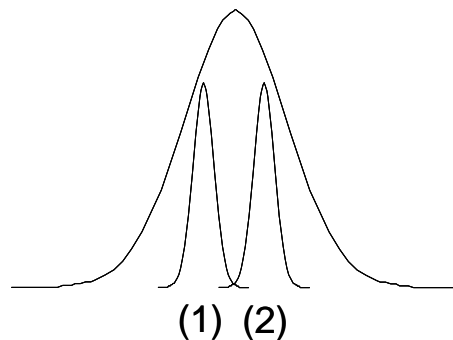


FIG. 5.11 – Principe du multiplexage temporel : en retardant ou en avançant l'impulsion signal par rapport à l'impulsion pompe entre les deux étages d'amplification, il est possible d'améliorer l'efficacité et la stabilité de l'amplification paramétrique.

En pratique, la plupart des expériences ont été menées avec seulement une fraction de l'énergie fournie par l'amplificateur régénératif (150-200  $\mu$ J) et l'OPCPA n'a été étudié

qu'au niveau de 5 à 6 mJ, même s'il a été possible d'amplifier jusqu'à 12 mJ avec le même schéma expérimental.

### 5.2.1 Montage expérimental

Le montage expérimental est présenté en figure 5.12. Le laser de pompe utilisé est le même que celui utilisé pour le préamplificateur. Un premier télescope réduit le diamètre du faisceau de pompe de 9 mm à 4 mm et image le profil supergaussien dans le plan du premier cristal non linéaire. Les faisceaux signal (diamètre de 3 mm) et pompe sont combinés sur un miroir dichroïque transmettant l'infrarouge et réfléchissant à 532 nm puis séparé, après le premier cristal non linéaire (OPA I) par un second miroir dichroïque. Le faisceau pompe est ensuite ré-image sur le second cristal non linéaire tandis que le faisceau signal est séparé du faisceau complémentaire puis retardé de 750 ps au moyen d'une ligne à retard. Les faisceaux sont recombinaés sur un miroir dichroïque puis envoyés vers le second cristal non linéaire (OPA II). Un angle de  $2,3^\circ$  et de  $3^\circ$  entre les faisceaux pompe et signal permettent de séparer les faisceaux signal et complémentaire après environ 1 m. L'OPA I est constitué de deux cristaux de BBO de 3 mm chacun, taillés à  $22,8^\circ$  et l'OPA II est constitué de deux cristaux de LBO de 10 et 15 mm, taillés à  $\theta = 90^\circ$  et  $\phi = 11,6^\circ$ .

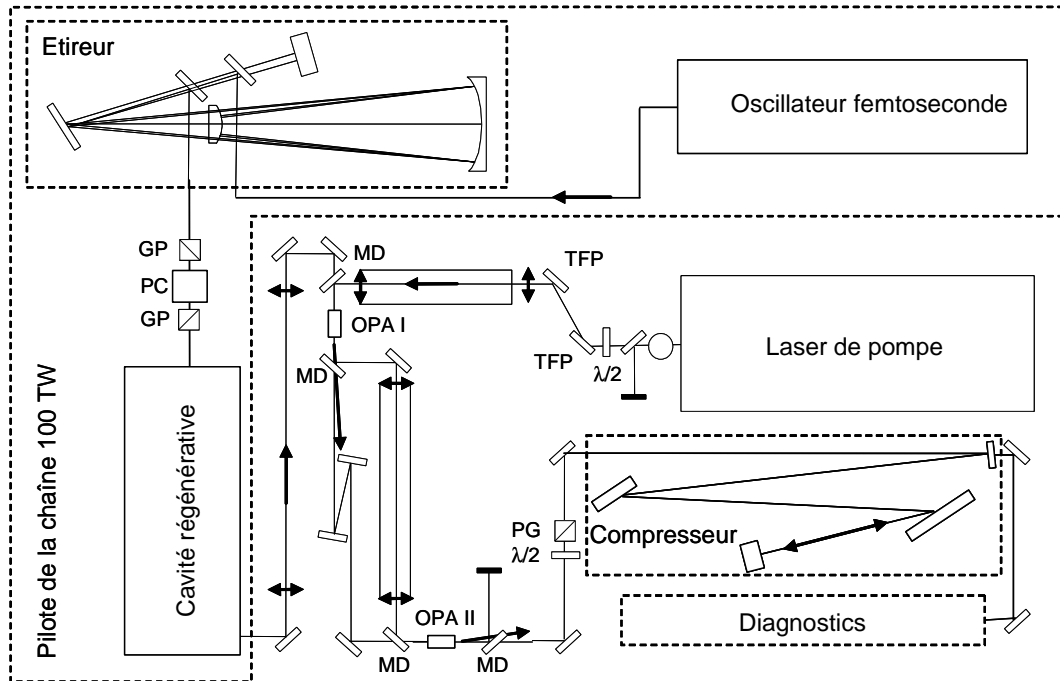


FIG. 5.12 – Schéma du montage expérimental. TFP : polariseur diélectrique. MD : miroir dichroïque (transparent à 1 054 nm et réfléchissant à 532 nm). GP : polariseur de Glan. PC : cellule de Pockels.

## 5.2.2 Résultats expérimentaux

### Gain

En variant l'énergie de 0 à 350 mJ, les impulsions sont amplifiées depuis 150  $\mu$ J jusqu'à 5 mJ comme montré dans la figure 5.13. Une étude de l'énergie extraite en fonction du délai pompe-signal est montré dans cette même figure. Une statistique sur 500 tirs montre

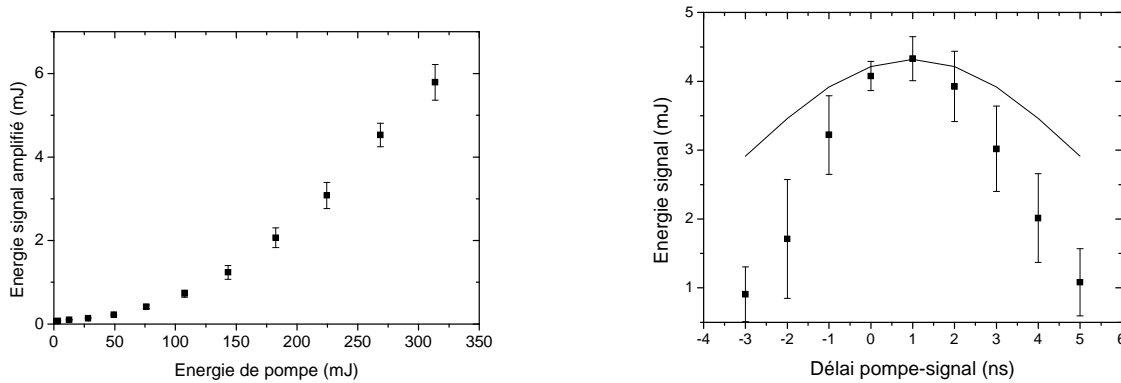


FIG. 5.13 – A gauche : Énergie des impulsions amplifiées en fonction de l'énergie des impulsions de pompe. A droite : énergie des impulsions amplifiées en fonction du délai entre l'impulsion pompe et signal. En trait continu : profil temporel de l'impulsion de pompe (profil théorique).

que la stabilité tir à tir de l'amplification est de 3,7% (écart quadratique moyen) avec des fluctuations pic-à-pic de 26%.

### Spectres amplifiés

Le spectre des impulsions amplifiées est élargi de 4,5 à 6,9 nm (4,5 mJ). Cet élargissement est attribué aux effets de saturation, comme confirmé par l'examen du profil spectral des impulsions amplifiées.

### Profil spatial

Le profil spatial des impulsions est enregistré au moyen d'une caméra CCD (8 bits) et il est montré ici en fausses couleurs. Le profil des impulsions est, au point d'énergie maximum, supergaussien et présente un profil spatial similaire à celui de l'impulsion de pompe. Toutefois, comme montré dans la figure 5.15, le profil spatial change de forme suivant le délai relatif entre les impulsions pompe et signal. Pour des délais négatifs l'impulsion signal recouvre la fin de l'impulsion de pompe et le profil amplifié est supergaussien. En revanche, pour des délais positifs, l'impulsion signal recouvre le début de l'impulsion de pompe et le profil amplifié est clairement gaussien.

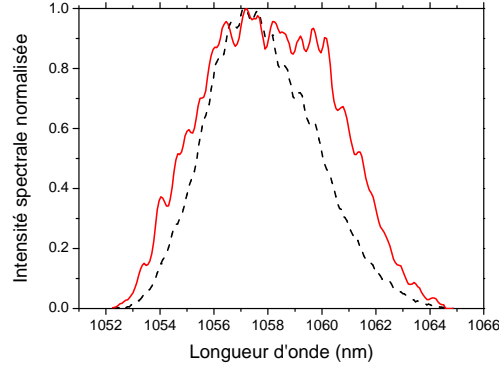


FIG. 5.14 – Spectres des impulsions signal injectées (tirets noirs) et amplifiées (trait rouge).

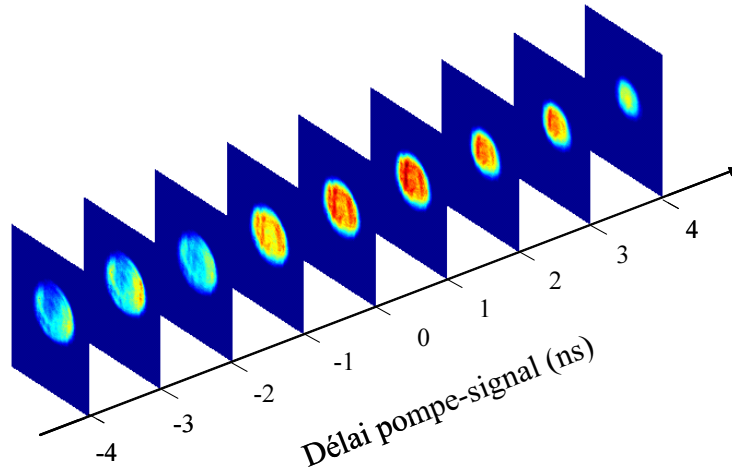


FIG. 5.15 – Profil spatial du signal amplifié en fonction du délai entre l'impulsion de pompe et l'impulsion signal.

### Durée des impulsions recomprimées

Une fraction des impulsions amplifiées ont été recomprimées au moyen d'un compresseur à réseau et caractérisées par un autocorrélateur monocoup. La largeur à mi-hauteur de la trace d'autocorrélation avant déconvolution est de 680 fs (figure 5.16). Avec un facteur de déconvolution de 1,414, la durée de l'impulsion déconvoluée est de 481 fs. Compte tenu de la largeur spectrale mesurée (5,4 nm), la durée des impulsions limitées par transformée de Fourier serait de 296 fs, ce qui indique que les impulsions sont recomprimées à environ 1,6 fois la limite de Fourier.

## 5.2.3 Interprétation

### Gain de l'amplificateur

Comme on peut le constater en figure 5.13, le gain de l'amplificateur paramétrique n'est, ici, pas de nature exponentielle mais plutôt d'allure sinusoïdale. Les mesures expéri-

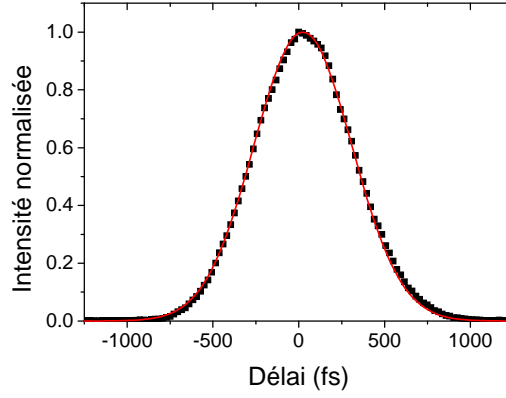


FIG. 5.16 – Points : trace d'autocorrélation des impulsions amplifiées. Trait continu : ajustement gaussien de 680 fs à mi-hauteur.

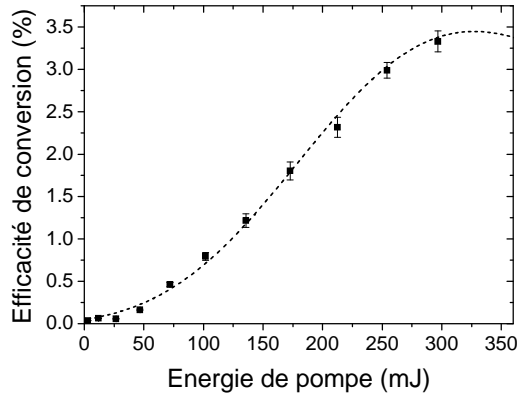


FIG. 5.17 – Efficacité de conversion en fonction de l'énergie des impulsions pompe. Tirets : simulation numérique en ondes planes. Le point d'efficacité maximale est atteint vers 350mJ.

mentales sont comparées au modèle établi en ondes planes dans la figure 5.17. On observe un bon accord entre théorie et expérience. Le rendement de conversion est ici limité par le faible recouvrement temporel entre les impulsions de pompe et les impulsions signal (moins de 8%).

### Modulations spectrales et profil spatio-temporel des impulsions de pompe

Le fait que le profil spatial varie avec le délai entre les impulsions pompe et signal peut sembler inattendu. On aurait pu s'attendre à ce que le signal adopte la forme de l'impulsion de pompe en régime de saturation et reprenne sa forme d'origine en régime linéaire, c'est à dire lorsque le gain est faible. Or, comme montré sur la figure 5.15, il n'en est rien.

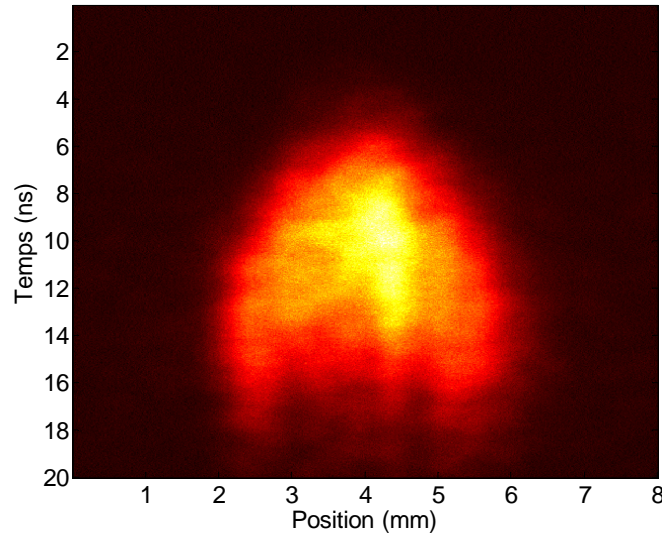


FIG. 5.18 – Profil spatio-temporel des impulsions de pompe.

En réalité, les impulsions de pompe sont issues d'un oscillateur à cavité instable avec des miroirs à réflectivité gaussienne et présentent, de ce fait, une structure spatio-temporelle non triviale [59]. En effet, dans une cavité instable de ce type, l'impulsion tend à se construire sur l'axe optique puis à s'écarter de l'axe au fur et à mesure de sa propagation dans la cavité<sup>5</sup>. Ces impulsions présentent un profil spatial gaussien en début d'impulsion, un profil cylindrique en milieu d'impulsion et un profil quasi-annulaire en fin d'impulsion. La répartition d'énergie est cependant telle que le profil spatial moyen, c'est-à-dire temporellement intégré est de section circulaire et uniforme (supergaussien) et que le profil spatial, spatialement intégré, est gaussien. Pour confirmer cette hypothèse, le profil spatio-temporel des impulsions pompe a été enregistré au moyen d'une caméra à balayage de fente munie d'une photocathode de type S1. Le profil spatio-temporel mesuré suivant l'axe vertical est montré en figure 5.18. On observe, en effet, une structure en balle de fusil, de même type que décrit précédemment<sup>6</sup>.

L'interprétation des mesures montrées en figure 5.15 est donc la suivante : comme l'impulsion signal est courte (environ 1 ns, compte tenu des deux passages) devant l'impulsion pompe (7 ns) et que l'interaction paramétrique est un processus quasi-instantané, le profil spatial de l'impulsion de pompe intercepté par l'impulsion signal évolue au cours du temps. Comme le faisceau signal est plus large que le faisceau de pompe, l'impulsion signal prend, en régime de saturation, la forme de l'impulsion de pompe et varie donc avec le délai entre l'impulsion pompe et l'impulsion signal.

5. On peut retrouver cela en considérant une cavité formée d'un miroir plan et d'un miroir *convexe* et en suivant le trajet d'un rayon lumineux formant un petit angle avec l'axe géométrique de la cavité.

6. On peut remarquer que, spatialement, le profil ne semble pas très uniforme. Ceci peut s'expliquer par le fait que le faisceau n'a pas été imagé jusque sur la caméra à balayage de fente.

**Remarque :** on pourrait penser faire d'un OPCPA un instrument de diagnostique pour des impulsions nanosecondes ou picosecondes intenses. Avec une impulsion signal suffisamment courte, on pourrait atteindre des résolutions temporelles de quelques picosecondes (ou même moins, si l'on travaille avec des cristaux courts et des impulsions courtes) et une bonne résolution bidimensionnelle. On aurait alors l'équivalent d'une caméra à temps de pose ultra-court. On peut même imaginer une mesure sur fond noir en mesurant le faisceau complémentaire si la géométrie est non colinéaire.

Une autre variante consisterait à utiliser réellement un OPCPA (une impulsions à dérive de fréquence comme signal) et envoyer l'impulsion complémentaire créée par différence de fréquence dans un spectromètre : l'image enregistrée par la caméra serait alors l'exact équivalent de l'image enregistrée par une caméra à balayage de fente, à la différence près que l'information temporelle serait codée dans la dimension spectrale. Si l'on ne tient pas compte de la dispersion du cristal non linéaire (on si l'on travaille avec des cristaux minces) La résolution temporelle d'un tel système serait de l'ordre de la durée de l'impulsion courte initiale, c'est à dire que quelques dizaines de fs si l'on dispose d'impulsions de cette durée. Un OPCPA pourrait être un instrument de mesure de durées picosecondes pratique et peu onéreux pour les grandes chaînes de puissance qui disposent déjà d'une chaîne CPA.

## Conclusion de chapitre

Deux OPCPA opérant à 1 054 nm et 1 057 nm ont été construits et étudiés au laboratoire LULI : un préamplificateur 600  $\mu\text{J}$  et un amplificateur 5 mJ.

L'étude expérimentale du préamplificateur en BBO montre que :

- le gain paramétrique suit la loi en  $\sinh^2$  prévue par la théorie en ondes planes sur plus de 6 ordres de grandeur ;
- les caractéristiques spatiales et spectrales des impulsions sont conservées tout au long de l'amplification ;
- les tolérances angulaires sont conformes aux valeurs attendues (0,7 mrad) ;
- l'énergie maximale des impulsions est limitée à 600  $\mu\text{J}$  par des oscillations parasites au sein des cristaux ;
- ce phénomène parasite est probablement dû à plusieurs effets simultanés : traitements anti-reflets insuffisants, compensation de la double réfraction, choix malheureux de l'orientation de la face biseautée...

L'étude expérimentale de l'amplification 5 mJ, montre quant à elle, que :

- le gain paramétrique sature comme prévu par la théorie établie en ondes ;
- le rendement de conversion (3,5%) est limité par le recouvrement temporel et spatial des impulsions signal et pompe ;
- la saturation s'accompagne d'un élargissement spectral ;
- le profil spatial des impulsions amplifiées prend la forme du profil spatial instantané de l'impulsion de pompe ;
- les couplages spatio-temporels des impulsions de pompe doivent être pris en compte en régime de saturation.

Plus généralement, on peut dégager deux grandes conclusions quant à la mise en œuvre de l'OPCPA dans les cristaux massifs. Une première conclusion à trait à l'utilisation des cristaux biréfringents massifs dans les préamplificateurs à fort gain : le réglage de l'accord de phase est très sensible et demande des mécaniques robustes et stables mais également des faisceaux dont la stabilité de pointé soit excellente. De plus, il est difficile d'atteindre de bons rendements en énergie avec des faisceaux de petits diamètres et des cristaux épais en raison de la biréfringence. Enfin, la qualité des cristaux non linéaires et des traitements anti-reflets est de toute première importance.

La seconde conclusion porte sur le laser de pompe. Pour un rendement optimal, les impulsions de pompe doivent être mises en forme temporellement *et* spatialement afin d'obtenir un recouvrement temporel et spatial le meilleur possible. D'autre part, les qualités spectrale et spatiale des impulsions de pompe requises pour l'OPCPA sont très supérieures à celles requises pour pomper un amplificateur régénératif Ti : Saphir. En particulier, on ne peut plus négliger en OPCPA la structure spatio-temporelle fine des impulsions laser.





# Chapitre 6

## OPCPA dans les cristaux retournés périodiquement

Les ennuis, c'est comme le papier hygiénique : on en tire un, il en vient dix.

---

Woody ALLEN

COMME vu dans le chapitre précédent, l'OPCPA est une technique de préamplification simple et compacte, notamment au regard des amplificateurs régénératifs. Cette technique possède cependant ses contraintes propres :

- l'efficacité des préamplificateurs est limitée non seulement par le recouvrement spatial et temporel des impulsions pompe et signal mais aussi par les effets de biréfringence dans les cristaux non linéaires ;
- le montage expérimental est délicat en raison des forts éclaircissements optiques nécessaires à cette technique ;
- l'alignement des faisceaux et le réglage des cristaux sont critiques.

Hormis le problème du laser de pompe, une grande part de ces contraintes peut être levée par l'utilisation du quasi-accord de phase en lieu et place de l'accord de phase par biréfringence. En particulier, les cristaux retournés périodiquement tels que le PPLN et le PPKTP bénéficie des avantages suivants :

- un  $d_{\text{eff}}$  très élevé (16 pm/V pour le PPLN et 11 pm/V pour le PPKTP) ;
- pas de double réfraction ;
- un accord de phase non critique en angle (grande tolérance angulaire, plusieurs degrés).

Pratiquement, ces cristaux permettent donc de simplifier le montage OPCPA :

- en l'absence de double réfraction le rendement de conversion peut être optimal même avec de petits faisceaux ;

- l'intensité de pompe peut être beaucoup plus basse que pour les cristaux massifs (100-300 MW/cm<sup>2</sup>);
- leur acceptance angulaire (plusieurs degrés) simplifie l'alignement des faisceaux pompe et signal.

La grande acceptance angulaire des cristaux retournés périodiquement est cependant à double tranchant. Une forte acceptance angulaire implique, en effet, que, comme le signal, la fluorescence paramétrique peut être efficacement amplifiée dans un grand angle solide. Il en résulte qu'à gain égal pour une même bande de gain, la fluorescence paramétrique est beaucoup plus intense dans les cristaux retournés périodiquement que dans les cristaux massifs où l'accord de phase limite l'acceptance angulaire à une fraction de degré. Pour l'amplification paramétrique à grand gain ( $> 10^6$ ), cela signifie d'une part que le contraste d'amplification est moindre que pour les cristaux massifs et d'autre part, que le seuil (voir le chapitre 7) de fluorescence paramétrique ne permet pas d'atteindre la saturation pour des gains si élevés.

Les premières démonstrations d'amplification paramétrique à fort gain dans les cristaux ferroélectriques retournés périodiquement ont ainsi été limités à quelques dizaines de  $\mu\text{J}$  [67, 35, 92], principalement en raison du seuil de fluorescence.

En dépit de cette difficulté, qui, comme montré dans la suite, n'est pas insurmontable, il est intéressant de noter que la très bonne efficacité des cristaux retournés périodiquement ouvre également la voie à des amplificateurs paramétriques compacts pompés par des sources fibrées [41, 40].

## 6.1 Préamplificateur millijoule en PPKTP

### 6.1.1 Objectifs et contexte de l'étude

Une solution simple permettant de résoudre ce problème<sup>1</sup> consiste à fractionner le gain paramétrique en utilisant un système en *double passage*. Entre les deux passages, la fluorescence peut être filtrée par simple *propagation* et on peut ainsi élever le gain de l'amplificateur jusqu'à des énergies supérieures au millijoule.

Ce travail a été réalisé au cours d'un séjour de cinq semaines au Lawrence Livermore National Laboratory à Livermore (Californie) aux États-Unis, au sein du groupe Laser Science and Technology rattaché au NIF<sup>2</sup>.

### 6.1.2 Montage expérimental

Le schéma expérimental étudié est présenté en figure 6.1. Les impulsions signal sont issues d'un oscillateur en Yb : verre bloqué en modes commercial (High Q) dont la cadence

---

1. On pourra remarquer la très forte similitude entre la solution retenue et les architectures des chaînes laser à colorants.

2. National Ignition Facility

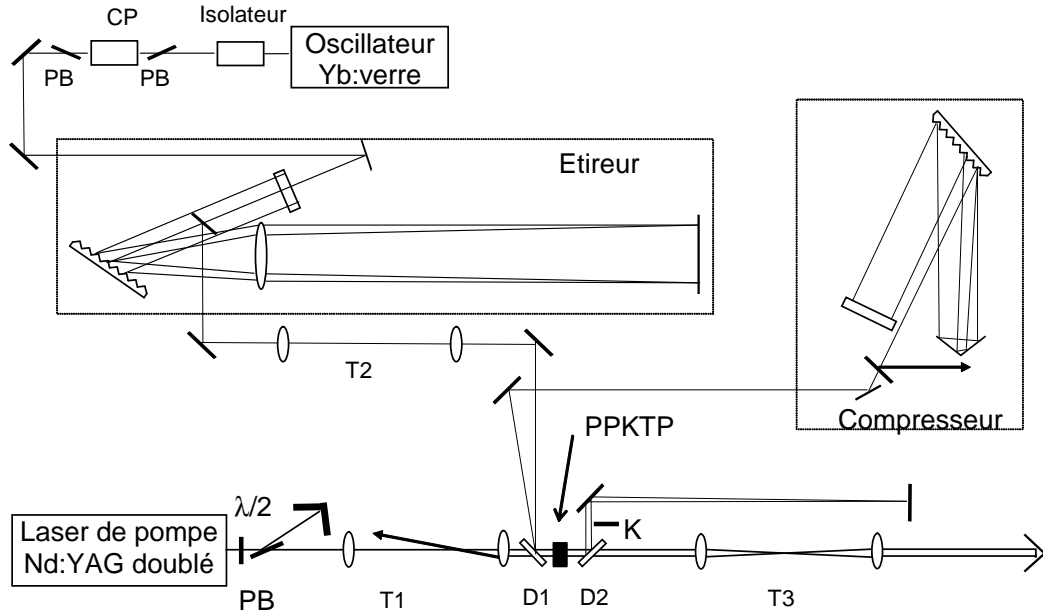


FIG. 6.1 – Schéma du montage expérimental. PB : polariseur diélectrique. T : télescope. K : masque. D : miroir dichroïque ( $R_{\max}$  à 1054 nm,  $T_{\max}$  à 532 nm). CP : cellule de Pockels.

de répétition est de 100 MHz. L'oscillateur produit des impulsions de 2 nJ et d'une durée de 300 fs (6 nm) à la longueur d'onde centrale de 1 053 nm. Ces impulsions sont ensuite étirées jusqu'à 1,2 ns à mi-hauteur par un étireur à lentilles. Une cellule de Pockels insérée entre polariseurs croisés permet ensuite de prélever les impulsions à amplifier à la cadence de 10 Hz. Bien que non indispensable pour l'OPCPA, cet étage de prélèvement permet de discriminer les impulsions amplifiées du reste du train d'impulsion et donc de les caractériser indépendamment.

Les impulsions de pompe sont générées par un laser Nd : YAG injecté, déclenché et doublé (Continuum Powerlite Plus). La cavité laser est une cavité instable (miroir de transmission supergaussienne) et les impulsions issues de cette cavité présente une structure spatio-temporelle typique de ce genre de cavité : le profil spatial temporellement intégré est supergaussien et le profil temporel spatialement intégré est gaussien. La durée mesurée des impulsions de pompe est de 5,7 ns à mi-hauteur au centre du faisceau. La cadence de répétition est de 10 Hz et la synchronisation du laser de pompe avec l'oscillateur femtoseconde est réalisée avec une précision meilleure que 0,5 ns (écart quadratique moyen). Le faisceau pompe est imagé sur le cristal au moyen d'un télescope réducteur 5 : 1, ce qui permet d'obtenir un faisceau supergaussien de 1,5 mm remplissant l'épaisseur du cristal.

Le cristal de PPKTP (Raicol Technology) mesure  $1,5 \times 5 \times 7,5 \text{ mm}^3$  et la période de retournement des domaines est de  $9,16 \text{ }\mu\text{m}$ , ce qui correspond à un quasi-accord de phase

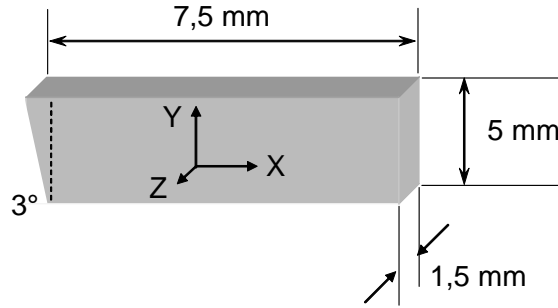


FIG. 6.2 – Schéma du cristal de PPKTP

d'ordre 1 à 30 °C en type 0 pour la conversion de fréquence :

$$1053 \text{ nm}(e) + 1074 \text{ nm}(e) \rightarrow 532\text{nm}(e)$$

Les faces avant et arrière du cristal sont traitées anti-reflets pour les trois longueurs d'onde avec un traitement large bande dans l'infrarouge. La face d'entrée du cristal est orthogonale à la direction longue du cristal et la face arrière forme un angle de 3° avec la face avant, ceci afin d'éviter toute oscillation parasite dans le cristal (figure 6.2).

Les impulsions signal et pompe sont mélangées au moyen d'un miroir dichroïque de transmission maximale à 532 nm et de réflexion maximale à 1 053 nm. Afin de satisfaire aux conditions de polarisation, les traitements diélectriques des miroirs dichroïques ont été optimisés pour travailler en polarisation P (dans le plan d'incidence) à la fois en transmission et en réflexion. Un petit angle non colinéaire de l'ordre de 0,5° est introduit entre le faisceau pompe et le faisceau signal pour pouvoir séparer les faisceaux signal et complémentaire géométriquement après amplification. Afin de garantir une superposition parfaite, le faisceau signal est plus large que le faisceau de pompe de telle sorte que seulement ~50% de l'énergie des impulsions signal est transmise par le cristal de PPKTP. Après le premier passage, le faisceau pompe est séparé du faisceau complémentaire au moyen d'un second miroir dichroïque semblable au premier. Le faisceau pompe est ensuite rétro-imageé sur le cristal par un afocal suivi d'un coin de cube. La rétro-propagation s'accompagne d'un décalage vertical d'environ 2 mm suivant la largeur du cristal. Les faisceaux signal et complémentaire sont, quant à eux, simplement propagés jusqu'à un miroir à incidence normale. Le faisceau complémentaire est bloqué par un cache tandis que le signal est rétro-réfléchi vers le cristal de PPKTP. Les longueurs optiques des parcours signal et pompe étant approximativement égales (environ 1m40), les impulsions signal et pompe passent une seconde fois dans le cristal de PPKTP avec un bon recouvrement temporel et spatial.

## 6.1.3 Résultats expérimentaux

### Gain et énergie extraite

Après le second passage, les impulsions signal sont amplifiées jusqu'à 1,2 mJ pour 24 mJ de pompe, ce qui représente un gain net d'amplification de  $3 \cdot 10^6$ . Au delà de 24 mJ, l'amplification sature et l'énergie des impulsions diminue. Compte tenu de l'évolution spatio-temporelle des impulsions de pompe, l'énergie "utile" de pompe est évaluée à 4,8 mJ pendant la fenêtre temporelle de 1,5 ns définie par l'impulsion signal. L'efficacité de conversion (fraction de l'énergie de pompe convertie en ondes signal et complémentaire) est donc évaluée à presque 50% pendant cette durée.

### Spectres amplifiés

Les spectres non amplifiés et amplifiés sont montrés en figure 6.3. L'amplification paramétrique s'accompagne d'un élargissement spectral de 6 nm (largeur à mi-hauteur du spectre non amplifié) à 12 nm (largeur à mi-hauteur des impulsions amplifiées). Les coupures spectrales au voisinage de 1 060 nm et de 1 045 nm correspondent aux coupures spectrales de l'étireur. L'élargissement spectral et l'aplatissement des spectres sont ty-

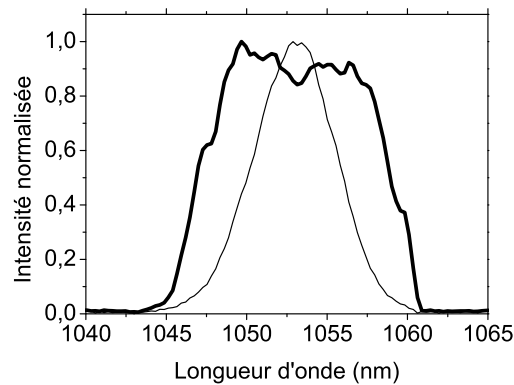


FIG. 6.3 – Spectre des impulsions étirées non amplifiées (0,8 nJ, 6nm, trait fin) et amplifiées (1,2 mJ, 12 nm, trait épais)

piques des amplificateurs paramétriques opérant au voisinage du point de saturation et résultent d'un gain spectralement inhomogène. Comme on peut le remarquer sur le spectre amplifié, une partie du spectre se trouve même en régime de reconversion (petite dépression sur le spectre amplifié coïncidant avec le maximum du spectre injecté). L'origine des modulations spectrales de petites amplitudes n'a pas pu être déterminée.

### Profil spatial

Les champs proches des impulsions signal et pompe sont montrés en figure 6.4. La pompe présente un profil supergaussien légèrement tronqué dans la direction horizontale

par le cristal de PPKTP. Le signal amplifié est également de profil supergaussien et légèrement elliptique. Ces profils ont été acquis avec une caméra CCD (Cohu, 8 bits) de faible résolution.

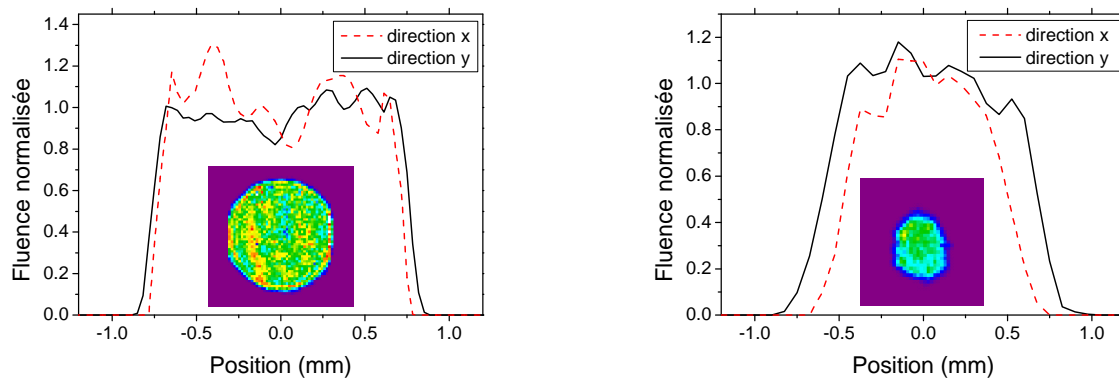


FIG. 6.4 – Profil spatial des impulsions de pompe (à gauche) et des impulsions signal amplifiées (à droite).

### Durée des impulsions recomprimées

Les impulsions amplifiées ont été recomprimées au moyen d'un compresseur à réseaux et caractérisées par un autocorrélateur monocoup (figure 6.5). La durée d'impulsion mesurée est de 206 fs après déconvolution, ce qui est à comparer à la durée de 147 fs déduite du spectre mesuré (durée de l'impulsion limitée par transformée de Fourier). Cet écart a été attribué aux aberrations sphérique et chromatique de l'étireur.

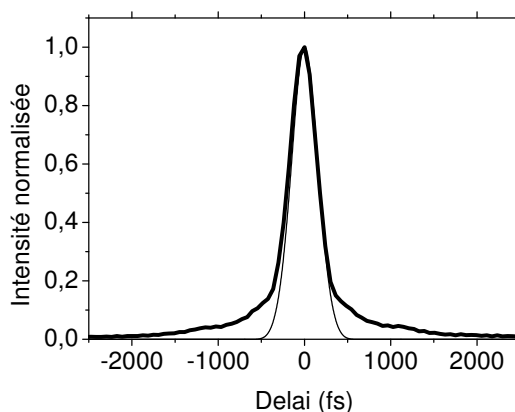


FIG. 6.5 – Autocorrélation des impulsions amplifiées (trait épais) et autocorrélation de l'impulsion déduite par transformée de Fourier du spectre expérimental (trait fin)

## Fluorescence résiduelle

Le niveau résiduel de fluorescence après recompression est mesuré avec une photodiode placée dans le faisceau signal. A l'aide d'un jeu de densités optiques calibrées, on peut mesurer le niveau relatif de lumière dans la nanoseconde avant l'impulsion amplifiée. La mesure n'ayant pu révéler la présence de fluorescence, le contraste temporel nanoseconde de l'impulsion amplifiée est évalué à au moins  $3 \cdot 10^7$ , valeur limitée par la sensibilité de la méthode expérimentale utilisée.

## Stabilité

La stabilité tir à tir du système est mesurée avec deux calorimètres : l'un sur le faisceau pompe, l'autre sur le faisceau signal. Les résultats sur 6 000 tirs sont présentés en figures 6.6 et 6.7.

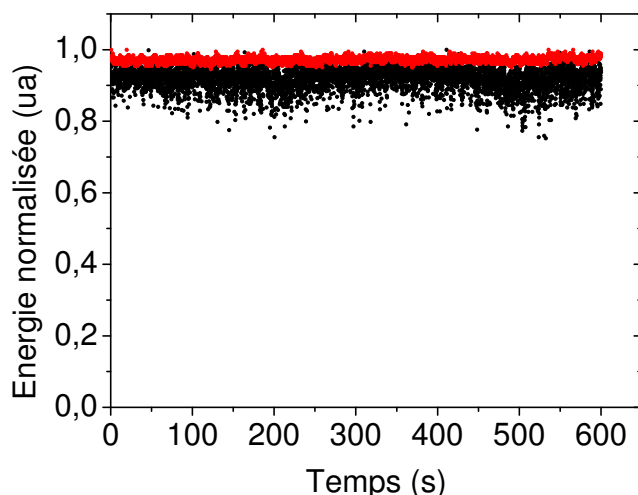


FIG. 6.6 – Énergies pompe et signal normalisées au cours du temps

Pour le laser de pompe, l'écart quadratique moyen des fluctuations d'énergie tir-à-tir est de 0,8% contre 3,4% pour les impulsions amplifiées. Les écarts pic-à-pic sur 6 000 tirs sont de 5,6% et de 27% pour la pompe et les impulsions amplifiées.

Pour déterminer si les fluctuations mesurées sont corrélées, on peut tracer le nuage de points correspondant aux points de mesure dans un diagramme dont les deux axes sont l'énergie de pompe et l'énergie des impulsions amplifiées.

La disposition des points de mesure suivant des traits verticaux provient du système d'acquisition digital utilisé : bien que mesurés à l'aide de calorimètres par nature analogiques, les signaux sont échantillonnés à l'aide d'une carte d'acquisition. En raison d'un pas d'échantillonnage trop faible des tensions, les mesures ont perdu en précision. La forme symétrique du nuage de points indique que les fluctuations de mesure sont peu corrélées



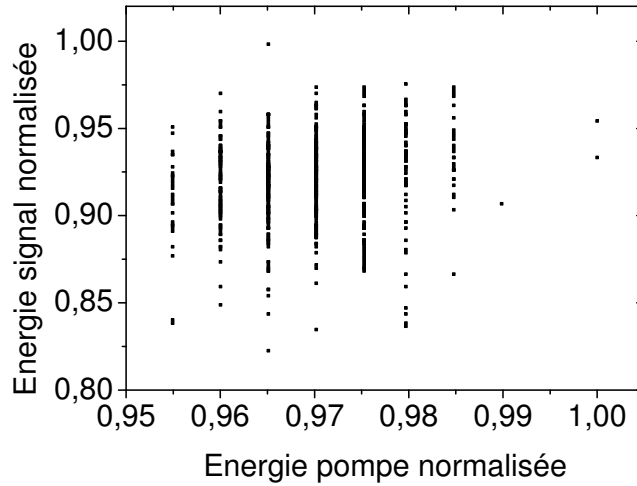


FIG. 6.7 – Énergie signal en fonction de l'énergie de pompe au maximum de gain

et que les fluctuations en énergie des impulsions de pompe ne suffisent pas à expliquer les fluctuations observées sur les impulsions amplifiées. Ces fluctuations peuvent donc être attribuée principalement aux défauts de synchronisation entre les impulsions pompe et signal.

## 6.2 Préamplificateur sur fond noir (COPA)

L'amplificateur présenté dans la section précédente a également permis de valider une variante originale d'OPCPA à deux étages, proposée et démontrée par Benoît Wattellier et Igor Jovanovic en 2003 [107] dans des cristaux de BBO. Cette variante permet de réaliser une amplification paramétrique sur fond noir au prix d'une modification mineure du montage expérimental présenté dans ce chapitre. L'intérêt principal de cette démonstration est que contrairement au BBO, il n'y a pas de double réfraction dans les cristaux retournés périodiquement et que les résultats expérimentaux sont plus convaincants que dans le BBO.

### 6.2.1 Principe de l'amplification paramétrique sur fond noir

#### Architecture OPA/OPA et DFG/DFG

Dans les amplificateurs paramétriques à deux étages (deux cristaux non linéaires ou bien deux passages dans un même cristal) où l'on sépare les ondes signal et complémentaire après chaque étage d'amplification, deux architectures sont possibles :

- l'architecture OPA/OPA
- l'architecture DFG/DFG

L'architecture OPA/OPA est celle présentée dans le chapitre précédent : l'onde signal du deuxième étage est la même que celle du premier étage.

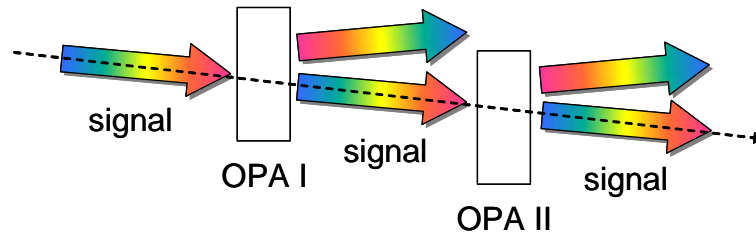


FIG. 6.8 – Amplificateur paramétrique à double étage - architecture OPA/OPA

Dans l'architecture DFG/DFG, à l'inverse, l'onde signal du deuxième étage est l'onde complémentaire du premier étage. Comme cette onde est créée par différence de fréquence (dont l'acronyme anglo-saxon est DFG<sup>3</sup>), elle porte la même<sup>4</sup> information spectrale (amplitude et phase) que l'onde signal, à un décalage spectral près, mais en *négalif*. Plus précisément, l'amplitude complexe de l'onde complémentaire est égale à celle de l'onde signal conjuguée en phase. Si maintenant, on examine l'onde complémentaire créée dans le deuxième étage d'amplification, on retrouve les caractères spectrales de l'onde signal du premier étage, par un mécanisme de *double conjugaison* de phase.

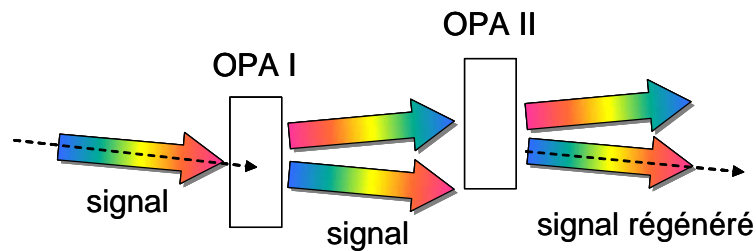


FIG. 6.9 – Amplificateur paramétrique à double étage - architecture DFG/DFG

Architecture	Onde 1	Onde 2	Onde 3
OPA/OPA	signal	signal	signal
DFG/DFG	signal	complémentaire	signal

TAB. 6.1 – Ondes présentes ou conservées avant et après chaque amplificateur en fonction de l'architecture. Onde 1 : onde incidente sur le premier cristal. Onde 2 : onde incidente sur le second cristal. Onde 3 : onde sélectionnée après le second cristal.

### Intérêt de l'architecture DFG/DFG

En terme de gain, l'architecture DFG/DFG est strictement équivalente à l'architecture OPA/OPA en vertu des relations de Manley-Rowe : les ondes signal et complémentaire

3. Difference Frequency Generation.

4. Si l'onde de pompe est monochromatique, ce que l'on a supposé jusqu'ici.

Architecture	Amplitude de l'onde 1	Amplitude de l'onde 2	Amplitude de l'onde 3
OPA/OPA	$A(\omega)$	$G_1 A(\omega)$	$G_1 G_2 A(\omega)$
DFG/DFG	$A(\omega)$	$G_1 A^*(\omega_p - \omega)$	$G_1 G_2 A(\omega)$

TAB. 6.2 – Fréquence centrale, et amplitude complexe des ondes suivant l'architecture choisie. Les indices font référence aux ondes telles qu'elles sont définies dans le tableau 6.1.  $G_1$  et  $G_2$  désignent les gains nets des deux amplificateurs.

s'enrichissent du même nombre de photons au cours de l'amplification, indépendamment de l'onde injectée. Il existe néanmoins une différence majeure entre les deux architectures : l'architecture DFG/DFG, à la différence de l'architecture OPA/OPA, est sur *fond noir*.

En effet, en l'absence d'onde pompe, il n'y a pas d'onde complémentaire générée et donc pas non plus d'onde signal régénérée. Une architecture DFG/DFG se comporte donc comme une porte optique de *contraste infini*. Cet effet peut être mis à profit pour isoler une impulsion étirée nanoseconde ou encore pour éviter les retours d'impulsion vers l'oscillateur femtoseconde.

### Inconvénients de l'architecture DFG/DFG

L'onde complémentaire emportant avec elle tous les défauts de phase, notamment spatiale, du faisceau pompe, on s'attend à un profil spatial dégradé. De plus, pour des accords de phase non colinéaires très large bande, l'onde signal est spectralement dispersée (onde inhomogène) et donc difficilement utilisable. En géométrie colinéaire, toutefois, et avec des faisceaux de pompe raisonnablement réguliers, l'architecture DFG/DFG ne présente pas d'autres inconvénients majeurs.

## 6.2.2 Démonstration expérimentale

Avec le montage expérimental présenté en figure 6.1, il suffit d'orienter différemment le miroir de renvoi entre les deux passages pour basculer du mode OPA/OPA au mode DFG/DFG. Les impulsions régénérées après le second passage ont une énergie de 1 mJ, soit légèrement moins que les impulsions amplifiées par OPA/OPA.

Les profils spatiaux des faisceaux amplifiés par OPA/OPA et DFG/DFG sont comparés en figure 6.10.

On trouve dans les deux cas, un faisceau d'allure gaussienne, avec pour le faisceau obtenu par DFG/DFG, une qualité spatiale à peine moins bonne.

Les impulsions amplifiées par DFG/DFG ont été recomprimées avec le même compresseur qu'en OPA/OPA et caractérisées par le même autocorrélateur. Les traces d'autocorrélation comparées sont montrées en figure 6.11 et sont presque indiscernables, signe que l'impulsion amplifiée par DFG/DFG porte bien la même information spectrale que celle amplifiée par OPA/OPA.

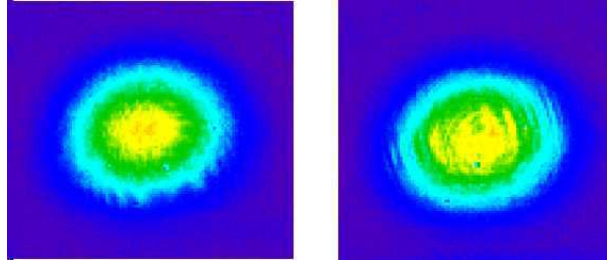


FIG. 6.10 – A gauche : profil spatial des impulsions amplifiées en OPA/OPA. A droite : profil spatial des impulsions amplifiées en DFG/DFG. Les deux images ont été prise dans le même plan, après propagation libre des faisceaux sur environ 1 m.

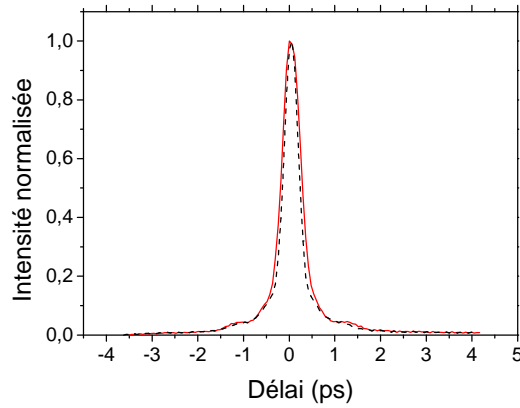


FIG. 6.11 – Autocorrélation des impulsions amplifiées par OPA/OPA (trait pointillé noir) et par DFG/DFG (trait continu rouge)

### 6.3 Simulations numériques en géométrie cylindrique

Dans les cristaux à quasi-accord de phase, la symétrie cylindrique est préservée puisqu'il n'y a pas d'effets de double réfraction. Il est possible, dans ce cas particulier, de tirer profit de cette symétrie pour simplifier le traitement numérique de l'amplification paramétrique. En effet, lorsque le système est à symétrie cylindrique, il suffit de connaître les champs suivant un rayon pour les connaître entièrement. Le fait de transformer un problème tridimensionnel (deux dimensions spatiales et une dimension temporelle) en un problème bidimensionnel (une seule dimension spatiale et une dimension temporelle) permet un gain de temps de calcul important et permet, par exemple, d'augmenter la résolution spatiale du calcul. Cet aspect calculatoire est très intéressant pour la simulation numérique de l'OPCPA car les codes tridimensionnels disponibles demandent un tel temps de calcul que la résolution spatiale et temporelle des calculs sont souvent limités à 32 ou 64 points au mieux, ce qui est tout juste suffisant. Un autre problème à considérer est la précision des calculs. Comme on s'intéresse à des OPCPA dont le gain peut excéder 7 ordres de grandeur, il est nécessaire que l'énergie soit conservée, à chaque étape de calcul,

à au moins  $10^{-8}$  près et plus si possible.

Il a donc un réel intérêt à développer un code de calcul adapté à l'OPCPA, c'est-à-dire un code à la fois rapide et précis<sup>5</sup>. Le modèle numérique présenté dans cette section répond à ces deux impératifs.

### 6.3.1 Equations de propagation

L'interaction non linéaire entre les ondes pompe, signal et complémentaire est classiquement décrite par un système d'équations où les variations d'amplitude sont couplées les unes aux autres. Nous considérons ici trois ondes monochromatiques, paraxiales se propageant dans la même direction  $\vec{u}$ . Dans l'approximation scalaire le champ électrique total s'écrit comme :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{n=1,2,3} \frac{1}{2} A_n(\vec{r}, t) \vec{e}_n \exp i(\omega_n t - \vec{k}_n \cdot \vec{r}) + \text{c.c.} \quad (6.1)$$

où  $\vec{k}_n$  désigne le vecteur d'onde de l'onde d'indice  $n$ . Pour des cristaux non linéaires retournés périodiquement, ou, plus généralement, pour des accords de phase angulairement non critiques, la double réfraction est nulle de sorte que la symétrie cylindrique est préservée au cours de l'amplification si les faisceaux sont colinéaires. De plus, en régime nanoseconde, les différences de vitesses de groupe entre les trois ondes peuvent être négligées.

Dans l'approximation des enveloppes lentement variables et dans l'approximation paraxiale, les variables spatio-temporelles des trois amplitudes ( $A_p$ ,  $A_s$  and  $A_c$  pour les ondes pompe, signal et complémentaire) sont données par [112] :

$$\begin{cases} \frac{\partial A_s}{\partial z}(z, t) = \frac{i\omega_s}{cn_s} d_{eff} A_c^* A_p e^{-i\Delta k z} - \frac{1}{2} \alpha_s A_s & -\frac{1}{2ik_s} \Delta_{\perp} A_s \\ \frac{\partial A_i}{\partial z}(z, t) = \frac{i\omega_i}{cn_i} d_{eff} A_s^* A_p e^{-i\Delta k z} - \frac{1}{2} \alpha_i A_i & -\frac{1}{2ik_i} \Delta_{\perp} A_i \\ \frac{\partial A_p}{\partial z}(z, t) = \frac{i\omega_p}{cn_p} d_{eff} A_s A_i e^{+i\Delta k z} - \frac{1}{2} \alpha_p A_p & -\frac{1}{2ik_p} \Delta_{\perp} A_p \end{cases} \quad (6.2)$$

où  $d_{eff}$  et  $c$  représentent le coefficient non linéaire du matériau et la vitesse de la lumière dans le vide,  $\alpha_s$ ,  $\alpha_i$  et  $\alpha_p$  les coefficients d'absorption aux trois longueurs d'onde. Le symbole  $\Delta_{\perp}$  représente, quant à lui, l'opérateur différentiel Laplacien transverse, défini dans les coordonnées cartésiennes par :

$$\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (6.3)$$

Les termes successifs dans le membre de droite des équations 6.2 décrivent respectivement l'interaction paramétrique, l'absorption des ondes et la diffraction. La possibilité de reconvertir les ondes signal et complémentaire en onde pompe sont prises en compte par

---

5. Pour ne pas dire adiabatique

la troisième équation de 6.2. La dérive de fréquence des ondes signal et complémentaire (l'onde de pompe est monochromatique) est décrite par une fréquence instantanée variant linéairement avec le temps :

$$\omega_s(t) = \omega_s^0 + \chi t \quad (6.4)$$

$$\omega_c(t) = \omega_c^0 - \chi t \quad (6.5)$$

où  $\chi$  est égal au rapport de la largeur spectrale de l'impulsion par sa durée. Lorsqu'il faut, en outre prendre en compte l'effet du doublage parasite, qui se produit lorsque l'accord de phase est quasi-dégénéré ( $\omega_s \approx \omega_i \approx \omega_p/2$ ), deux nouvelles équations peuvent être ajoutées au système d'équation précédent, ce qui porte le nombre d'équations à cinq :

$$\left\{ \begin{array}{llll} \frac{\partial A_s}{\partial z} & = i\kappa_s A_c^* A_p e^{-i\Delta k(t)z} & -\frac{1}{2}\alpha_s A_s - \frac{1}{2ik_s}\Delta_{\perp} A_s & -i\kappa_{2s} A_s^2 e^{i\Delta k_{2s}z} \\ \frac{\partial A_i}{\partial z} & = i\kappa_c A_s^* A_p e^{-i\Delta k(t)z} & -\frac{1}{2}\alpha_i A_i - \frac{1}{2ik_i}\Delta_{\perp} A_i & -i\kappa_{2c} A_i^2 e^{i\Delta k_{2i}z} \\ \frac{\partial A_p}{\partial z} & = i\kappa_p A_s A_i e^{i\Delta k(t)z} & -\frac{1}{2}\alpha_p A_p - \frac{1}{2ik_p}\Delta_{\perp} A_p & \\ \frac{\partial A_{2s}}{\partial z} & = i\kappa_{2s} A_s^2 e^{i\Delta k_{2s}(t)z} & -\frac{1}{2}\alpha_{2s} A_{2s} - \frac{1}{2ik_{2s}}\Delta_{\perp} A_{2s} & \\ \frac{\partial A_{2i}}{\partial z} & = i\kappa_{2c} A_i^2 e^{i\Delta k_{2i}(t)z} & -\frac{1}{2}\alpha_{2i} A_{2i} - \frac{1}{2ik_{2i}}\Delta_{\perp} A_{2i} & \end{array} \right. \quad (6.6)$$

avec les coefficients de couplage :

$$\kappa_j = \frac{\omega_j}{n(\omega_j) c} d_{eff} \quad (6.7)$$

### 6.3.2 Modèle numérique

Le point de départ de l'algorithme est une description spatio-temporelle des impulsions pompe et signal, éventuelle donnée par des mesures expérimentales. Le temps est subdivisé en  $N_t$  intervalles égaux de durée  $\Delta t$  pendant lesquels les éclairissements lumineux sont supposés constants. Cette durée  $\Delta t$  est choisie suffisamment courte pour échantillonner correctement le profil temporel des impulsions. Le système d'équations est alors résolu numériquement pour chaque intervalle de temps en supposant qu'il n'y a pas d'interaction entre deux intervalles adjacents, ce qui est une approximation correcte tant que l'on peut négliger la différence de vitesse de groupe entre les impulsions et que l'on suppose un dérive de fréquence suffisante. Cela revient donc à effectuer  $N_t$  calculs indépendants de propagation à travers le cristal.

Décrivons maintenant la procédure utilisée pour calculer les champs au cours de la propagation. Si les trois faisceaux et le cristal non linéaires respectent la symétrie cylindrique, il suffit de connaître la valeur des amplitudes des champs suivant un rayon, dans un plan perpendiculaire à l'axe de propagation, pour que ces amplitudes soient entièrement déterminées. L'intégration numérique des équations de propagation peut se faire

au moyen de la méthode connue sous le nom de méthode « split-step ». Cette méthode consiste à traiter séquentiellement les effets du couplage non linéaire et de l'absorption, d'une part, et ceux de la diffraction, d'autre part. Ainsi pour une propagation entre la position  $z$  et la position  $z + \Delta z$ , on intègre d'abord les équations au moyen d'une méthode du type Runge-Kutta en négligeant la diffraction. Puis, on propage les champs obtenus sur une distance  $\Delta z$ . L'opération est ensuite réitérée jusqu'à ce que tout le cristal ait été parcouru.

### 6.3.3 Transformée de Hankel

Il reste maintenant à décrire l'algorithme utilisé pour propager les champs en géométrie cylindrique. Il est bien connu que l'opérateur associé à la diffraction de Fresnel admet une forme simple et facile à implémenter numériquement dans l'espace réciproque de Fourier. Lorsque le problème est à symétrie cylindrique, la transformée de Fourier bidimensionnelle se réduit à une transformation unidimensionnelle appelée transformée de Hankel et définie par :

$$\hat{f}(r) = 2\pi \int_0^\infty f(\rho) J_0(2\pi r \rho) \rho d\rho \quad (6.8)$$

où  $J_0$  est la fonction de Bessel d'ordre zéro. Une fois que la transformée de Hankel d'un rayon vecteur est calculée, l'opérateur diffraction associé à une propagation sur une distance  $dz$  revient à ajouter au vecteur obtenu une phase quadratique. Le rayon vecteur correspondant au champ propagé se calcule alors en prenant la transformée de Hankel inverse. Numériquement, l'ensemble de ces opérations peut être ramené à une simple multiplication par une matrice calculée une fois pour toute, ce qui présente l'intérêt d'économiser de la mémoire et du temps de calcul. Malheureusement, jusqu'en 1998, l'implémentation de la version numérique de la transformée de Hankel était basée sur un calcul direct des intégrales de transformation et souffrait d'erreurs d'arrondis importants qui introduisaient des erreurs de calcul assez importants, à hauteur de  $10^{-5}$  typiquement. Cette précision peut paraître satisfaisante mais se révèle tout à fait insuffisante pour l'OPCPA où l'on souhaite vérifier la conservation de l'énergie sur plus de 6 ou 7 ordres de grandeur. Il serait regrettable, en effet, que le code de calcul introduisent un bruit numérique supérieur à l'intensité de l'onde signal de départ...

En 1998, une nouvelle version de la transformée de Hankel a été proposée : la transformée de Hankel quasi-discrète<sup>6</sup> (QDHT). Cette dernière présente plusieurs avantages par rapport au calcul direct de la transformée de Hankel, appelée pour la circonstance transformée de Hankel discrète (DHT). En premier lieu, les versions les plus performantes de la DHT repose sur des transformées de Fourier rapides (FFT)<sup>7</sup> (appelée « quasi fast Hankel transform », proposée par Siegman dès 1977 [97] et améliorée par Agrawal[1] en 1981) et requièrent, par conséquent, des fenêtres de calcul beaucoup plus large que la zone d'intérêt. Ceci n'est pas nécessaire à la QDHT qui suppose seulement que les champs sont nuls

---

6. Quasi Discrete Hankel Transform

7. Fast Fourier Transform.

au bord de la fenêtre de calcul. Ceci permet donc de réduire la fenêtre d'échantillonnage à la seule zone d'intérêt et permet donc un gain de temps de calcul important. D'autre part, la QDHT est, à l'opposé de la DHT, hautement précise : elle n'introduit du bruit numérique qu'à hauteur de  $10^{-10}$ . Ces améliorations ont cependant un coût : alors qu'en DHT les points d'échantillonnage sont régulièrement espacés, la QDHT nécessite d'échantillonner les champs en des points qui ne sont pas exactement régulièrement espacés mais suivent la répartition des zéros de la fonction de Bessel d'ordre 1.

Sans rentrer dans les détails, la QDHT n'est pas une simple évaluation numérique de la transformée de Hankel exacte mais une version discrète de cette transformation. Pour faire simple, on peut dire que la QDHT est à la DHT ce que la FFT est au calcul numérique direct d'une transformée de Fourier : numériquement et dans certaines limites, les résultats sont proches mais le sens et les propriétés des transformées continues et discrètes sont différents. En particulier, on peut montrer que la QDHT vérifie exactement la version discrète du théorème de Parseval. Pratiquement cela signifie qu'avec la QDHT, on peut propager des champs dont l'énergie peut atteindre plusieurs centaines de mJ et garder une précision de calcul de quelques dizaines de pJ. Pour plus de détails sur la QDHT, le lecteur est renvoyé à l'article fondateur de Li Yu *et al.* [114] et à sa généralisation par Manuel Guizar-Sicairos *et al.* [48]. en 2004. Dans ce dernier article, les auteurs comparent, par ailleurs, les performances de la QDHT et de la DHT basée sur la FFT. Une étude approfondie et détaillée des performances des différentes versions de DHT a été proposée par Joanne Markham [79] en 2003.

### 6.3.4 Quelques résultats

Le code de calcul développé dans le cadre de la thèse repose sur un code initialement développé à l'ONERA par Mathieu Jeandron [61] pour les OPO nanosecondes. Ce code a été adapté au traitement de l'OPCPA et la QDHT a été implémentée en lieu et place de la DHT. Ce code a été appliquée aux expériences menées au LLNL avec les valeurs et paramètres utilisés indiqués dans le tableau

$N_r$	$N_t$	$L_c$	$d_{\text{eff}}$	$E_p$	$E_s$	$\tau_p$	$\tau_s$	$w_p$	$w_s$
—	—	(mm)	(pm/V)	(mJ)	(nJ)	(ns)	(ns)	(mm)	(mm)
128	100	7,5	9	22	0,25	5,7	1,2	1,6	2

TAB. 6.3 – Paramètres de calcul. La transmission des miroirs dichroïques est de 95% dans l'infrarouge et le délai entre les deux passages est de 0,5 ns.

Sur un Athlon XP2000 avec 256 Mo de RAM, il faut 3 mn et 7 s pour calculer le résultat du double passage. Les énergies trouvées par le calcul sont indiquées dans le tableau



$E_p$ (mJ)	$E_s$ (mJ)	$E_c$ (mJ)	$\Delta E$ (nJ)
11,4	3 .01	2,95	$9,2 \cdot 10^{-2}$

TAB. 6.4 – Résultats de calcul.

### Interprétation des résultats

Le calcul donne des valeurs 2,6 fois plus élevées que les valeurs trouvées expérimentalement. On peut invoquer plusieurs raisons pour expliquer cette différence. En premier lieu, le faisceau pompe est plus large que le cristal non linéaire ce qui fait qu'une partie de l'énergie de pompe n'interagit pas avec le faisceau signal. De plus, au voisinage des parois du cristal, les ondes diffractent et ne se couplent pas aussi bien qu'au centre. Expérimentalement, on obtient ainsi en champ proche un faisceau signal oblong, une fois et demie plus large dans une direction que dans l'autre. En appliquant ce facteur correctif de 1,5, on rapproche déjà les valeurs expérimentales et numériques : 2,0 mJ contre 1,2 mJ.

D'autre part, le calcul ne prend pas en compte la structure spatio-temporelle exacte des impulsions de pompe. Or, ces impulsions présentent bien une structure spatio-temporelle caractéristique des cavités instables à miroirs supergaussiens. Il est donc possible que le profil temporel ne soit pas celui supposé. En particulier, il est possible que le profil temporel soit légèrement asymétrique, tout comme le spectre amplifié. Enfin, le décalage temporel entre les impulsions pompe et signal entre le premier et le second passage n'étant pas connu avec une précision suffisante, il reste une variable ajustable dans le calcul. Avec tous ces paramètres inconnus, il est possible de retrouver la valeur de 1,2 mJ mais les valeurs retenues sont sans justifications expérimentales.

## Conclusion de chapitre

- Les matériaux à quasi-accord de phase présentent des propriétés particulièrement intéressantes pour les préamplificateurs OPCPA. En particulier, l'absence de double réfraction et leur fort coefficient non linéaire permettent de construire des amplificateurs paramétriques nanosecondes efficaces avec des faisceaux de petites dimensions et des cristaux courts. Ces cristaux permettent également de simplifier les montages expérimentaux :
  - il est possible de travailler avec des éclaircissements modestes, ce qui évite les télescopes ;
  - l'acceptance angulaire de ces cristaux est telle qu'il n'est pas nécessaire de les orienter avec précision.

- Un amplificateur double passage en PPKTP construit et caractérisé au laboratoire LLNL (Livermore, Californie, USA) montre qu'en effet, on peut obtenir de bons rendements de conversion et des énergies supérieures au millijoule avec un laser de pompe commercial, des énergies de pompe modestes (24 mJ) et des cristaux non linéaires commercialement disponibles. L'architecture en double passage permet de filtrer la fluorescence et d'atteindre un contraste temporel d'impulsion meilleur que  $10^7$ . Il s'agit des meilleures performances obtenues en OPCPA avec ce type de matériau jusqu'à la date de rédaction de cet ouvrage. Ce travail a fait l'objet d'une publication [63].

- Ce même amplificateur double passage peut être utilisé pour réaliser une amplification paramétrique sur fond noir par une double différence de fréquence. L'expérience montre que les performances de ce système sont presque identiques à l'amplificateur paramétrique utilisé dans sa version usuelle. Il s'agit d'une démonstration originale et concluante qui devrait également faire l'objet d'une publication.

- Enfin, un code spécifiquement adapté à l'OPCPA dans les matériaux à quasi-accord de phase a été développé à l'ONERA. Ce code tire profit de la symétrie cylindrique des faisceaux et du cristal non linéaire pour réduire les temps de calcul et améliorer la description des faisceaux mais aussi, grâce à la transformée de Hankel quasi-discrète, pour gagner en précision de calcul par rapport aux codes tridimensionnels.



# Chapitre 7

## La question du contraste en OPCPA

La vérité ne triomphe jamais, mais  
ses adversaires finissent par  
mourir.

---

Max PLANCK

### 7.1 Contexte de l'étude : les sources ultra-intenses

#### 7.1.1 La notion de contraste temporel d'une impulsion courte

TOUTS les processus d'amplification introduisent une certaine quantité de bruit sur le signal amplifié et s'accompagne de distortions variées. On peut, par exemple, penser aux amplificateurs électroniques à fort gain utilisés en sonorisation ou en téléphonie : le timbre des sons est altéré, on entend parfois des échos et toujours un souffle de basse fréquence. Il en va de même pour l'amplification optique, que la technique d'amplification repose sur l'amplification laser ou l'amplification paramétrique. Dans le milieu des sources ultra-intenses, la qualité temporelle d'une impulsion et, en particulier, le niveau relatif de bruit introduit par la chaîne d'amplification par rapport à la puissance crête de l'impulsion, définit le *contraste* temporel de l'impulsion.

Cette quantité est de toute première importance pour de nombreuses applications, et en particulier pour les sources ultra-intenses, car l'énergie contenue dans le fond (mais aussi dans le front montant de l'impulsion courte) peut être suffisante pour interagir avec la cible expérimentale et créer un plasma avant même que l'impulsion courte n'arrive, ce qui modifie parfois radicalement les propriétés de la cible.

Afin de préciser ce que recouvre la notion de contraste, un profil schématique du profil temporel d'une impulsion courte typique est représenté en figure 7.1 sur une échelle logarithmique.

Au nombre des imperfections que présente le plus souvent une impulsion courte, on peut distinguer :

- un piédestal long ( $>100$  ps) ou fond nanoseconde ;

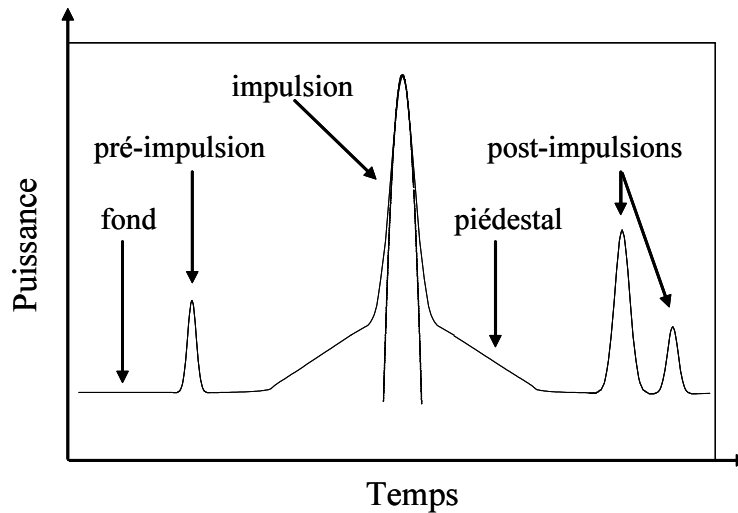


FIG. 7.1 – Profil temporel typique d’une impulsion brève à l’échelle sub-nanoseconde. En pointillés est indiqué le profil théorique d’une impulsion gaussienne parfaite.

- un piédestal court (jusqu’à quelques dizaines de fois la durée de l’impulsion) ;
- les pré-impulsions : les répliques de l’impulsion situées avant l’impulsion ;
- les post-impulsions : les répliques de l’impulsion situées après l’impulsion ;

L’origine physique de chacune de ces structures peut également être isolée. Le piédestal long correspond au bruit incohérent introduit par l’oscillateur femtoseconde ou, le plus souvent, par l’amplificateur laser ou paramétrique. Le piédestal court est donné par les défauts d’étirement et/ou de compression et, plus généralement, aux effets de rebonds introduit par une phase spectrale non contrôlée. Les pré-impulsions et les post-impulsions sont des répliques de l’impulsion principale qui ont pour origine des réflexions ou des diffusions sur des surfaces optiques.

## Quelques ordres de grandeur dans les chaînes laser

Dans les chaînes laser de forte énergie, le fond nanoseconde (l’émission spontanée amplifiée) est principalement déterminé par le préamplificateur c’est à dire par la portion initiale de la chaîne laser. C’est en effet dans cette région de la chaîne que les énergies mises en jeu sont les plus faibles et que la sensibilité au « bruit » d’amplification est maximale. Dans les cavités régénératives, ce fond nanoseconde est le plus souvent de l’ordre de  $10^{-7}$  à  $10^{-6}$ . Les post-impulsions peuvent atteindre  $10^{-2} - 10^{-3}$  mais sont le plus souvent de plus faible intensité. Le piédestal induit par les effets de phase non contrôlés apparaît plutôt à hauteur de  $10^{-4}$  et sa largeur varie de quelques picosecondes à une dizaine de picosecondes.

### 7.1.2 Le contraste des impulsions amplifiées par OPCPA

Dans un amplificateur paramétrique, le bruit d’amplification provient d’un phénomène appelé fluorescence paramétrique, un phénomène d’origine quantique correspondant à la

génération spontanée d'une paire de photons signal et complémentaire à partir d'un photon de pompe. Cet effet est tout à fait analogue à l'émission spontanée dans les milieux laser et l'amplification paramétrique et la fluorescence paramétrique sont aussi indissociables que le sont l'émission spontanée et l'émission stimulée dans les laser. La similitude entre milieux laser et amplificateurs paramétriques est, du point de vue de l'origine du bruit comme de son intensité, très forte comme l'a établi Yariv [112]. La question du contraste des impulsions amplifiées par OPCPA ne semble donc pas, à première vue, se poser différemment que pour l'amplification laser. Toutefois, les deux systèmes d'amplification sont suffisamment différents pour justifier une étude théorique expérimentale spécifique.

En effet, il existe deux différences majeures entre un amplificateur laser et un amplificateur paramétrique. L'amplification paramétrique est un phénomène directionnel<sup>1</sup> et instantané<sup>2</sup>. L'OPCPA n'amplifie donc que le signal que l'on souhaite amplifier et n'amplifie pas les pré ou post-impulsions en dehors de la fenêtre de gain déterminée par l'impulsion de pompe. C'est pour cette raison notamment que la technique OPCPA est fréquemment présentée comme une technique d'amplification comparativement plus « propre » que l'amplification régénérative.

Comme peu d'OPCPA ont été expérimentalement étudiés jusqu'à très récemment, la question du contraste est restée en suspend jusqu'à très récemment et ce n'est qu'en 2003 que les premiers éléments de réponse ont été apportés. En 2003, les groupes de Jovanovic [67] et de Yamanaka [113] ont rapporté avoir mesuré un contraste nanoseconde de l'ordre de  $10^7$  pour des préamplificateurs dont le gain était du même ordre de grandeur. Cependant, au delà de ces deux publications, aucune étude expérimentale complète du contraste n'a été publiée jusqu'en 2005.

### 7.1.3 Objectifs de l'étude

Ce chapitre est consacré à l'étude expérimentale du contraste des impulsions amplifiées par OPCPA ainsi qu'à l'analyse et l'interprétation des résultats obtenus. Pour être plus précis, la problématique de ce chapitre est de déterminer quel est le contraste nanoseconde et picoseconde expérimentalement accessible par un préamplificateur OPCPA.

En toile de fond de ce travail se dessine, en réalité, une seconde problématique d'ordre technologique : dans la mesure où la technique OPCPA se pose en alternative à l'amplification régénérative, l'OPCPA permet-elle d'améliorer le contraste temporel des impulsions ? Cette question demandant de longs développements, il n'a pas été possible d'y répondre ici. Néanmoins, le lecteur trouvera des éléments de réponses dans un article récemment soumis [33].

Je tiens également à souligner qu'une partie de ce travail a été réalisé en collaboration avec Vincent Bagnoud et le groupe de Jon Zuegel du Laboratory for Laser Energetics<sup>3</sup>

---

1. La condition d'accord de phase n'est vérifiée que pour un sens de propagation.

2. L'amplification paramétrique n'implique pas de transitions électroniques *résonnantes*. Il n'y a donc pas d'énergie *stockée* dans l'amplificateur paramétrique.

3. LLE

(Rochester, New York), tant sur le plan expérimental (contraste de la source Omega-EP) que théorique (contraste ultime en OPCPA et comparaison avec les amplificateurs régénératifs).

## 7.2 Première mesure expérimentale du contraste des impulsions amplifiées par OPCPA

### 7.2.1 Description du pilote de Omega-EP

La première mesure de contraste a été menée sur le pilote OPCPA du prototype de la chaîne laser de Omega-EP du LLE. Cet OPCPA fait l'objet de plusieurs publications ([4] et les références en amont) et un schéma de la chaîne d'amplification est présenté en figure 7.2.

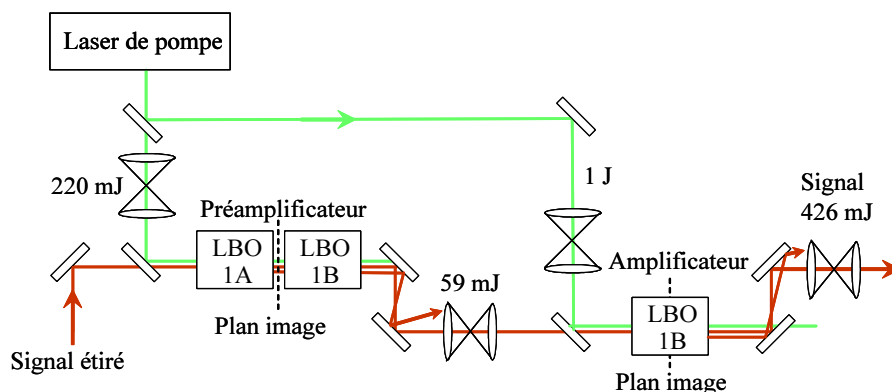


FIG. 7.2 – Schéma de principe du pilote OPCPA de Omega-EP.

Un oscillateur femtoseconde commercial<sup>4</sup> à base de Nd : verre produit des impulsions de 220 fs et de 1,7 nJ avec une cadence de 76 MHz à la longueur d'onde centrale de 1 053 nm. Les impulsions sont étirées au moyen d'un triplet de Öffner jusqu'à 2 ns avec un facteur d'étirement de 300 ps/nm. En raison de la bande spectrale de l'étireur (8 nm) et de la faible efficacité des réseaux en Or, la transmission de l'étireur est de l'ordre de 40%.

Le faisceau signal est élargi à 2 mm (diamètre à mi-hauteur) et dirigé vers un premier étage d'amplification. Les impulsions de pompe utilisées sont issues d'une source laser opérant à 527 nm et construite spécifiquement pour l'OPCPA. Cette source délivre à 5 Hz des impulsions de pompe mises en forme à la fois temporellement et spatialement de façon à ce que l'éclairement soit uniforme<sup>5</sup> dans les trois dimensions. Le faisceau de pompe mesure 2,2 mm de diamètre et l'impulsion dure 2,5 ns, ce qui assure un recouvrement spatial et temporel optimal avec les impulsions signal. Le préamplificateur est constitué de deux cristaux de 29,75 mm de LBO placés en compensation de walk-off et taillés pour un

4. GLX-200, Time-Bandwidth Product

5. « top-hat » selon la terminologie anglo-saxonne.

accord de phase quasi-colinéaire et quasi-dégénéré. Avec 100 mJ de pompe, l'éclairement de pompe est de  $1 \text{ GW/cm}^2$  et les impulsions signal sont amplifiées jusqu'à 20 mJ, ce qui représente un gain de  $3 \cdot 10^7$ . Après amplification, 10% de l'énergie est prélevée et dirigée vers un compresseur à réseaux. La durée des impulsions recomprimées a été mesurée et correspond, à 10% près, à la limite de Fourier.

## 7.2.2 Dynamique de la mesure

Le profil temporel moyen des impulsions recomprimées a été caractérisé par un corrélateur croisé récurrent à grande dynamique (autocorrélateur Sequoia, commercialisé par Amplitude Technologies). Une première mesure de contraste [5] a permis de caractériser le bruit de mesure de l'appareil. Comme montré sur la figure 7.3, la sensibilité de mesure de l'appareil est de  $10^{-9}$  limitée par la génération de troisième harmonique introduite par la voie  $\omega$ . Le bruit de détection est, lui, de  $10^{-12}$ .

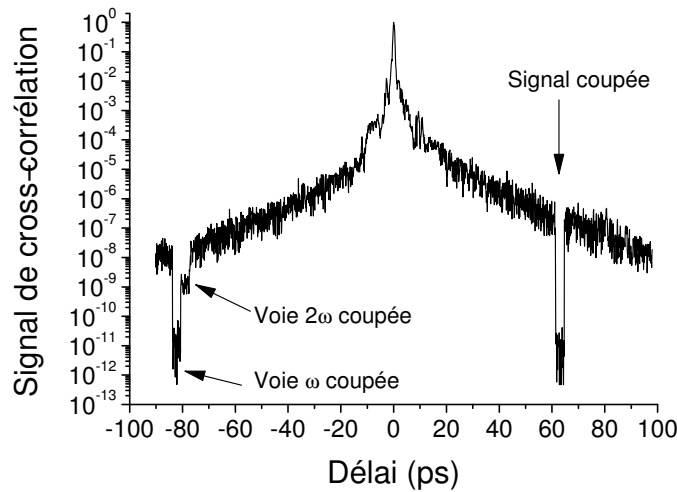


FIG. 7.3 – Signal de cross-corrélation - L'obstruction des voies  $\omega$ ,  $2\omega$  et de la voie d'entrée sont figurées par les flèches.

## 7.2.3 Mesures du contraste : résultats expérimentaux

Comme montré en figure 7.4, le profil temporel de l'impulsion peut être décomposé en quatre parties. Après une chute rapide de la puissance sur 2 ordres de grandeur, des rebonds asymétriques limitent le contraste à  $\simeq 10^{-2}$  quelques picosecondes avant l'impulsion. Vient ensuite une région de décroissance exponentielle rapide avec une pente d'une décade par 15 ps jusqu'à 25 ps. De 25 ps à 100 ps, la puissance décroît plus lentement avec une pente de 10 dB par 25 ps jusqu'à 100 ps. A 100 ps, le contraste est de  $10^{-8}$  et demeure constant sur le reste de la fenêtre de mesure.



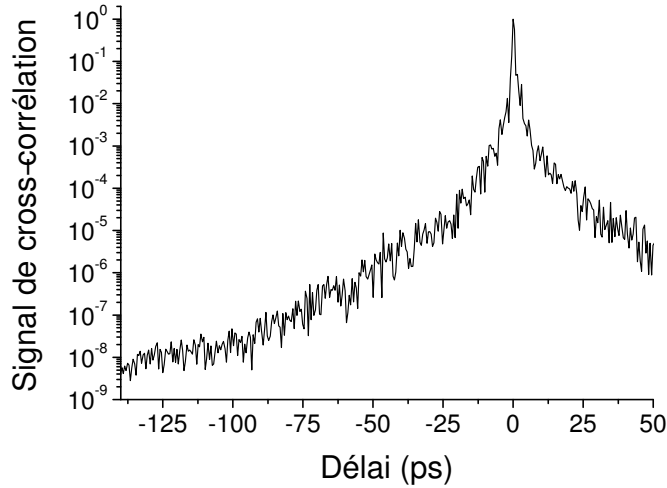


FIG. 7.4 – Signal de cross-corrélation.

Des mesures complémentaires effectuées directement sur l'oscillateur femtoseconde ont permis d'attribuer, quelques semaines plus tard, la première pente (une décade par 25 ps) à un mauvais réglage de l'oscillateur femtoseconde. En revanche l'origine de la décroissance lente n'a pu être déterminée. Plusieurs expériences ont montré que ce piédestal long était indépendant du degré de saturation des amplificateurs paramétriques et qu'il n'était pas induit par une coupure spectrale.

Les mesures effectuées ont donc apporté deux résultats marquants :

- le contraste nanoseconde de l'OPCPA est d'au moins  $10^{+8}$  ;
- l'amplification paramétrique semble introduire un bruit d'origine inconnue sur les impulsions amplifiées qui induit, dans le domaine temporel un piédestal de plusieurs dizaines de picosecondes.

C'est afin de tenter de déterminer l'origine de ce piédestal que des expériences complémentaires sur le contraste ont été menées au LULI à la suite de ce séjour aux États-Unis.

## 7.3 Étude expérimentale du contraste des impulsions amplifiées par OPCPA

### 7.3.1 Hypothèse de travail

Comme rappelé dans l'introduction de ce chapitre, dans un amplificateur paramétrique, le gain varie instantanément avec l'éclairement de l'onde de pompe. Une conséquence majeure de cette observation est que toutes les fluctuations temporelles de l'impulsion de pompe sont imprimées sur le profil temporel de l'impulsion signal, c'est à dire sur son spectre puisque l'impulsion porte une dérive de fréquence. Ces modulations spectrales viennent ensuite dégrader le profil temporel des impulsions recomprimées.

Néanmoins, des modulations résiduelles d'origines variées (injection insuffisante, émission spontanée amplifiée...) sont susceptibles de produire des modulations de faible amplitude sur les spectres amplifiés et de dégrader le contraste à grande dynamique des impulsions recomprimées. C'est l'une des hypothèses qui a été retenue pour expliquer la formation d'un piédestal long (quelques dizaines de picosecondes) lorsque les impulsions sont amplifiées par OPCPA et que nous avons voulu tester. Ce travail a fait l'objet d'une publication en 2005 [32].

### 7.3.2 Montage expérimental et principe de la mesure

Afin d'éprouver cette hypothèse, un montage expérimental spécifique a été construit au laboratoire LULI sur la base de l'amplificateur étudié dans la partie 5.2. Le montage expérimental est rappelé en figure 7.5.

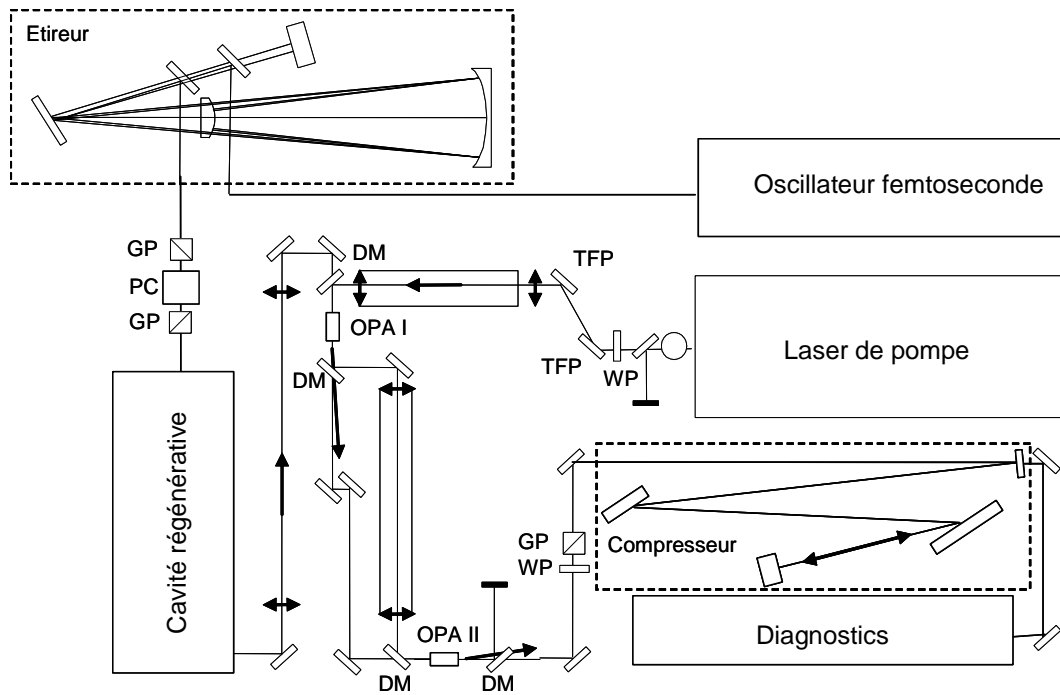


FIG. 7.5 – Schéma expérimental.

L'intérêt de ce montage est de permettre de mesurer le contraste des impulsions avec et sans amplification paramétrique. En effet, les  $200 \mu\text{J}$  issus de l'amplificateur régénératif ( $75 \mu\text{J}$  après compression) sont suffisants pour mesurer le contraste sur 8 ordres de grandeur. Il est donc possible de varier le gain de l'amplificateur paramétrique de 1 à 30 et de mesurer l'évolution du contraste avec l'amplification paramétrique. De plus, le chemin optique est invariable avec ou sans amplification paramétrique, ce qui permet d'attribuer les éventuels changements dans le contraste à l'amplification paramétrique sans ambiguïté. Le contraste est mesuré par le même autocorrélateur du troisième ordre (Sequoia, Amplitude Technologies) qu'utilisé sur le pilote de Omega-EP.

### 7.3.3 Résultats expérimentaux

#### Mesure du contraste

Les signaux de corrélation croisée des impulsions non amplifiées ( $75 \mu\text{J}$ ) et amplifiées ( $2,1 \text{ mJ}$ ) sont montrés en figure 7.6. Lorsque le faisceau pompe est bloqué, le profil temporel des impulsions présente une impulsion propre reposant sur un fond à  $10^{-7}$ . En revanche, pour un gain paramétrique de 30, un piédestal d'environ 20 ps à mi-hauteur apparaît sous l'impulsion principale à hauteur de  $\sim 10^{-3}$ . Les autres caractéristiques de l'impulsion sont conservées, y compris le fond nanoseconde à  $10^{-7}$ .

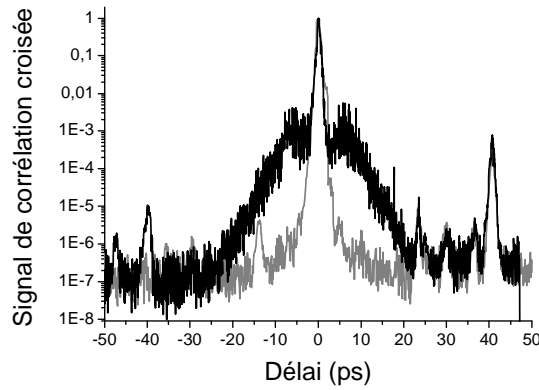


FIG. 7.6 – Corrélation croisée des impulsions issues de la cavité régénérative avec (trait noir) et sans amplification (trait gris), recomprimées à l'aide du même compresseur.

#### Profil temporel des impulsions de pompe

Le profil temporel des impulsions de pompe est enregistré au moyen d'une caméra à balayage de fente (C7700-11, Hamamatsu) munie d'une photocathode de type S1 et d'une caméra CCD de 12 bits. La résolution temporelle de la caméra a été estimée à environ 10 ps. Comme montré en figure 7.7, le profil temporel des impulsions de pompe est d'aspect gaussien à l'échelle nanoseconde mais laisse apparaître des modulations rapide de faible amplitude à l'échelle de quelques dizaines de ps, et ce, malgré l'injection du laser de pompe. De plus, le profil spatio-temporel est structuré et présente une granulosité inattendue.

### 7.3.4 Interprétation des résultats expérimentaux

#### Origine du piédestal temporel

Afin de vérifier si les modulations spectrales observées suffisent à expliquer le piédestal temporel mesuré, le signal d'autocorrélation à  $3\omega$  est calculé pour une série de dix spectres mesurés expérimentalement. La moyenne de ces signaux est ensuite comparée au signal mesuré expérimentalement. Comme montré en figure 7.8, l'accord entre ces deux mesures est bon : les deux courbes montrent un piédestal large d'une dizaine de picosecondes et à

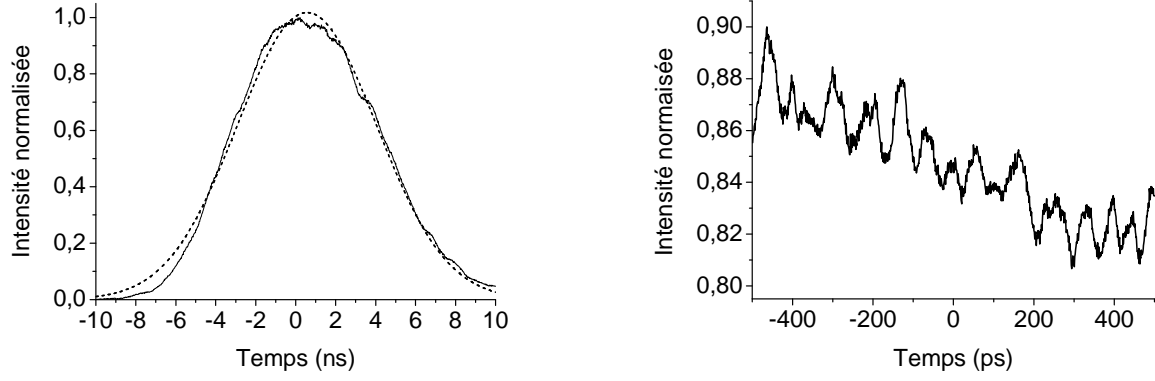


FIG. 7.7 – Profil temporel (spatialement intégré) des impulsions de pompe sur deux échelles de temps différentes.

hauteur de  $10^{-3}$ . En raison de la résolution finie du spectromètre (environ 0,4 nm), aucune information n'a pu être extrapolée au delà de 7 ps.

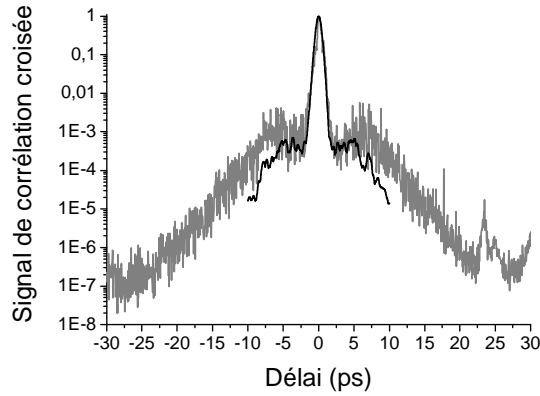


FIG. 7.8 – Comparatif entre les signaux extrapolés à partir des spectres expérimentaux et le signal de corrélation croisée mesuré expérimentalement

### Modulations spectrales : un calcul d'ordre de grandeur

Si on néglige toute structure modale, le spectre des impulsions pompe, avant doublage, peut être décrit par la superposition du spectre injecté et d'un bruit correspondant à la largeur de raie du laser en régime pulsé. Si nous supposons que la répartition spectrale de ce bruit est une gaussienne de largeur  $\nu$  et d'intensité relative  $\epsilon$ , alors la fréquence de battement entre la fréquence injectée  $\nu_0$  et la fréquence  $\nu_0 + \Delta\nu/2\sqrt{2}$  a pour amplitude  $\epsilon/2$ .

Si  $\chi$  désigne la dérive de fréquence de l'impulsion signal, la modulation spectrale imprimée par cette modulation temporelle de la pompe a pour période  $2\sqrt{2}\chi\Delta\nu$ . Dans le domaine temporel, cette modulation spectrale donne naissance à deux répliques décalées

de  $\pm\Delta\nu/(2\sqrt{2}\chi)$  ps par rapport à l'impulsion principale. Sur le signal d'autocorrélation à  $3\omega$ , ces répliques apparaissent avec une intensité relative donnée par le carré de l'amplitude temporelle, c'est à dire  $\epsilon^2/16$ .

Si l'on considère que la largeur de raie du laser est la largeur de raie naturelle du Nd : YAG , c'est-à-dire 0,45 nm, la largeur du piédestal correspondant est d'environ 35 ps. Comme la mesure à la caméra à balayage de fente montre des modulations de l'ordre de  $2,5 \cdot 10^{-2}$ , la largeur attendue du piédestal est de  $\pm 17,5$  ps, à environ  $4 \cdot 10^{-5}$ , ce qui est de l'ordre de grandeur mesuré expérimentalement. Comme la largeur de raie des impulsions de pompe sont vraisemblablement plus fines que la largeur de raie naturelle du Nd : YAG en raison du rétrécissement spectral par le gain et, surtout, des éléments intracavités, notre estimation de la largeur du piédestal est vraisemblablement surestimée.

## Conclusion

En conclusion, cette étude expérimentale montre que des battements temporels résiduels, même faibles, sur l'impulsion de pompe suffisent à dégrader le contraste des impulsions amplifiées par OPCPA. Ces modulations temporelles induisent l'apparition d'un piédestal dont la largeur peut être reliée à la largeur de raie du milieu laser utilisé pour la source laser, largeur de raie dilatée par la dérive de fréquence de l'impulsion signal. Étant donnée que le contraste d'injection des sources laser est limité à  $\sim 10^3 - 10^4$ , le piédestal induit par les fluctuations résiduelles sur l'impulsion pompe risquent d'apparaître à partir de  $10^{-7} - 10^{-9}$  et ce même avec une pompe bien injectée. La contribution du bruit de pompe est donc, potentiellement, une source majeure de dégradation du contraste des impulsions amplifiées par OPCPA.

A la lumière de ces conclusions, il est possible (même si cela reste une simple hypothèse, faute de preuves directes) que le piédestal long mesuré au LLE ait pour origine des modulations spectrales induites par l'impulsion de pompe. Un argument d'ordre de grandeur plaide en particulier pour cette hypothèse. Étant donné que le milieu amplificateur utilisé pour produire les impulsions de pompe est du Nd : YLF et que la largeur de raie de ce matériau est presque 3 fois supérieure à celle du Nd : YAG, on s'attend à trouver — dans l'hypothèse où les modulations spectrales sont provoquées par un bruit résiduel sur l'impulsion de pompe — un piédestal large d'environ 60 ps à mi-hauteur (soit trois fois celle mesurée expérimentalement avec du Nd : YAG). Et c'est effectivement le cas. Une étude supplémentaire avec un autre laser de pompe (à base de Nd : verre par exemple) pourrait fournir un troisième point de mesure et permettrait de déterminer si le piédestal picoseconde est réellement proportionnel à la largeur de raie du matériau laser utilisé pour générer les impulsions de pompe.

## 7.4 Fluorescence paramétrique : un modèle pour les préamplificateurs

### Guide de lecture de ce chapitre

En liaison avec le chapitre 6 et avec la section précédente, l'objet de ce chapitre est de trouver des formules analytiques qui permettent d'évaluer pour des amplificateurs paramétriques à forts gains ( $> 10^6$ ) :

- la fraction d'énergie perdue par fluorescence paramétrique ;
- le seuil de fluorescence ;
- le rapport signal à bruit de l'amplificateur.

Des comparaisons entre les valeurs théoriques et expérimentales seront proposées en fin de chapitre, en particulier sur la question du contraste temporel.

### Fluorescence paramétrique : introduction et bibliographie

Comme de nombreux systèmes amplificateurs, l'amplification paramétrique optique introduit du bruit sur le signal amplifié. Le mécanisme physique responsable de ce bruit est la fluorescence paramétrique optique, un phénomène indissociable de l'amplification paramétrique qui consiste en la génération spontanée d'une paire de photons signal et complémentaire à partir d'un photon de pompe.

Comme le signal et la fluorescence partagent le même réservoir d'énergie (l'onde pompe), la fluorescence est un effet parasite susceptible d'emporter une fraction importante de l'énergie de pompe et de se coupler au signal en régime de saturation. Expérimentalement, on peut même observer l'existence d'un gain seuil au delà duquel la fluorescence emporte la quasi totalité de l'énergie (voir [67] par exemple).

Depuis sa prédiction théorique par Louisell et ses collaborateurs [76] en 1961, la fluorescence paramétrique a été largement étudiée et son étude a trouvé un regain d'intérêt avec la découverte des états comprimés des champs [105], la génération de photons jumeaux [17] ou encore l'amplification d'images [24]. En 1968, Harris et Byer [18] ont calculé la puissance totale émise par fluorescence paramétrique dans l'approximation des ondes planes et pour des petits gains en supposant que la fluorescence débute sur un photon de bruit par mode et par unité de temps. La même année, Kleinman [69] a justifié cette hypothèse à partir de la règle d'or de Fermi appliquée à un cristal non linéaire en cavité. En 1987 et 1990, Caves [21] et Huttner [58] ont développé un modèle de quantification en espace libre pour des ondes planes et une pompe non dépeuplée. Il montre, à la suite de Kleinman, que la puissance émise par fluorescence paramétrique revient à considérer un photon de bruit par mode et par unité de temps à l'entrée du cristal. Une synthèse récente du modèle décrivant la fluorescence paramétrique et une étude des effets fins associés à la distribution angulaire de la puissance émise par fluorescence paramétrique a été publiée en 1995 par K. Koch et ses collaborateurs [68]. Une autre étude expérimentale intéres-

sante de la fluorescence émise au voisinage d'un accord de phase colinéaire dégénéré en fréquence est celle proposée par F. Devaux [24].

### 7.4.1 Calcul de la puissance émise par fluorescence

#### Flux de photons émis par fluorescence

Comme établi par Huttner [58], le nombre moyen<sup>6</sup> de photons de bruit signal<sup>7</sup> de fréquence et de vecteur d'onde  $(\omega_s, \mathbf{k}_s)$  émis à la sortie de l'amplificateur paramétrique à partir d'un photon de bruit complémentaire  $(\omega_c, \mathbf{k}_c)$  en  $z = 0$  est donné par :

$$N(L) = q^2 \frac{\sinh^2 \left( \sqrt{q^2 - (\Delta k/2)^2} L \right)}{q^2 - (\Delta k/2)^2} \quad (7.1)$$

où  $q$  est le gain petit signal défini en 1.62 et dont l'expression est rappelée ci-dessous :

$$q = d_{eff} \sqrt{\frac{2\omega_s \omega_c}{n_s n_c n_p \epsilon_0 c^3}} I_p$$

On retrouve là une expression analogue à celle déjà établie pour des ondes planes. Pour des grands désaccords de phase, c'est-à-dire pour des désaccords de phase tels que  $|\Delta k| > 2q$ , l'expression précédente devient :

$$N(L) = q^2 L^2 \text{sinc}^2 \left( \sqrt{(\Delta k/2)^2 - q^2} L \right) \quad (7.2)$$

En toute rigueur, la formule 7.1 n'est valable que dans le cadre d'un modèle unidimensionnel et ne s'applique qu'à une interaction colinéaire. Néanmoins, en suivant le raisonnement publié par Yariv [112], nous appliquerons cette formule au cas non colinéaire en prenant  $\Delta k$  égal au désaccord de phase longitudinal  $\Delta k_{\parallel}$ <sup>8</sup> :

$$\Delta k = k_p - \mathbf{k}_s \cdot \hat{\mathbf{z}} - \mathbf{k}_c \cdot \hat{\mathbf{z}} \quad (7.3)$$

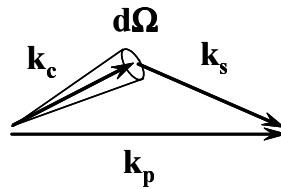


FIG. 7.9 – Définition de l'angle infinitésimal  $d\Omega$ .

La puissance élémentaire signal émise à partir de  $k_c$ , dans l'intervalle spectral infini-

6. Il s'agit d'un résultat issu de la mécanique quantique.

7. Les photons signal sont les photons d'énergie  $\hbar\omega_s$  tels que  $\hbar\omega_s \leq \hbar\omega_p/2$

8. Cf annexe 1

tésimal  $]\omega_c - d\omega, \omega_c[ = ]\omega_s, \omega_s + d\omega[$  et dans un angle solide infinitésimal  $d\Omega_c$  est égal à :

$$d\Phi = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{c}{n_c} \frac{k_c^2}{v_{gc}} N(L) d\Omega_c d\omega_s \quad (7.4)$$

où  $1/v_{gi} = \partial k_c / \partial \omega$  représente la vitesse de groupe complémentaire. Le flux total de photons de pompe perdus par fluorescence est alors obtenu par intégration sur toutes les fréquences et toutes les directions accessibles aux photons complémentaires (la fluorescence paramétrique est incohérente) :

$$\Phi = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathfrak{D}} \frac{c}{n_c} \frac{k_c^2}{v_{gc}} \frac{\sinh^2 \left( qL \sqrt{1 - (\Delta k/2q)^2} \right)}{1 - (\Delta k/2q)^2} d\Omega_c d\omega_s \quad (7.5)$$

Le domaine d'intégration  $\mathfrak{D}$  correspond à  $\Delta\Omega \times ]0, \omega_p/2[$  où  $\Delta\Omega$  est l'angle solide maximal dans lequel la fluorescence peut être émise ou collectée. Afin de simplifier la présentation, cet angle solide sera assimilé à un cône de demi-angle au sommet  $\theta_{max}$ .

### Lien avec la formule établie par Byer et Harris

Dans leur article de 1968 [18], Byer et Harris établissent que la puissance émise par fluorescence paramétrique est donnée par la formule (7.6) :

$$\frac{2\nu_s^4 \nu_c d_{eff}^2 \hbar n_s}{4\pi^2 \epsilon_0^3 c^5 n_c n_p} L^2 P_p \int \int_0^\theta \text{sinc}^2(\Delta k L/2) \phi d\phi d\nu_s \quad (7.6)$$

Afin de rapprocher la formule 7.6 de celle établie en 7.5, on peut remarquer que le domaine d'intégration de 7.5 peut se décomposer en deux sous-domaines : une région de fort gain ( $|\Delta k(\theta_s, \omega_s)| \ll 2q$  ou bien  $|\Delta k(\theta_s, \omega_s)| \sim 2q$ ) et une région de faible gain ( $|\Delta k(\theta_s, \omega_s)| \gg 2q$ ). Si on néglige la contribution du premier sous-domaine à la fluorescence paramétrique totale, c'est-à-dire si l'on néglige la fluorescence *amplifiée*<sup>9</sup> ou encore que l'on considère que  $qL \ll 1$ , la formule 7.5 peut être approchée par :

$$\Phi = \frac{1}{(2\pi)^3} (qL)^2 \int_{\mathfrak{D}} \frac{c}{n_c} \frac{k_c^2}{v_{gc}} \text{sinc}^2(\Delta k L) d\Omega_c d\omega_s \quad (7.7)$$

En négligeant de plus les variations de fréquences et d'indices optiques dans 7.7 et en utilisant la définition de  $q$ , on trouve alors :

$$\Phi = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{4\pi d_{eff}^2 \omega_s \omega_c}{n_s n_c^2 n_p \epsilon_0 c^2} \frac{k_c^2}{v_{gc}} L^2 I_p \int_{\mathfrak{D}} \text{sinc}^2(\Delta k L) \phi d\phi d\omega_s \quad (7.8)$$

ce qui est exactement la formule dérivée par Byer et Harris [18] ou encore Yariv [112] moyennant l'approximation  $v_{gc} = c/n_c$ .

Ce résultat a également été établi par Kleinman [69] (voir l'annexe A) à partir de

---

9. Par analogie avec l'émission spontanée *amplifiée* dans les milieux laser.



la règle d'or de Fermi appliquée au continuum d'états constitué par toutes les paires de photons. L'approche de Kleinman met en évidence que le résultat 7.8 ne tient pas compte des effets cohérents entre les photons créés par fluorescence paramétrique<sup>10</sup>, ce qui est une autre façon de mettre en évidence que ce résultat néglige les effets de l'amplification paramétrique.

## Approximation grand gain

Pour un amplificateur à gain très élevé ( $> 10^6$  par exemple), on ne peut plus négliger la fluorescence paramétrique amplifiée et cette contribution devient même rapidement prépondérante puisque la fluorescence croît *quadratiquement* avec  $qL$  alors que l'amplification paramétrique croît *exponentiellement* avec  $qL$ . Une illustration graphique de ceci est proposée en figure 7.10. Cette figure montre pour différents gains (c'est à dire pour des cristaux d'épaisseurs croissantes ou encore pour des éclairagements de pompe croissants) la carte du gain d'un amplificateur paramétrique en fonction de la direction de propagation de l'onde signal et de la longueur d'onde d'émission. Si l'on suppose que toutes les directions d'émission et toutes les longueurs d'onde sont explorées par la fluorescence paramétrique, ces cartes donnent donc une idée de la répartition de puissance de la fluorescence paramétrique amplifiée pour des gains croissants. Pour des gains faibles (hypothèse du modèle de Harris et Byer) la carte du gain est dominée par des figures rappelant la forme des empreintes digitales. Ces figures correspondent à la loi en sinus cardinal, typique des régions hors accord de phase. Pour des gains forts, en revanche, vient se superposer aux figures digitales (les figures de moirés qui composent le fond des figures) la courbe d'accord de phase où le gain est rapidement très fort. C'est cette région du plan que le modèle de Harris et Byer néglige dans son intégration. L'intégrale de la formule (7.5) doit donc être calculée différemment à fort gain. Ceci est le point de bifurcation à partir des travaux de Yariv [112].

La section suivante propose une méthode d'intégration de (7.5) spécifique aux forts gains et aux accords de phase large bande. Par large bande, on entend que l'accord de phase étudié est spectralement non critique mais que l'acceptance spectrale reste suffisamment faible pour négliger les variations de fréquence et d'indice sur le volume d'intégration de (7.5). Sous cette hypothèse, la formule (7.5) peut être simplifiée en<sup>11</sup> :

$$\Phi = \frac{1}{8\pi^2} \frac{c}{n_c} \frac{k_c^2}{v_{gc}} \int \frac{\sinh^2 \left( qL \sqrt{1 - (\Delta k/2q)^2} \right)}{1 - (\Delta k/2q)^2} |\sin \theta_s| d\theta_s d\omega_s \quad (7.9)$$

10. La règle d'or de Fermi suppose des états d'arrivée non peuplés.

11. La variable  $\theta_s$  est algébrique et varie de  $-\theta_{max}$  à  $+\theta_{max}$ . L'intégration sur l'angle azimutal  $\phi$  se traduit donc par une multiplication par  $\pi$  et non  $2\pi$ .

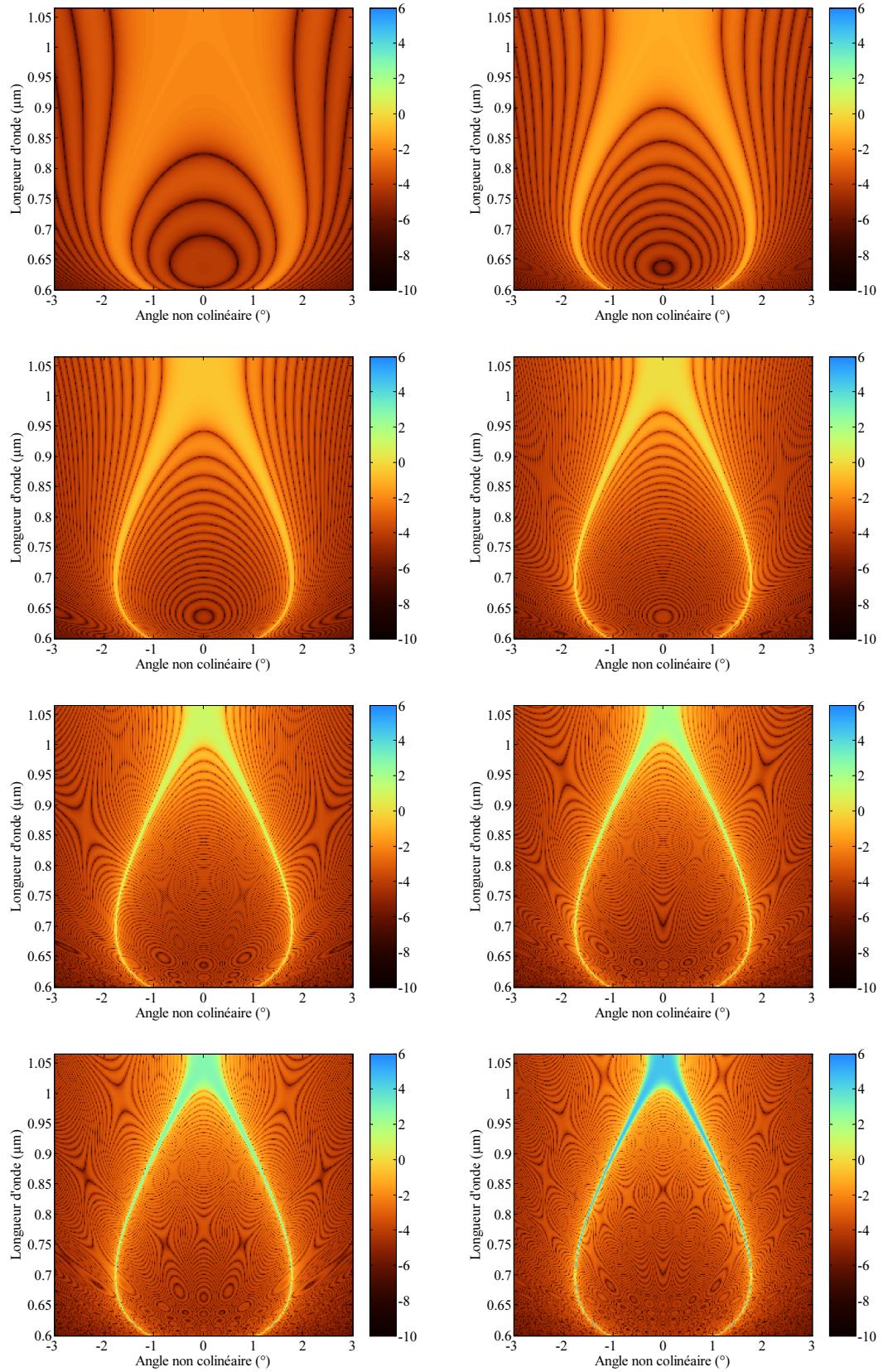


FIG. 7.10 – De gauche à droite et de haut en bas : gain paramétrique net d'un amplificateur en BBO en fonction de la direction de propagation (de la direction d'émission) de l'onde signal (angle mesuré par rapport à la pompe) et de la longueur d'onde d'émission pour des gains croissants. L'échelle des couleurs est logarithmique.

## Flux de photon total émis par fluorescence

Comme montré dans la suite, il est utile de chercher à évaluer l'intégrale de (7.9) en sommant le long des lignes de désaccords de phase constants. Mathématiquement, cela revient à définir deux nouvelles variables,  $x$  et  $y$ . La variable  $x$  est définie par :

$$\begin{aligned} x &= \frac{\Delta k}{2q} \\ y &= \omega_s \end{aligned}$$

Pour des gains suffisamment élevés, seules les paires de photons vérifiant l'accord de phase approché  $|x| < 1$  contribuent à la fluorescence et le domaine d'intégration de l'intégrale peut être limité à  $\mathfrak{D}' = [-1, 1] \times [0, \omega_p/2]$ . Or, l'accord de phase ne peut être atteint pour toutes les fréquences signal comprises entre  $\omega_p/2$  et  $\omega_p$ , ne serait-ce qu'en raison de l'absorption de l'onde complémentaire par le cristal. Pratiquement, le domaine d'intégration en fréquences se limite donc à un intervalle de la forme  $[\omega_{min}, \omega_p/2]$ .

Avec ces nouvelles variables l'intégrale de 7.9 devient :

$$\begin{aligned} \int_{\mathfrak{D}} \frac{\sinh^2 \left( qL \sqrt{1 - (\Delta k/2q)^2} \right)}{1 - (\Delta k/2q)^2} |\sin \theta_s| d\theta_s d\omega_s \\ = \int_{\mathfrak{D}'} \frac{\sinh^2 \left( qL \sqrt{1 - x^2} \right)}{1 - x^2} |\sin \theta_s| \left| \frac{\partial x}{\partial \theta_s} \right|^{-1} dx dy \quad (7.10) \end{aligned}$$

Si la dérivée partielle de  $\Delta k$  par rapport à  $\Delta \theta_s$  dépend que  $y$ , alors on peut légitimement séparer l'intégration sur les variables  $x$  et  $y$ . Pour de petits écarts angulaires à l'accord de phase exact ( $\theta_s \ll 1$ ), on peut alors écrire  $\Phi$  sous la forme d'un produit :

$$\Phi = \frac{1}{8\pi^2} \frac{c}{n_c} \frac{k_c^2}{v_{gi}} F(qL) \Delta\Omega(g, \omega_m) \quad (7.11)$$

où les fonctions  $F$  et  $\Delta\Omega$  sont respectivement définies par :

$$F(G) = \int_{-1}^1 \sinh^2 \left( G \sqrt{1 - x^2} \right) / (1 - x^2) dx \quad (7.12)$$

$$\Delta\Omega(g, \theta_{max}) = \int |\theta_s| \left| \frac{dy}{\frac{\partial x}{\partial \theta_s}} \right| \quad (7.13)$$

Pratiquement, pour  $G = gL > 4$  (c'est-à-dire pour des gains supérieurs à  $1.2 \cdot 10^4$ ) la fonction  $F(G)$  peut être approchée, à moins de 10% près par<sup>12</sup> :

$$F(G) \sim \sqrt{\frac{\pi}{G}} \sinh^2(G) \quad (7.14)$$

comme montré en figure 7.11

---

12. Approximation gaussienne du gain.

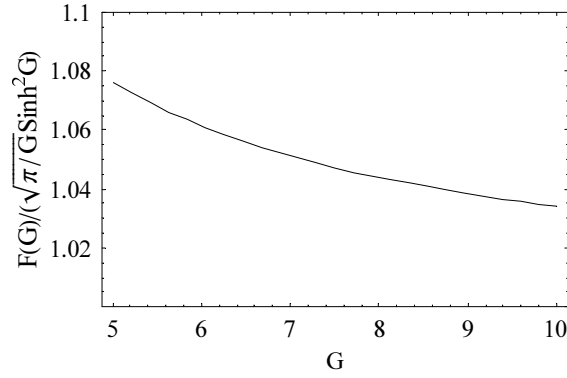


FIG. 7.11 – Pour  $G > 4$ ,  $F(G)$  peut être approchée par  $\sqrt{\frac{\pi}{G}} \sinh^2(G)$  à moins de 10% près.

La conclusion de cette sous-section est que le flux de photons total émis par fluorescence s'écrit, sous certaines conditions, sous la forme :

$$\Phi = \frac{1}{8\pi^2} \frac{c}{n_c} \frac{k_c^2}{v_{gi}} \sqrt{\frac{\pi}{G}} \sinh^2(GL) \Delta\Omega(g, \omega_m) \quad (7.15)$$

A partir de ce résultat principal, il reste à déterminer l'expression de  $\Delta\Omega(g, \omega_m)$  dans un cas particulier d'accord de phase.

## 7.4.2 Cas d'un OPA quasi-colinéaire et quasi-dégénéré

Afin d'illustrer le sens du changement de variable précédent et de donner des ordres de grandeur d'intérêt expérimental, nous allons à présent traiter le cas d'un amplificateur paramétrique optique colinéaire et dégénéré en fréquence. Les valeurs numériques seront données pour un cristal de BBO et pour un accord de phase

$$532 \text{ (e) nm} \longrightarrow 1064 \text{ (o) nm} + 1064 \text{ (o) nm}$$

### Accord de phase approché

Comme démontré en annexe B.2, le développement au second ordre<sup>13</sup> du désaccord de phase s'écrit alors sous la forme :

$$\begin{aligned} \Delta k_{\parallel} &= 2 \frac{\partial k_0}{\partial \omega} \sin \theta_s^0 \tan \theta_s^0 \Delta \omega_s - 2k_0 \sin \theta_s^0 \Delta \theta_s \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k_0}{\partial \omega^2} \cos \theta_s^0 \Delta \omega_s^2 - 2 \frac{\partial k_0}{\partial \omega} \sin \theta_s^0 \Delta \omega_s \Delta \theta_s - k_0 \cos \theta_s^0 \Delta \theta_s^2 \end{aligned} \quad (7.16)$$

Afin de simplifier les notations, il est utile d'introduire les grandeurs  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$ ,  $\kappa_1$  et  $\kappa_2$

---

13. Approximation parabolique.

telles que l'on puisse écrire :

$$\Delta k = \kappa_1 \Delta \theta_s + \frac{1}{\vartheta_1} \Delta \omega_s - \frac{\kappa_2}{2} \Delta \theta_s^2 + \frac{1}{2\vartheta_2} \Delta \omega_s^2 \quad (7.17)$$

### Domaine de validité du développement limité

La validité de l'approximation parabolique peut être évaluée en comparant la carte du gain exacte à celle obtenue avec le développement de Taylor tronqué. Dans le cas de l'accord de phase colinéaire et dégénéré (ou plutôt, pour un cristal orienté de façon ce que l'accord de phase soit colinéaire et dégénéré) dans le BBO, les deux cartes de gain sont présentées en figure 7.12.

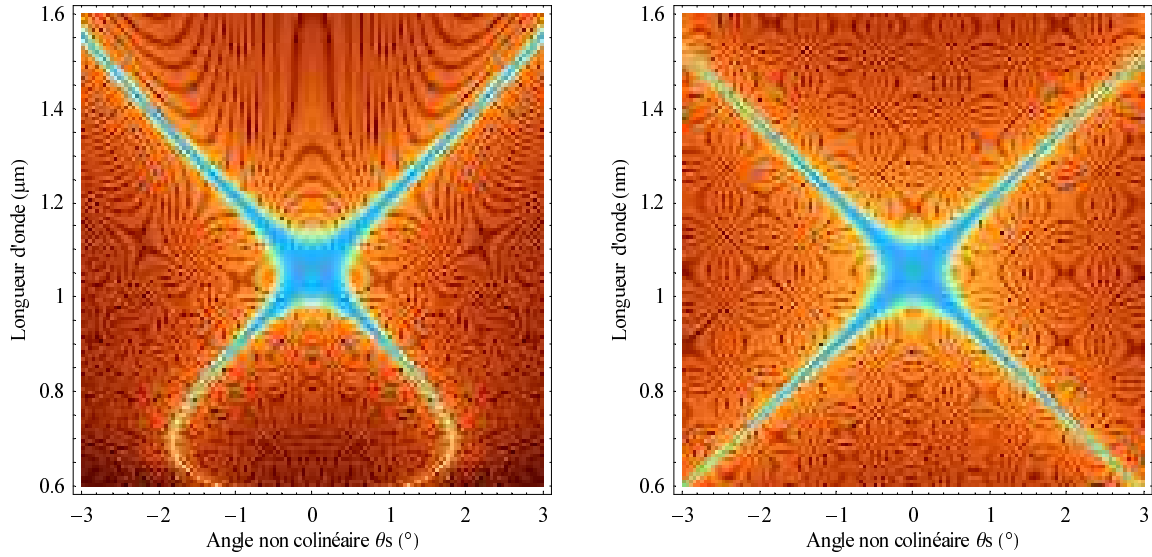


FIG. 7.12 – A gauche : gain paramétrique en fonction de la direction (angle non colinéaire interne) et de la longueur d'onde d'émission de la fluorescence. A droite : carte du gain dans l'approximation parabolique. L'échelle des couleurs est logarithmique.

Comme on pouvait s'y attendre, les cartes du gain exact (figure 7.12, à gauche) et approché (figure 7.12, à droite) sont presque identiques au voisinage du point de dégénérescence exact (1 064 nm,  $\theta_s=0$ ). En revanche, lorsqu'on s'écarte de ce point le développement limité devient rapidement faux. Néanmoins tant que  $|\theta_s| < 1^\circ$ , l'approximation parabolique donne des résultats approchés raisonnables.

### Puissance totale émise par fluorescence

Une expression analytique simple du flux de photons total, c'est-à-dire spectralement et angulairement intégré, ne peut être trouvée dans le cas général d'un accord de phase et un calcul numérique est nécessaire pour trouver le flux de photons effectif  $\Phi$ . Même si l'expression approchée du désaccord de phase réduit considérablement les difficultés et les

temps de calcul, cette approche reste insatisfaisante. On peut tout de même déduire de l'expression (7.11) que  $\Phi$  est proportionnel à  $q/\sqrt{G}$ , c'est à dire à  $\sqrt{q/L}$ . On retrouve ici la forme paramétrique du rétrécissement spectral par le gain.

Il existe un cas particulier, celui de l'accord de phase colinéaire et dégénéré, où l'on peut mener le calcul analytique jusqu'au bout au moyen d'une approximation heuristique. Pour cet accord de phase particulier, le désaccord de phase prend, en effet, une forme particulièrement simple car  $\Delta k$  est localement symétrique et que, par conséquent, toutes les puissance impaires de  $\Delta\theta_s$  de  $\Delta\omega_s$  s'annulent dans le développement limité :

$$\Delta k = -\frac{\kappa_2}{2}\Delta\theta_s^2 + \frac{1}{2\vartheta_2}\Delta\omega_s^2 \quad (7.18)$$

De plus, pour cet accord de phase  $\Delta\theta_s = \theta_s$  et on a donc :

$$|\theta_s| / \left| \frac{\partial x}{\partial \theta_s} \right| = \frac{2q}{\kappa_2}$$

ce qui semble donner un  $\Delta\Omega$  immédiat.

Malheureusement, on ne peut pas appliquer directement le résultat (7.11) en raison d'un problème de bornes d'intégration. On a, en effet, supposé, dans l'expression de  $F$ , que la variable  $x$  (qui représente le désaccord de phase) décrivait tout l'intervalle  $[-1, 1]$ . Or, pour  $\lambda_s = 1\,064\text{ nm}$ , par exemple, le désaccord de phase ne change pas de signe. En fait, le domaine d'intégration de  $x$  n'est pas  $[-1, 1]$  mais  $[-1, \Delta\omega_s/\sqrt{4q\vartheta_2}]$ . Dans ce cas précis,  $F$  dépend donc également de  $y = \Delta\omega_s$ . Une approximation numérique correcte de  $F(G, y)$  est alors :

$$F(G, y) \sim \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{G}} \left[ 1 + \text{Erf} \left( \sqrt{G} \frac{y^2}{4q\vartheta_2} \right) \right] \sinh^2 G \quad (7.19)$$

$$F(G, y) \sim \frac{1}{2} \left[ 1 + \text{Erf} \left( \sqrt{G} \frac{y^2}{4q\vartheta_2} \right) \right] F(G) \quad (7.20)$$

pour  $0 < y < \sqrt{4q\vartheta_2}$ . En revanche, dès que  $y > \sqrt{4q\vartheta_2}$ , on retrouve  $F(G, y) = F(G)$ .

Avec cette approximation heuristique, on trouve alors que  $\Delta\Omega$  est donnée par :

$$\Delta\Omega(g, \omega_{max}) = - \int \frac{1}{2} \left[ 1 + \text{Erf} \left( \sqrt{G} \frac{y^2}{2q\vartheta_2} \right) \right] \left| \frac{\theta_s}{\frac{\partial x}{\partial \theta_s}} \right| dy$$

qui conduit, après intégration à :

$$\Delta\Omega = 4\sqrt{\frac{g^3\vartheta_2}{\kappa_2^2}} \int_0^\xi \frac{1}{2} \left[ 1 + \text{Erf} \left( \sqrt{G} y^2 \right) \right] dy$$

si  $\xi = y/\sqrt{4q\vartheta_2} < 1$  et

$$\Delta\Omega = 4\sqrt{\frac{g^3\vartheta_2}{\kappa_2^2}} \left( f_r + \frac{\Delta\omega_{min}}{\sqrt{4q\vartheta_2}} - 1 \right)$$



si  $\xi = y/\sqrt{4q\vartheta_2} > 1$ . Dans cette dernière formule, on a introduit le facteur  $f_r$  défini par :

$$f_r = \int_0^1 \frac{1}{2} [1 + \text{Erf}(\sqrt{G}y^2)] dy$$

Le facteur  $f_r$  représente la fonction de recouvrement des deux branches du lieu de gain. Cette fonction ne dépend pas du matériau mais seulement du gain maximal de l'amplificateur. Le tableau regroupe les valeurs de recouvrement pour différentes valeurs de  $G = qL$ . Globalement, le recouvrement correspond à une baisse de la fluorescence de l'ordre de 25% à 30% par rapport à l'application directe de la formule (7.11).

G	4	6	8
$f_r$	0,76	0,78	0,79

TAB. 7.1 – Valeurs de la fonction de recouvrement en fonction de  $G = qL$

Il reste maintenant à revenir aux variables angulaires. Pour un angle d'émission inférieur ou égal à  $1^\circ$  (ce qui est également la limite de validité du développement limité) la bande de gain est suffisamment mince pour que l'on puisse négliger son épaisseur. On a alors la relation :

$$\theta_{max} = \frac{\Delta\omega_m}{\sqrt{\kappa_2\vartheta_2}}$$

En insérant cette expression dans la valeur de  $\Delta\Omega$  et en utilisant (7.11) on obtient donc finalement que :

$$\Phi = \frac{nc}{v_g} \frac{1}{\lambda_c^2} \left[ \sqrt{\frac{4\pi q^2 \vartheta_2}{\kappa_2^2 L}} (f_r(G) - 1) + \sqrt{\frac{\pi q \vartheta_2}{\kappa_2 L}} \theta_{max} \right] \sinh^2(gL) \quad (7.21)$$

### 7.4.3 Notion de bruit équivalent

Une remarque importante découle de l'approximation 7.14 : le flux de photons émis par fluorescence suit une loi en  $\sinh^2 G$ , qui est, à un facteur 1 près, le gain paramétrique que verrait <sup>14</sup> une onde signal injectée dans le cristal. On peut donc définir un bruit équivalent, comme un flux de photons signal initial  $\Phi_0$  dont l'amplification cohérente donnerait le même flux après amplification :

$$\Phi = \Phi_0 \sinh^2 qL$$

Pour la fluorescence totale, on trouve donc un flux de photons équivalent <sup>15</sup> de :

$$\Phi_0 = \frac{nc}{v_g} \frac{1}{\lambda^2} \left[ \sqrt{\frac{4\pi q^2 \vartheta_2}{\kappa_2^2 L}} (f_r(G) - 1) + \sqrt{\frac{\pi q \vartheta_2}{\kappa_2 L}} \theta_{max} \right]$$

14. Ok, c'est de l'anthropomorphisme.

15. En nombre de photons de par unité de temps et de surface. Il s'agit ici du nombre de photons de pompe perdus par fluorescence.

où  $n$ ,  $v_g$  et  $\lambda$  sont l'indice, la vitesse de groupe et la longueur d'onde des ondes dégénérées (ondes signal et complémentaire).

Comme chaque photon de pompe a pour énergie  $\hbar\omega_p$ , on en déduit que le bruit d'injection équivalent à la fluorescence est :

$$I_0 = \frac{nc}{v_g} \frac{\hbar\omega_p}{\lambda^2} \left[ \sqrt{\frac{4\pi q^3 \vartheta_2}{\kappa_2^2 L}} (f_r(G) - 1) + \sqrt{\frac{\pi q \vartheta_2}{\kappa_2 L}} \theta_{max} \right] \quad (7.22)$$

Comme on peut le constater, pour 30 mm de BBO pompés à 500 MW/cm<sup>2</sup> ( $q=3,4$  cm<sup>2</sup>), le bruit effectif est de 544 mW/cm<sup>2</sup>. Après amplification, la fluorescence amplifiée atteint donc un éclaircissement de l'ordre de 98 MW/cm<sup>2</sup>, ce qui est à peine 5 fois moins que l'éclaircissement de pompe. Pour un cristal de 32,5 mm de long ou bien une pompe un peu plus intense, l'éclaircissement de fluorescence dépasse celui de la pompe, c'est à dire que la fluorescence atteint le régime de saturation à elle seule. On peut aussi comparer la valeur de 544 mW/cm<sup>2</sup> à l'éclaircissement de l'impulsion signal injectée. Pour une impulsion de 1 nJ, 1 ns et 5 mm<sup>2</sup>, l'éclaircissement est de 4 W/cm<sup>2</sup>, c'est à dire à peine 10 fois plus que le niveau de fluorescence effectif.

$q$ (cm <sup>-1</sup> )	$L$ (mm)	Gain	$\theta_{max}$ (°)	$I_0$ (mW/cm <sup>2</sup> )
3,4	15,6	10 <sup>6</sup>	1	770
3,4	22,4	10 <sup>6</sup>	1	630
3,4	30	1,8 10 <sup>8</sup>	1	544

TAB. 7.2 – Bruit équivalent pour le BBO.

## Fluorescence sur l'axe

Si maintenant, on ne considère que l'émission de fluorescence au sein d'un angle solide de petite ouverture<sup>16</sup> et dans un petit intervalle spectral  $\Delta\omega_s$ , alors le flux de photons se calcule directement en supposant  $\Delta k = 0$  et l'on trouve :

$$\Phi_0 = \frac{1}{2} \frac{n_c c}{v_{gc}} \frac{\Delta\omega_s}{\lambda_c^2} \theta_s^0 \theta_{max}$$

où  $n_c$ ,  $v_{gc}$ ,  $\lambda_c$  et  $\theta_s^0$  sont, respectivement, l'indice, la vitesse de groupe et la longueur d'onde de l'onde complémentaire et l'angle non colinéaire d'accord de phase.

L'éclaircissement équivalent de la fluorescence est :

$$I_0 = \frac{\hbar\omega_s}{2} \frac{nc}{v_g} \frac{\Delta\omega_s}{\lambda^2} \theta_s^0 \theta_{max}$$

16. Typiquement de l'ordre de la divergence des faisceaux optiques collimatés, c'est-à-dire de l'ordre du mrad par exemple.



si l'accord de phase est non colinéaire où si l'intervalle spectral n'intercepte pas  $\omega_p/2$ . Et

$$I_0 = \hbar\omega_s \frac{nc}{v_g} \frac{\Delta\omega_s \theta_{max}^2}{\lambda^2}$$

si l'accord de phase est colinéaire et si l'intervalle spectral est centré sur  $\omega_p/2$ . Les valeurs numériques relatives au BBO, pour un intervalle spectral n'interceptant pas  $\omega_p/2$ , sont indiquées dans le tableau 7.4

Gain	$G$	$\Delta\lambda_s$	$\theta_m$	Eclairement ( $I_0$ )
$10^2$	3	10 nm	1 mrad	40 mW/cm <sup>2</sup>
$10^4$	5,3	10 nm	1 mrad	4 W/cm <sup>2</sup>
$10^6$	7,6	10 nm	1 mrad	400 W/cm <sup>2</sup>
$10^7$	8,8	10 nm	1 mrad	4 kW/cm <sup>2</sup>
$10^7$	8,8	10 nm	5 mrad	100 kW/cm <sup>2</sup>
$10^7$	8,8	100 nm	1 mrad	40 kW/cm <sup>2</sup>

TAB. 7.3 – Éclairement équivalent pour différents schéma d'amplification.

La fluorescence sur l'axe ne dépend donc que du gain de l'amplificateur paramétrique, et des fenêtres spectrales et angulaires sélectionnées.

#### 7.4.4 Contraste d'impulsion en OPCPA

Si l'on considère une impulsion brève étirée dont le spectre est un rectangle de largeur spectrale  $\Delta\omega$  et si  $E$  et  $S$  désignent l'énergie de l'impulsion et la surface du faisceau, le niveau de la fluorescence (l'inverse du contraste d'impulsion) est simplement donné par le rapport de l'éclairement effectif de la fluorescence sur l'éclairement de l'impulsion étirée. On trouve alors, avant compression, une valeur de contraste (plus précisément, du fond nanoseconde<sup>17)</sup> donnée par :

$$C^{-1} = \frac{\hbar\omega_s}{E} \frac{nc}{v_g} \frac{S}{\lambda^2} \theta_{max}^2 \quad (7.23)$$

Comme on peut le remarquer, le contraste ne dépend ni du gain, ni de la dérive de fréquence mais seulement du *nombre* de photons injectés (premier terme de 7.23) et de la qualité spatiale du faisceau (termes suivants). Pour reprendre les conditions expérimentales de la section 7.2, si l'on considère une impulsion de 0,7 nJ, un spectre de 10 nm et un faisceau de 2 mm de diamètre, on trouve ainsi, dans un cône<sup>18</sup> de  $\pm 1$  mrad, un niveau de fluorescence de  $2 \cdot 10^{-9}$  lorsque l'impulsion est recomprimée à la limite de Fourier (236 fs). Bien que 5 fois inférieure à celle trouvée expérimentalement, cette valeur donne le bon ordre de grandeur.

17. La fluorescence ne peut être émise que pendant la durée de l'impulsion de pompe.

18. Le cône de mesure n'ayant été déterminé précisément, il s'agit ici d'une estimation.

Comme on peut le constater à l'examen de la formule (7.23), le contraste semble augmenter, à énergie injectée constante lorsque la longueur d'onde augmente. Cela revient à augmenter le nombre de photons injectés. Cependant, comme la diffraction impose  $\theta_{max}^2 n^2 \simeq S/\lambda^2$ , cet effet est une illusion et la seule façon d'augmenter le contraste est d'augmenter l'énergie injectée.

### 7.4.5 Seuil de fluorescence

Jusqu'ici, l'onde a été supposée constante au cours de l'amplification paramétrique (approximation paramétrique). Comme on s'intéresse maintenant à un régime d'interaction forte entre la fluorescence et l'onde de pompe, il faut utiliser le formalisme décrit dans le chapitre 1.

Pour des ondes pompe et signal d'éclairement  $I_p(0)$  et  $I_s(0)$ , la longueur de saturation  $L_{sat}$  correspondant à un transfert d'énergie maximal entre les ondes est donnée par l'intégrale elliptique complète de première espèce :

$$L_{sat} = \frac{K(1 - \epsilon/2)}{q} \quad (7.24)$$

où  $q$  est le gain paramétrique petit signal défini précédemment et  $\epsilon$  représente le rapport des flux de photons initiaux :

$$\epsilon = \frac{\omega_p I_s(0)}{\omega_s I_p(0)} \quad (7.25)$$

En l'absence d'onde signal injectée, une estimation grossière de la longueur de cristal pour laquelle la fluorescence arrive à saturation est obtenue en considérant le bruit effectif de fluorescence calculé dans la partie 7.4.2. Comme ce bruit effectif dépend aussi de la longueur du cristal, on peut former une équation implicite en la variable  $L$  et chercher la valeur de  $L$  qui satisfasse cette équation. Afin de simplifier l'approche, le facteur de recouvrement sera pris égal à 1 dans la suite. L'équation en question est alors :

$$qL_{sat} = K \left[ 1 - \frac{nc}{v_g} \frac{1}{\lambda^2} \sqrt{\frac{\pi q \vartheta_2}{\kappa_2 L_{sat}}} \frac{\hbar}{I_p(0)} \theta_{max} \right] \quad (7.26)$$

Les valeurs de  $L_{sat}$  en fonction de  $q$  sont données pour le BBO et pour un angle  $\theta_{max}$  de 1° dans le tableau 7.4 ainsi que la valeur du gain correspondant. Bien que ce modèle soit grossier<sup>19</sup>, les valeurs données donnent une valeur supérieure aux gains maximaux que l'on peut raisonnablement atteindre avec un OPA.

### Importance d'un bon recouvrement spatial et temporel en OPCPA

En OPCPA, l'énergie de la pompe est emportée par l'onde signal et la fluorescence en proportions inégales en raison d'une compétition entre ces deux composantes dont les

---

19. Il faudrait intégrer sur un angle plus large et prendre en compte les effets de cohérence et de phase entre les différentes longueurs d'onde à l'accord de phase

$q$ (cm <sup>-1</sup> )	$L_{sat}$ (mm)	Gain linéaire maximal
4,8	24,8	5,9 10 <sup>9</sup>
3,4	34,5	4 10 <sup>9</sup>
2,4	48,1	2,7 10 <sup>9</sup>

TAB. 7.4 – Longueur de cristal de BBO pour laquelle la fluorescence sature, à elle seule, la pompe. Les trois valeurs de  $q$  correspondent à des éclaircissements de 1 GW/cm<sup>2</sup>, 500 MW/cm<sup>2</sup> et 250 MW/cm<sup>2</sup> respectivement. Le gain linéaire maximal correspondant est calculé dans l’approximation paramétrique.

niveaux d’injection sont différents. En pratique, le niveau d’injection du signal est plus important que le niveau effectif d’injection de la fluorescence de sorte que le signal arrive à saturation avant la fluorescence. La fluorescence n’est pas réellement amplifiée sur toute la longueur du cristal mais seulement sur une fraction du cristal puisque le gain chute dès que le signal dépeuple suffisamment l’onde de pompe.

Le modèle développé ignore totalement cette compétition pour l’énergie et on peut donc se demander quelle est l’utilité du modèle présenté ici pour l’OPCPA. Le premier intérêt de ce modèle tient au problème du recouvrement spatial et temporel des impulsions pompe, signal et complémentaire. En effet, si le recouvrement est imparfait, c’est à dire, par exemple, que l’impulsion de pompe est beaucoup plus longue que l’impulsion signal, alors la fluorescence est pleinement amplifiée dans les intervalles de temps non couverts par les impulsions signal et complémentaire. On peut ainsi arriver à générer autant ou même plus d’énergie par fluorescence amplifiée que par l’amplification paramétrique de l’impulsion signal injectée. Comme ces deux phénomènes sont concomitants, rien ne permet de les séparer. Un mauvais recouvrement spatial ou temporel tend donc à dégrader rapidement le contraste temporel des impulsions.

Une illustration expérimentale de ce phénomène est présentée en figure 7.13. Dans cette figure sont présentées deux images obtenues dans le cadre de l’étude du préamplificateur en PPKTP. Dans une première tentative infructueuse, nous avons essayé d’amplifier en simple passage les impulsions signal jusqu’au niveau du millijoule avec un cristal de PPKTP long (>1 cm). L’expérience s’est révélée être un échec car, même en l’absence de signal injecté, un signal infrarouge au niveau du millijoule  $\mu\text{J}$  était détecté. La figure 7.13 montre un champ proche des faisceaux infrarouges au niveau du cristal en présence et en l’absence de signal injecté. Bien qu’il y ait une nette différence avec et sans injection (le « fond » du faisceau est plus intense et la couronne du faisceau moins intense), on constate clairement que la plus grande fraction de l’énergie est emportée par fluorescence, notamment sur les bords du faisceau. Avec injection, cette fraction d’énergie est plus faible, comme prévu, mais reste importante. En particulier, la fluorescence est émise sur les *bords* du faisceau, là où l’éclaircissement d’injection est le plus faible et là où on s’attend à trouver des sur-intensités de pompe (un faisceau à bords franc diffracte rapidement et

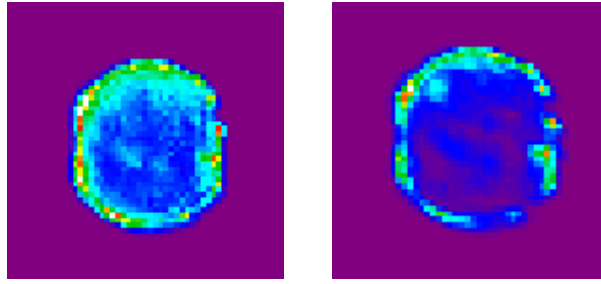


FIG. 7.13 – A droite : image des faisceaux infrarouges dans le plan du cristal en absence de signal injecté (fluorescence seule). A gauche : avec signal injecté (signal amplifié et fluorescence).

présente de telles intensités). Néanmoins, la raison principale de ce très fort niveau de fluorescence est probablement à attribuer au mauvais recouvrement temporel entre les impulsions de pompe et les impulsion signal.

## Conclusion de chapitre

La question du contraste temporel des impulsions amplifiées par OPCPA est fondamentale pour les applications à forte énergie car les pré-impulsions et le fond nanoseconde peuvent suffire à modifier les propriétés physiques des objets étudiés avant même que l'impulsion énergétique n'arrive. Plusieurs mesures de contraste ont permis de démontrer expérimentalement que :

- le contraste nanoseconde ultime d'un OPCPA est d'au moins  $10^8$  ;
- des modulations temporelles rapides sur l'impulsion de pompe, même de faibles amplitudes, dégradent rapidement le contraste des impulsions amplifiées par OPCPA.

Ces deux démonstrations ont fait l'objet d'une publication : la première est en cours de soumission à Optics Express [33], la seconde est en cours de publication dans Optics Letters [32].

La dernière observation conduit à penser, qu'en OPCPA, il existe, en plus du bruit *incoherent* dû à la fluorescence paramétrique, une source de bruit *cohérent* que sont les fluctuations temporelles rapides portées par l'impulsion de pompe. Étant donné que les impulsions de pompe portent nécessairement de telles modulations, ne serait-ce que d'origine quantique (telles que l'émission spontanée amplifiée par exemple), cette nouvelle source de bruit semble inhérente à la technique OPCPA. De plus, même en se plaçant aux limites théoriques, cette source de bruit reste d'intensité supérieure ou comparable à l'intensité de la fluorescence paramétrique. Enfin, ce bruit introduit, sur les impulsions amplifiées recomprimées, un piédestal dont la largeur est proportionnelle à la dérive de fréquence de l'impulsion et à la largeur de raie du laser de pompe.

Un modèle analytique original développé spécifiquement pour les amplificateurs paramétriques à forts gains (dans l'approximation paramétrique) montre que :

- le contraste ultime d'un OPCPA ne dépend, *in fine*, que du niveau d'injection et se calcule par :

$$C = \frac{\hbar\omega_s}{E} \frac{nc}{v_g} \frac{S}{\lambda^2} \theta_{max}^2 \quad (7.27)$$

- la puissance totale perdue par fluorescence au cours de l'amplification paramétrique est, dans un cristal uniaxe et pour un accord de phase colinéaire, de type I et dégénéré :

$$\Phi = \frac{nc}{v_g} \frac{1}{\lambda_c^2} \left[ \sqrt{\frac{4\pi q^2 \vartheta_2}{\kappa_2^2 L}} (f_r(G) - 1) + \sqrt{\frac{\pi q \vartheta_2}{\kappa_2 L}} \theta_{max} \right] \sinh^2(gL)$$

- le seuil de fluorescence, c'est-à-dire le gain maximum que l'on est en droit d'attendre d'un OPA peut être évalué. Dans le BBO pompé à 500 MW/cm<sup>2</sup>, ce seuil est atteint pour un gain linéaire d'environ  $4 \cdot 10^9$ .

## Troisième partie

### Blocage de modes dans les OPO



# Chapitre 8

## Étude théorique

Un mathématicien est une  
machine pour transformer le café  
en théorèmes.

---

Paul ERDÖS

### 8.1 Introduction

Les sources ultra-brèves primaires sont cantonnées aux quelques domaines spectraux couverts par les milieux laser large bande (750-900 nm pour le Ti : Saphir, 1 054 nm pour les verres dopés au néodyme, 1030 nm pour Yb) et il faut systématiquement recourir à des sources secondaires pour pouvoir disposer de sources femtosecondes dans d'autres gammes de longueur d'onde. Ces sources secondaires reposent le souvent sur des conversions et des mélanges de fréquences (doublement, triplement de fréquence, somme de fréquence, différence de fréquence) ou sur de l'amplification paramétrique de continuum (NOPA), c'est à dire sur des techniques issues de l'optique non linéaire.

Si l'on s'en tient aux sources femtosecondes primaires, quatre ingrédients sont formellement nécessaires pour générer des impulsions courtes : une cavité optique, un milieu amplificateur large bande, un mécanisme de blocage en phase des modes de la cavité et un mécanisme de compensation de la dispersion au sein de la cavité. Le principal obstacle à l'accordabilité des sources ultra-courtes est aujourd'hui l'amplificateur laser. Il existe donc au moins deux voies de recherche susceptibles d'élargir la gamme de fréquences accessibles : développer de nouveaux matériaux laser large bande ou remplacer l'amplificateur laser par un autre type d'amplificateur large bande. C'est cette deuxième voie que nous nous proposons d'explorer ici. Parmi les amplificateurs optiques connus, les amplificateurs paramétriques optiques semblent particulièrement intéressants en vertu de leur accordabilité : il existe pour presque toutes les longueurs d'onde infrarouges, visibles ou UV, des amplificateurs paramétriques avec une bande de gain suffisamment large pour amplifier les impulsions les plus courtes. Il reste cependant à déterminer dans quelle me-



sure il est possible de transposer les techniques de blocage de modes d'un oscillateur laser à un oscillateur paramétrique optique.

Les nombreuses études théoriques et expérimentales consacrées aux oscillateurs paramétriques optiques à pompage synchrone [39, 22] permettent de répondre en partie à cette question. Dans ces OPO, le laser de pompe est lui-même un laser à impulsions courtes et la longueur de la cavité OPO est telle que le temps d'aller-retour dans la cavité soit égal à la cadence de répétition du laser de pompe. L'impulsion qui circule dans l'OPO traverse le cristal non linéaire en même temps que les impulsions de pompe et se trouve amplifiée tour après tour jusqu'au point de saturation. Comme le gain est limité dans le temps par la durée des impulsions de pompe, ces OPO permettent de générer puis d'amplifier des impulsions également courtes. Comme le gain paramétrique est très non linéaire avec l'éclairement optique de pompe et que les impulsions courtes permettent d'atteindre des puissances crêtes d'une dizaine voire d'une centaine de kW, ces OPO possèdent un seuil d'oscillation bas et leur rendement est très élevé puisque les durées des impulsions de pompe et signal sont du même ordre de grandeur. Un inconvénient majeur de ces OPO est, toutefois, qu'ils nécessitent de stabiliser la longueur de la cavité OPO et, surtout, qu'ils nécessitent déjà une source d'impulsions courtes pour créer... des impulsions courtes.

L'approche suivie dans ce chapitre est radicalement différente de celles des OPO synchrones : on cherche à générer directement des impulsions courtes à partir d'un laser de pompe continu. Dans ce domaine de recherche, on trouve beaucoup moins de publications que pour les OPO synchrones : hormis quelques articles au nombre desquels les articles théoriques de M.-F. Becker et co-auteurs [10] et de S. Longhi [75], le sujet est presque vierge. Le même constat vaut sur le plan expérimental. Un travail mérite, ici d'être cité en particulier : le groupe de J. L. Hall [25] est parvenu, en 1997, à faire osciller un OPO doublement résonnant, continu, quasi-dégénéré et injecté, soumis à une modulation de phase intra-cavité. Bien qu'un élargissement spectral ait été observé, aucune preuve de régime pulsé n'a été avancée. Le travail présenté ici s'inscrit dans le prolongement de ces travaux pionniers.

Le travail présenté dans ce chapitre est purement théorique et vise à évaluer dans quelles mesures il est possible de bloquer en phase les modes d'un OPO large bande pompé en régime continu. Après un rappel du formalisme utilisé pour décrire la physique du blocage de modes dans les oscillateurs laser (section 8.2), ce formalisme est transposé aux OPO (8.3). Le cas des OPO simplement et doublement résonnants est discuté dans les deux dernières sections.

Longueur de cavité	$L_{cav}$	Temps d'aller-retour dans la cavité	$T$
Pulsation optique centrale	$\omega_p$	Pulsation optique courante	$\omega$
Gain petit signal central	$g$	Pertes par aller-retour	$l$
Fréquence de modulation optique	$\Omega$	Profondeur de modulation optique	$\mu$
Longueur du milieu à gain	$l_{ampli}$	Intervalle spectral libre	$\Omega_p$

TAB. 8.1 – Notations utilisées dans le chapitre 8

## 8.2 Retour sur le blocage de modes dans les lasers

### 8.2.1 Théorie de Kuizenga et Siegman (1970)

#### Notations et symboles

Afin de clarifier la lecture de ce chapitre, les principales notations utilisées sont résumées dans le tableau 8.1.

#### Principe du modèle

L'article fondateur de la théorie du blocage de modes actifs dans les milieux lasers est dû à Kuizenga et Siegman [99] et date de 1970. Ces deux auteurs ont considéré l'évolution d'une impulsion gaussienne sans dérive de fréquence<sup>1</sup> dans une cavité en anneau unidirectionnelle comportant un amplificateur laser et un modulateur optique de transmission variable.

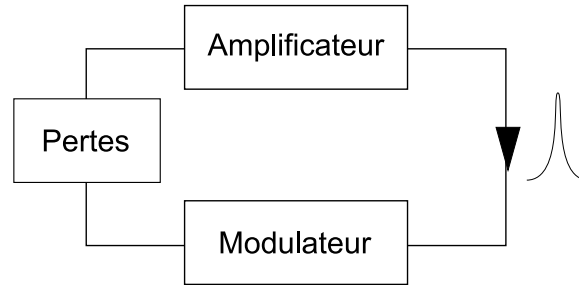


FIG. 8.1 – Schéma de la cavité considérée.

Comme on ne s'intéresse qu'aux effets temporels, les effets transverses de propagation sont négligés et le champ électrique circulant dans la cavité  $E(z, t)$  est évalué en un seul point  $z = 0$  de la cavité, ce qui revient à considérer que le champ électrique ne varie qu'avec le temps. La cavité laser considérée comprend :

- un amplificateur laser d'épaisseur  $l_{ampli}$  dont le coefficient de gain en intensité  $\alpha(\omega)$  est quadratique au voisinage d'une fréquence optique centrale  $\omega_p$  :

1. Dans la communauté des impulsions courtes, la dérive de fréquence est fréquemment nommée par son équivalent anglo-saxon "chirp". La forme française adjectivée du substantif "chirp" est alors "chirpé(es)".

$$\alpha(\omega) = \alpha(\omega_p) \left[ 1 - \left( \frac{\omega - \omega_p}{\Delta\omega} \right)^2 \right]$$

de sorte que la transmission en intensité de l'amplificateur puisse être notée :

$$T_{\text{ampli}}^2(\omega) = t_{\text{ampli}}^2(\omega) = \exp \left[ g \left[ 1 - \left( \frac{\omega - \omega_p}{\Delta\omega} \right)^2 \right] \right] \quad (8.1)$$

où

$$g = \alpha(\omega_p) l_{\text{ampli}} \quad (8.2)$$

désigne le gain petit signal de l'amplificateur au centre de la bande de gain.

- un modulateur optique de fréquence  $\Omega$  et de profondeur de modulation  $0 < \mu \leq 1$  tel que la transmission en intensité soit de la forme

$$T_{\text{mod}}(t) = t_{\text{mod}}^2(t) = 1 - \mu \sin^2 \left( \frac{\Omega}{2} t \right)$$

- des éléments optiques introduisant des pertes intra-cavités indépendantes de la fréquence et dont la transmission globale (en intensité) est :

$$T_{\text{pertes}} = t_{\text{pertes}}^2 = \exp(-l) \quad (8.3)$$

Comme l'étude ne porte que sur des impulsions dont la durée  $\tau$  est courte devant la période de modulation  $T = T_0$ , on peut faire l'approximation suivante au voisinage de  $t = 0$  :

$$1 - \mu \sin^2 \left( \frac{\Omega}{2} t \right) \simeq 1 - \mu \frac{\Omega^2}{4} t^2 \simeq \exp \left( -\mu \frac{\Omega^2}{4} t^2 \right) \text{ si } \Omega\tau \ll 1 \quad (8.4)$$

Toujours afin de rester avec un modèle le plus simple possible, on suppose que le champ électrique peut être décrit par une onde de pulsation  $\omega_p$ , d'enveloppe gaussienne et de durée  $\tau \gg \frac{2\pi}{\omega_p}$  telle que le champ électrique puisse s'écrire sous la forme :

$$E(t) = E_0 \exp \left[ -\left( \frac{t}{\tau} \right)^2 \right] \exp(-i\omega_p t) + \text{c.c.} \quad (8.5)$$

Comme l'ensemble des transformations qui vont suivre seront linéaires, le complexe conjugué (c.c.) sera omis dans la suite. Dans l'espace des fréquences, le spectre du champ correspondant aux fréquences positives est donné par la transformée de Fourier du premier membre de  $E(t)$  :

$$E(\omega) = \tilde{E}_0 \exp \left[ -\left( \frac{\omega - \omega_p}{\delta\omega} \right)^2 \right] \quad (8.6)$$

Si, de plus, on se restreint à des impulsions sans dérive de fréquence alors  $\tau$  est une quantité réelle et les largeurs temporelles et spectrales  $\tau$  et  $\delta\omega$  sont limitées par transformée de Fourier :

$$\tau \delta\omega = 2 \quad (8.7)$$

Comme le champ et les fonctions de transfert des éléments optiques sont des fonctions exponentielles, il est facile de calculer l'effet de l'amplificateur et du modulateur sur la durée d'impulsion et de trouver les conditions nécessaires au régime stationnaire.

### Evolution temporelle de l'impulsion sur un aller-retour

**Passage par l'amplificateur** Après passage dans l'amplificateur, le nouveau champ électrique s'écrit dans l'espace des fréquences :

$$E'(\omega) = t_{\text{ampli}}(\omega)E(\omega) = E_0 \exp \left[ - \left( \frac{\omega - \omega_p}{\delta\omega} \right)^2 + \frac{g}{2} \left( 1 - \left( \frac{\omega - \omega_p}{\Delta\omega} \right)^2 \right) \right]$$

La nouvelle largeur spectrale de l'impulsion est donc donnée par :

$$\left( \frac{1}{\delta\omega'} \right)^2 = \left( \frac{1}{\delta\omega} \right)^2 + \frac{g}{2\Delta\omega^2}$$

et la relation 8.7 permet de déduire la nouvelle durée d'impulsion après amplification :

$$(\tau')^2 = (\tau)^2 + \frac{2g}{\Delta\omega^2} \quad (8.8)$$

Le passage par l'amplificateur se traduit donc par un *rétrécissement spectral* et par un *allongement temporel* ayant pour origine l'acceptance spectrale bornée de l'amplificateur.

**Passage par le modulateur** Après passage dans le modulateur, le champ électrique s'écrit dans l'espace des temps :

$$E''(t) = t_{\text{mod}}(t)E'(t) = E'_0 \exp \left[ - \left( \frac{t}{\tau'} \right)^2 - \frac{\mu}{4}\Omega^2 t^2 \right] \exp(-i\omega_p t)$$

La nouvelle durée de l'impulsion est donc donnée par :

$$\left( \frac{1}{\tau''} \right)^2 = \left( \frac{1}{\tau'} \right)^2 + \frac{\mu}{8}\Omega^2 \quad (8.9)$$

La largeur spectrale correspondante est encore une fois déduite de la relation 8.7 par :

$$(\delta\omega'')^2 = (\delta\omega')^2 + \frac{1}{2}\mu\Omega^2$$

Le passage par le modulateur se traduit donc par un *élargissement spectral* et par un *raccourcissement temporel*, le modulateur agissant comme une porte temporelle de durée finie.

**Bilan sur un tour de cavité** Après un tour de cavité, la nouvelle durée d'impulsion se déduit de 8.8 et de 8.9 :

$$\left( \frac{1}{\tau_{n+1}} \right)^2 = \frac{1}{\tau_n^2 + 2g/\Delta\omega^2} + \frac{\mu}{8}\Omega^2 \quad (8.10)$$

et l'amplitude du champ est donnée par :

$$|E_{n+1}|^2 = \exp(g - l)|E_n|^2 \quad (8.11)$$

**Régime stationnaire** En régime stationnaire, l'impulsion doit rester identique d'un tour de cavité à l'autre, ce qui impose :

$$E(\tilde{t}_{n+1}) = E''(\tilde{t}_n) \quad (8.12)$$

De cette égalité, on déduit la condition de seuil usuelle :

$$g = l \quad (8.13)$$

qui exprime que le gain et les pertes doivent être équilibrés en régime stationnaire. La condition de conservation de la durée d'impulsion s'écrit quant à elle :

$$\left(\frac{1}{\tau_{stat}}\right)^2 = \frac{1}{\tau_{stat}^2 + 2g/\Delta\omega^2} + \frac{\mu}{8}\Omega^2 \quad (8.14)$$

La solution positive de cette équation du second degré est :

$$\tau_{stat}^2 = \frac{g}{\Delta\omega^2} \left[ \sqrt{1 + \frac{16}{g\mu} \frac{\Delta\omega^2}{\Omega^2}} - 1 \right] \quad (8.15)$$

Comme  $\Omega$  est typiquement de l'ordre de 100 MHz pour des cavités usuelles et que  $\Delta\omega$  est typiquement de l'ordre de quelques THz à quelques dizaines de THz dans les milieux laser, on peut considérer que :

$$\Delta\omega/\Omega \gg 1$$

Comme, de plus,  $g$ ,  $\mu$  et  $l$  sont au mieux de l'ordre de l'unité en général, 8.15 peut être approchée par :

$$\tau_{stat} \simeq \frac{2}{\sqrt{\Delta\omega} \Omega} \left(\frac{g}{\mu}\right)^{1/4} \quad (8.16)$$

Lorsque la largeur de la bande de gain tend vers 0 ( $\Delta\omega \rightarrow 0$ ) ou que la profondeur de modulation s'annule ( $\mu \rightarrow 0$ ), la durée de l'impulsion tend vers l'infini, le régime pulsé disparaît et laisse place au régime continu.

**Durée d'établissement du régime stationnaire** Toujours dans l'approximation  $\Delta\omega \gg \Omega$ , on peut réécrire 8.10 comme :

$$(\tau_{n+1}^2) - (\tau_n^2) = \frac{2g}{\Delta\omega^2} - \frac{\mu}{8}\Omega (\tau_n)^2 \quad (8.17)$$

En posant

$$y = \tau^2 \quad (8.18)$$

$$y_{stat} = \tau_{stat}^2 = \frac{4}{\Delta\omega} \Omega \left( \frac{g}{\mu} \right)^{1/2} \quad (8.19)$$

$$Y = \frac{y}{y_{stat}} \quad (8.20)$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\mu g}} \frac{\Delta\omega}{\Omega} \quad (8.21)$$

l'équation 8.17 devient :

$$Y_{n+1} - Y_n = \alpha [1 - Y^2] \quad (8.22)$$

qui n'est autre que la version discrète de l'équation différentielle

$$\frac{dY}{d(\alpha K)} = [1 - Y^2] \quad (8.23)$$

où  $K$  est le nombre de tours de cavité et  $\alpha K$  l'incrément temporel infinitésimal associé (infinitésimal car  $\alpha \ll 1$  si  $\Delta\omega \gg \Omega$ ). L'équation différentielle 8.23 s'intègre en :

$$Y(K) = \frac{Y_0 + \tanh \alpha K}{1 + Y_0 \tanh \alpha K} \quad (8.24)$$

$Y_0$  étant la valeur pour  $K = 0$ . Lorsque  $K \rightarrow \infty$ ,  $Y \rightarrow 1$  de façon monotone et on peut montrer numériquement que  $\tau$  atteint  $Y\tau_{stat}$  à moins de 2% près, dès que  $\alpha K > 2$ , pour des valeurs  $Y_0$  de quelques milliers. On peut également montrer que dans ces conditions,  $\tau$  atteint  $2\tau_{stat}$  pour  $\alpha K \simeq 1/4$ .

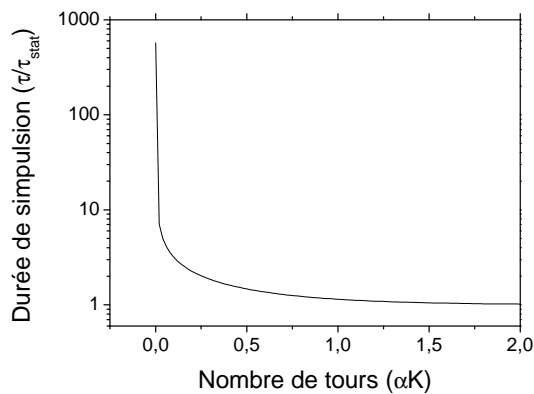


FIG. 8.2 – Durée de l'impulsions en fonction de  $\alpha K$ . La durée initiale des impulsions est fixée à 8 ns, ce qui correspond à la durée des impulsions après le premier passage dans un modulateur acousto-optique opérant à 120 MHz

Ceci permet d'estimer le nombre de tours de cavité nécessaire au temps d'établissement du régime stationnaire. Le temps de construction typique ( $\alpha K = 2$ ) de l'impulsion bloquée

en modes est donc :

$$T_{construct} = \frac{4\pi}{\sqrt{\mu g}} \frac{\Delta\omega}{\Omega^2} \quad (8.25)$$

Le temps de construction est donc d'autant plus long que la largeur spectrale des impulsions est grande et que la fréquence de modulation est basse. Ce que l'on peut interpréter facilement dans l'espace des fréquences où la modulation temporelle correspond à l'injection d'un mode par ses voisins : plus  $\Delta\omega$  est important et plus il faut de temps pour bloquer en phase tous les modes. De même, plus la fréquence de modulation est haute et plus les modes sont rapprochés, ce qui augmente le nombre de modes à injecter. En fait, la quantité  $N_\omega = \Delta\omega/\Omega$  n'est autre que le nombre de modes contenus dans la bande de gain :

$$T_{construct} = \frac{2}{\sqrt{\mu g}} N_\omega \frac{L}{c} \quad (8.26)$$

## Ordres de grandeur

Bien que la durée d'impulsion soit fonction du gain linéaire de l'amplification  $g$  et de la profondeur de modulation  $\mu$ , la dépendance de  $\tau$  vis à vis de ces paramètres est en

$$\left(\frac{g}{\mu}\right)^{1/4}$$

Comme  $\mu$  et  $g$  sont de l'ordre d'une fraction d'unité à quelques unités au maximum, ce facteur est très proche de 1 quel que soient les valeurs exactes du gain et de la profondeur de modulation. Pratiquement, la durée d'impulsion est donc proportionnelle à

$$(\Delta\omega \Omega)^{-1/2}$$

Pour une cavité de longueur optique  $L = 3 \text{ m}$  et pour une bande de gain de l'ordre de 20 nm à 1064 nm on trouve numériquement :

$$\begin{aligned} \Omega &\simeq 6.3 \cdot 10^8 \text{ rad s}^{-1} \\ \Delta\omega &\simeq 3.3 \cdot 10^{13} \text{ rad s}^{-1} \\ \tau &\simeq 14 \cdot 10^{-12} \text{ s soit } 14 \text{ ps} \end{aligned}$$

Pour un gain de 0.1 par passage et une profondeur de modulation de 0.5, le temps de construction associé est de :

$$T_{construct} \simeq 4,7 \text{ ms}$$

Cependant, la durée d'impulsion atteint deux fois la durée stationnaire en seulement 1,1 ms.

## Retour sur les hypothèses du modèle

Les hypothèses de calcul du modèle de Kuizenga et Siegman sont les suivantes :

- l'amplification laser fonctionne en régime linéaire (pas d'effets de saturation)
- le spectre de l'impulsion est centré sur un maximum de la bande de gain du milieu laser (pas de glissement de fréquence)
- la bande de gain de l'amplificateur est large devant la largeur spectrale des impulsions :  $\Delta\omega\tau \gg 1$  (développement limité au second ordre)
- les impulsions sont synchrones du maximum de transmission du modulateur (pas de glissement temporel)
- la période de modulation est grande devant la durée d'impulsion :  $\Omega\tau \ll 1$  (développement limité au second ordre)
- la cavité est suffisamment longue pour que l'impulsion courte ne se replie pas sur elle-même, ou bien, il y a un grand nombre de modes dans la bande de gain du laser :  $\Delta\omega \gg \Omega$

En pratique, ces hypothèses s'appliquent au voisinage de n'importe quel maximum de gain et de n'importe quel maximum de transmission du modulateur. La forme exacte de la bande de gain et du pic de transmission importe donc peu au premier ordre.

Il est intéressant de noter que les hypothèses du modèle sont équivalentes à celles de l'approximation couramment utilisée pour décrire la propagation des faisceaux gaussiens à travers des systèmes optiques de symétrie cylindre à transmissions gaussiennes [98]. La transposition formelle des calculs précédents dans le domaine spatial décrit alors la dynamique de formation d'un mode transverse gaussien dans un laser à fibre dont le gradient d'indice et le profil de dopage seraient paraboliques.

## Insuffisances du modèle

Le modèle de Kuizenga et Siegman permet de déterminer correctement le bon ordre de grandeur de la durée des impulsions mais néglige plusieurs aspects importants de la physique du blocage de modes et notamment :

- la saturation du milieu amplificateur
- les effets de dispersion
- l'effet d'un décalage de fréquence entre le modulateur optique et la fréquence de résonance de la cavité
- les effets non linéaires éventuels tels que l'automodulation de phase et l'effet Kerr
- la stabilité des impulsions en présence de bruit

Par ailleurs, ce modèle est linéaire et ne permet donc pas de prévoir, par exemple, l'énergie des impulsions.



## 8.2.2 Théorie de Haus

### Présentation du modèle

Le modèle proposé par Haus [56, 54, 53, 55] et amplement repris par de nombreux auteurs depuis 1975 fait appel à une hypothèse majeure qui permet de décrire simplement des phénomènes individuellement compliqués : les impulsions courtes sont supposées subir des changements infinitésimaux à chaque tour de cavité. L'idée générale est d'établir une équation d'évolution de l'enveloppe du champ électrique analogue à 8.23 en sommant toutes les *variations* d'amplitude introduites par les différents éléments de la cavité. Si la traversée de chaque composant optique est caractérisée par un opérateur de transfert  $\mathbf{T}_i$ , l'amplitude du champ obéit une équation d'évolution du type :

$$E(t+T) = E(t) + T \frac{dE}{dt} = \prod_i \mathbf{T}_i E(t) \quad (8.27)$$

où  $t$  et  $T$  sont grands devant le temps mis par l'impulsion pour effectuer un tour de cavité.

Dans l'hypothèse où chaque opérateur  $\mathbf{T}_i$  introduit un changement d'amplitude infinitésimal<sup>2</sup>, on peut linéariser chaque opérateur en  $\mathbf{T}_i \simeq 1 + d\mathbf{T}_i$  de sorte que, toujours au premier ordre, l'équation d'évolution devienne :

$$T \frac{dE}{dt} = \left( \sum_i d\mathbf{T}_i \right) E \quad (8.28)$$

**Amplificateur laser** Afin de prendre en compte les effets de dispersion, le coefficient de gain spectral du milieu laser est écrit, cette fois, sous la forme :

$$\alpha(\omega) = \frac{\alpha}{2}(\omega_p) \left( 1 + i \frac{\omega - \omega_p}{\Delta\omega} \right)^{-1} \quad (8.29)$$

Les premiers termes du développement du gain (en amplitude) sont donc de la forme :

$$\exp[\alpha(\omega)l_{ampli}] \simeq 1 + \frac{g}{2} \left[ 1 - i \frac{\omega - \omega_p}{\Delta\omega} - \left( \frac{\omega - \omega_p}{\Delta\omega} \right)^2 \right]$$

où, pour être cohérent avec les notations précédentes, le gain petit signal en intensité a été noté

$$g = \alpha(\omega_p)l_{ampli}$$

La fonction de transfert temporelle équivalente est donc donnée, en vertu de l'équivalence

$$-i(\omega - \omega_p) \leftrightarrow \frac{d}{dt}$$

par :

$$d\mathbf{T}_{ampli} = \frac{g(\omega_p)}{2} \left[ 1 + \frac{1}{\Delta\omega} \frac{d}{dt} + \frac{1}{\Delta\omega^2} \frac{d^2}{dt^2} \right] \quad (8.30)$$

---

2. Il s'agit d'un modèle *perturbatif*.

Le terme en  $\frac{d}{dt}$ , introduit par la prise en compte du temps de réponse du milieu laser, correspond à un effet de tirage de fréquence<sup>3</sup> : l'amplification laser vient modifier l'indice optique du milieu.

**Modulateur optique** Comme montré précédemment, au voisinage du maximum de transmission, la fonction de transfert d'un modulateur acousto-optique est simplement :

$$d\mathbf{T}_{\text{mod}}(t) = -\frac{\mu}{8}\Omega^2 t^2 \quad (8.31)$$

Pour tenir compte d'un léger désaccord de fréquence entre le modulateur et la fréquence propre de la cavité, il est nécessaire de rajouter un terme supplémentaire. Si  $\delta\Omega = \Omega - \Omega_p \ll \Omega_p$ ,  $\Omega$  désigne l'écart de pulsation entre la pulsation  $\Omega$  du modulateur et la fréquence centrale de résonance  $\omega_p$  de la cavité, alors le champ et la modulation se décalent à chaque tour de cavité de

$$\delta T = 2\pi \left( \frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega_p} \right) \simeq 2\pi \frac{\delta\Omega}{\Omega_p^2}$$

Si ce décalage est suffisamment faible, on peut assimiler l'opérateur associé à ce retard aux premiers termes de son développement en série de Taylor :

$$E(t - \delta T) \simeq E(t) + \delta T \frac{d}{dt} E(t)$$

L'opérateur de transfert complet associé au modulateur d'amplitude est par conséquent :

$$d\mathbf{T}_{\text{mod}}(t) = -\frac{\mu}{8}\Omega^2 t^2 + \delta T \frac{d}{dt} \quad (8.32)$$

**Dispersion** Dans les matériaux optiques usuels, l'indice optique varie avec la fréquence et par voie de conséquence la longueur optique de la cavité également. Cet effet introduit un déphasage entre les différentes composantes spectrales des impulsions brèves. Pour tenir compte de cet effet, il suffit de considérer un développement à l'ordre 2 du vecteur d'onde :

$$k(\omega) = k(\omega_p) + k'(\omega - \omega_p) + \frac{1}{2}k''(\omega - \omega_p)^2 \quad (8.33)$$

La traversée d'un matériau dispersif de longueur  $l$  se traduit par une multiplication par le facteur de phase

$$\exp(-ik(\omega)l) = \exp \left\{ -i \left[ k(\omega_p) + k'(\omega - \omega_p) + \frac{1}{2}k''(\omega - \omega_p)^2 \right] l \right\} \quad (8.34)$$

---

3. Le gain induit un changement de l'indice optique via les relations Krämers-König.

Les déphasages cumulés de tous les éléments optiques de la cavité s'écrivent alors :

$$\prod_i \exp(-ik_i(\omega)l_i) = \prod_i \exp[-ik(\omega_p)l_i] \prod_i \exp[-ik'(\omega - \omega_p)l_i] \prod_i \exp\left[-i\frac{1}{2}k''(\omega - \omega_p)^2l_i\right] \quad (8.35)$$

Comme  $\omega_p$  est un mode longitudinal de la cavité, le premier terme produit est égal à l'unité.

$$\prod_i \exp[-ik(\omega_p)l_i] = \exp[-ik(\omega_p)L] = 1 \quad (8.36)$$

Le second terme produit correspond au déphasage (au retard) de l'enveloppe de l'impulsion par rapport à la porteuse optique. En effet,  $k'(\omega) = \frac{\partial k}{\partial \omega}$  est, par définition, égal à l'inverse de la vitesse de groupe. Dans un milieu dispersif, la vitesse de groupe est, en général, différente de la vitesse de phase ce qui introduit un déphasage entre la phase de l'enveloppe et la porteuse. Comme précédemment, la linéarisation de ce terme donne :

$$1 - i \sum_i k'_i(\omega - \omega_p)l_i$$

Le troisième facteur correspond à la dispersion de la vitesse de groupe et se linéarise en :

$$1 - i \frac{1}{2} \sum_i k''_i(\omega - \omega_p)^2l_i$$

La fonction de transfert temporelle décrivant les effets de dispersion introduits par tous les éléments de la cavité est donc une somme de deux termes, un terme traduisant le retard de vitesse de groupe et un terme de dérive de fréquence :

$$d\mathbf{T}_{disp} = \delta T_{vg} \frac{d}{dt} + iD \frac{d^2}{dt^2} \text{ avec} \quad (8.37)$$

$$D = \frac{1}{2} \left( \sum_i k''_i l_i \right) \quad (8.38)$$

$$\delta T_{vg} = \sum_i k'_i l_i \quad (8.39)$$

**Effet Kerr** L'effet Kerr introduit une variation de l'indice proportionnelle à l'intensité optique :

$$n = n_0 + n_2 I$$

Comme pour la dispersion, ce déphasage est associé à une fonction de transfert de type rotation de phase :

$$d\mathbf{T}_{Kerr} = i \left( \sum_j \frac{2\pi n_{i,2} l_i}{\lambda A_i} \right) |E|^2 = i\delta E|^2 \quad (8.40)$$

**Absorbant saturable rapide** Un absorbant saturable rapide est un matériau assimilable à un système à deux niveaux, résonnant, dont le temps de relaxation est bien plus court que la durée des impulsions (comme un semiconducteur à large bande de conduction). Ce type d'absorbant fonctionne donc en régime stationnaire et saturé d'où un coefficient d'absorption dépendant de l'intensité de l'impulsion :

$$\beta(t) = \beta_0 \left( 1 + \frac{|E|^2}{A I_{sat}} \right)^{-1} \quad (8.41)$$

Si l'absorbant saturable est d'épaisseur  $l_{sesam}$ , l'opérateur de transfert s'écrit :

$$d\mathbf{T}_{sesam} = -\frac{\beta_0}{2} l_{sesam} + \frac{\beta_0 l_{sesam}}{2A I_{sat}} |E|^2$$

En regroupant le terme constant  $-\beta_0 l_{sesam}/2$  avec les autres pertes intra-cavité, on peut se restreindre à :

$$d\mathbf{T}_{sesam} = \frac{\beta_0 l_{sesam}}{2A I_{sat}} |E|^2 = \epsilon |E|^2 \quad (8.42)$$

**Pertes intra-cavité** Comme précédemment, si les pertes (en intensité) par tour de cavité sont notées  $l$ , l'opérateur de transfert s'écrit simplement :

$$d\mathbf{T}_{Pertes} = -\frac{l}{2}$$

En tenant compte des pertes introduites par un absorbant saturable rapide, il faut, y rajouter les pertes statiques, d'où :

$$d\mathbf{T}_{Pertes} = -\frac{l}{2} - \frac{\beta_0}{2} l_{sesam}$$

Pour alléger les notations dans la suite,  $l$  désignera les pertes statiques globales de la cavité.

### Equation d'évolution dans l'approximation parabolique

En régime stationnaire, l'enveloppe de l'impulsion doit être identique d'un tour à l'autre mais peut être décalée temporellement d'une quantité  $\delta T$  (avec  $\delta T > 0$  pour une avance temporelle,  $\delta T < 0$  pour un retard temporel, étant entendu que la référence de temps correspond à la porteuse du champ électrique). Du fait de la différence de vitesse entre la vitesse de phase et la vitesse de groupe de l'impulsion, on s'attend en effet à ce que l'enveloppe de l'impulsion soit en retard sur la porteuse  $\omega_p$  définie comme une pulsation propre (un mode) de la cavité. En notant  $T = c/L$ , la condition de régime stationnaire s'écrit donc :

$$\begin{aligned}
& \{ 1 && \text{(champ initial)} \\
& + \frac{g(\omega_p)}{2} \left[ 1 + \frac{1}{\Delta\omega} \frac{d}{dt} + \frac{1}{\Delta\omega^2} \frac{d^2}{dt^2} \right] && \text{(amplification laser)} \\
& + \delta T_\Omega \frac{d}{dt} - \frac{\mu}{8} \Omega^2 t^2 && \text{(modulateur)} \\
& + \delta T_{vg} \frac{d}{dt} + iD \frac{d^2}{dt^2} && \text{(dispersion)} \\
& + (\epsilon - i\delta) |E|^2 && \text{(absorbant saturable rapide, effet Kerr)} \\
& - \frac{l}{2} && \text{(pertes)} \\
& \} E(t) = E(t + \delta T) = E(t) + \delta T \frac{dE}{dt}
\end{aligned}$$

Les solutions stationnaires sont donc solutions de l'équation différentielle maîtresse :

$$\begin{aligned}
& \left\{ \left( \delta T_\Omega + \delta T_{vg} + \frac{g(\omega_p)}{2\Delta\omega} - \delta T \right) \right. \\
& \quad \left. + \frac{d}{dt} \left( \frac{g}{2\Delta\omega^2} + iD \right) \frac{d^2}{dt^2} - \frac{\mu}{8} \Omega^2 t^2 + (\epsilon - i\delta) |E|^2 \right\} E = \frac{l-g}{2} E \quad (8.43)
\end{aligned}$$

Les termes de retard donnent la condition de blocage de modes :

$$\delta T_\Omega + \delta T_{vg} + \frac{g(\omega_p)}{2\Delta\omega} = \delta T \quad (8.44)$$

Les sens physiques des termes constituant cette expression sont les suivants. Le premier terme correspond au retard de la fréquence de modulation par rapport la fréquence porteuse. Le second terme représente le retard entre la fréquence porteuse et l'enveloppe de l'impulsion. Le troisième terme donne le retard induit par le tirage de fréquence. Lorsque le blocage de modes est parfait, la modulation d'amplitude est synchrone avec l'enveloppe de l'impulsion optique, ce que traduit (8.44).

### Blocage de modes actif

En absence d'effet Kerr et d'absorbant saturable, les solutions stationnaires du blocage de modes sont solutions de :

$$\left( \frac{g}{2\Delta\omega^2} + iD \right) \frac{d^2 E}{dt^2} - \frac{\mu}{8} \Omega^2 t^2 E = \frac{1}{2} (l - g) E \quad (8.45)$$

**Dispersion est nulle :** Si  $D = 0$ , l'équation ci-dessus est réduite à une équation rencontrée en mécanique quantique : celle d'un oscillateur harmonique où le champ joue le rôle de la fonction d'onde, le milieu amplificateur (gain et largeur de bande) celui de la masse de la particule, la modulation d'amplitude celui du potentiel parabolique et l'écart

entre gain et pertes celui de l'énergie de la fonction d'onde.

$$\frac{g}{2\Delta\omega^2} \frac{d^2 E}{dt^2} - \frac{\mu}{8} \Omega^2 t^2 E = \frac{1}{2}(l - g)E \quad (8.46)$$

On retrouve ici l'équation différentielle implicitement trouvée avec le modèle de Kuizenga et Siegman, au terme de droite près. Les solutions de cette équation sont formées par les combinaisons linéaires de fonction de Hermite-Gauss :

$$H_n \left( \frac{t}{\tau} \right) \exp \left( -\frac{t^2}{\tau^2} \right) \quad (8.47)$$

avec comme précédemment :

$$\tau = \frac{2}{\sqrt{\Delta\omega} \Omega} \left( \frac{g}{\mu} \right)^{1/4}$$

La solution de plus bas ordre ( $H_0 = 1$ ) redonne le mode gaussien trouvé avec le modèle de Kuizenga et Siegman avec

$$g - l = \frac{2g}{\Delta\omega^2 \tau^2} \simeq 0$$

puisque par hypothèse du développement parabolique  $\Delta\omega\tau \gg 1$ . Les modes d'ordres supérieurs sont caractérisés par une énergie quantifiée positive et, comme en mécanique quantique, la phase de ces modes varie au cours du temps. Ces modes sont tels que  $g > l$  et sont par conséquent instables puisque leurs énergies divergent.

**Si la dispersion est non nulle ( $D \neq 0$ ) :** l'équation à résoudre est 8.45. Des solutions stables de cette équation sont des gaussiennes chirpées c'est-à-dire à dérive de fréquence, de la forme :

$$E_0 \exp \left[ -\left( \frac{t}{\tau} \right)^2 \right] \quad (8.48)$$

où cette fois,  $\tau$  possède une partie réelle et une partie imaginaire. Formellement, on trouve :

$$\tau^4 = 16 \left( \frac{g}{\mu\Delta\omega^2} + i \frac{D}{\mu\Omega^2} \right) \quad (8.49)$$

$$g - l = \frac{g}{\Delta\omega^2 \tau^2} + 2i \frac{D}{\tau^2} \quad (8.50)$$

Compte tenu de l'ordre de grandeur de la dispersion (quelques milliers de fs<sup>2</sup>, soit bien moins que 1 ps<sup>2</sup>), pour une impulsion de quelques ps (c'est-à-dire non limitée par la dispersion mais par le mécanisme de blocage de modes lui-même) on a  $\Delta\omega \tau \gg 1$  et  $D \ll \tau^2$  et le seuil est toujours donné par :

$$g = l$$

Comme  $\tau$  est complexe, l'impulsion connaît une dérive de phase quadratique, c'est-à-dire une dérive de fréquence linéaire ou encore, une fréquence variant linéairement avec le

temps. Cette dérive de fréquence apparaît plus clairement en cherchant les solutions sous la forme :

$$E_0 \exp \left[ - \left( \frac{t}{\tau} \right)^2 + i c t^2 \right] \quad (8.51)$$

Il vient alors :

$$\tau^4 = 16 \left( 2 \frac{g}{\mu \Delta \omega^2 \Omega^2} + \frac{g^3}{2 \mu D^2 \Delta \omega^6 \Omega^2} \right) \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{2 D \Delta \omega^2}{g} \right)^2} - 1 \right] \quad (8.52)$$

avec un chirp égal à :

$$c^2 = \frac{\mu \Omega^2 \Delta \omega^2}{32 g \left( 1 + (2 D \Delta \omega / g)^2 \right)} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{2 D \Delta \omega^2}{g} \right)^2} - 1 \right] \quad (8.53)$$

Pour des dispersions faibles, ( $D \Delta \omega^2 \gg 1$ ) on peut développer la formule précédente au premier non nul en  $D$  et l'on trouve :

$$\tau^4 = 16 \frac{g}{\mu \Delta \omega^2 \Omega^2} + 64 \frac{D^2 \Delta \omega^2}{g \mu \Omega^2} = \tau_{D=0}^4 + \frac{64}{g \mu} \frac{\Delta \omega^2}{\Omega^2} D^2 \quad (8.54)$$

$$c = \frac{D}{4} \sqrt{\frac{\mu \Omega^2 \Delta \omega^6}{g^3}} \quad (8.55)$$

Une dispersion non nulle allonge donc l'impulsion et introduit une dérive de fréquence proportionnelle à  $D$  et cet allongement est proportionnellement d'autant plus élevé que l'impulsion est que le nombre de modes bloqués est important.

## Blocage de modes passif

Dans le blocage de modes passif, la modulation optique n'est pas appliquée par un élément optique piloté par l'expérimentateur, mais induite par l'impulsion optique elle-même. Les mécanismes physiques responsables de cette modulation auto-induite reposent le plus souvent sur des effets non linéaires instantanés ou quasi-instantanés à l'échelle de la durée d'impulsion. Bien que cette liste soit non exhaustive, il existe trois principaux types de modulateurs optiques rapides :

- les absorbants saturables rapides (ou lents)
- les milieux à effet Kerr
- les miroirs non linéaires de Stankov

Bien que les non linéarités à l'œuvre dans ces trois systèmes soient d'origine très différentes (transition saturée, mélange non linéaire à 3 photons ou à 2 photons), ces systèmes introduisent tous les trois une contre-réaction négative (des pertes) lorsque l'intensité optique est peu intense et pas de contre-réaction du tout (peu ou pas de pertes) lorsque l'intensité est suffisamment intense : leur transmission croît avec l'intensité optique.

Dans le cas d'un *absorbant saturable rapide*, une fine épaisseur d'un matériau absorbant est déposée sur un miroir ou simplement insérée dans la cavité. Tant que l'intensité crête de l'impulsion n'atteint pas l'intensité de saturation de l'absorbant, l'absorbant introduit des pertes constantes. Lorsque l'intensité optique dépasse l'intensité de saturation, la transition électronique responsable de l'absorption sature, l'absorbant devient transparent et les pertes diminuent.

Le même effet apparaît si l'on insère un milieu présentant un fort *effet Kerr* dans une cavité réglée légèrement au delà de sa longueur de stabilité : lorsque l'intensité crête est suffisamment élevée, l'indice optique du milieu Kerr diminue et la longueur optique de la cavité avec celui-ci. Le mode principal de la cavité redevient alors stable et l'oscillation peut avoir lieu. Une autre technique consiste à faire en sorte que le volume de gain soit plus petit que le volume du mode de la cavité (effet équivalent à l'insertion d'un diaphragme) : en régime intense, l'effet Kerr provoque une auto-focalisation et réduit les pertes par diffraction.

Dans un miroir de Stankov, la non linéarité est introduite au moyen d'un *doubleur intracavité* associé à un miroir réfléchissant partiellement l'onde fondamentale et réfléchissant totalement l'onde harmonique. Lorsque l'impulsion brève traverse une première fois le cristal doubleur, une fraction du fondamental est convertie en seconde harmonique. Au cours du second passage et si le déphasage entre le fondamental et l'harmonique est bien choisi, la seconde harmonique est reconvertie en fondamental. Tant que l'intensité crête de l'impulsion brève est assez faible, ce système introduit essentiellement des pertes (miroir partiellement réfléchissant). En revanche, lorsque l'intensité crête est suffisante pour saturer la conversion de fréquence, une fraction importante du fondamental est convertie en seconde harmonique, laquelle ne subit pas de pertes à la réflexion puis se reconvertit en fondamental.

Comparé au blocage de modes actif, le blocage de modes passif introduit deux changements majeurs dans l'équation d'évolution de l'enveloppe des impulsions courtes :

- comme la modulation est rigoureusement en phase avec l'impulsion, tous les termes de retard se compensent
- le terme de modulation n'est plus proportionnel à  $t^2 E(t)$  mais proportionnel à  $E(t)|E(t)|^2$

L'équation décrivant l'évolution de l'enveloppe du champs prend ainsi, en blocage de modes actif, la forme suivante :

$$T \frac{dE}{dt} = \left( \frac{g}{\Delta\omega^2} + iD \right) \frac{dE^2}{dt^2} + (\epsilon - i\delta)|E|^2 E + \frac{g - l + i\psi}{2} E \quad (8.56)$$

Les états stationnaires vérifient alors l'équation :

$$\left( \frac{g}{\Delta\omega^2} + iD \right) \frac{dE^2}{dt^2} + (\epsilon - i\delta)|E|^2 E = \frac{l - g - i\psi}{2} E$$



Cette équation différentielle admet une solution solitonique remarquable :

$$E(t) = A \cosh\left(\frac{t}{\tau}\right)^{-(1+i\beta)} \quad (8.57)$$

à condition que les paramètres  $A$ ,  $\tau$  et  $\beta$  vérifient :

$$\begin{cases} -i\beta + (g - l) + \frac{1}{\tau^2} \left( \frac{g}{\Delta\omega^2} + iD \right) = 0 \\ \frac{1}{\tau^2} \left( \frac{g}{\Delta\omega^2} + iD \right) (2 + 3i\beta - \beta^2) = (\epsilon - i\delta)A^2 \end{cases}$$

Ces deux équations complexes déterminent 4 équations réelles que les trois paramètres d'impulsion doivent vérifier. La quatrième inconnue  $\psi$  permet de déterminer un quadruplet unique de solutions. L'expression générale des solutions est trop complexe pour figurer ici intégralement. Néanmoins, le résultat majeur de ce formalisme est qu'il est possible d'atteindre par blocage de modes passif des durées d'impulsions qui peuvent atteindre des impulsions d'une dizaine de femtosecondes dans un milieu laser tel que le Ti : Saphir.

### 8.3 Transposition aux oscillateurs paramétriques optiques

Dans un oscillateur paramétrique optique, le milieu à gain est constitué d'un cristal non linéaire pompé par une onde de pompe. Tant qu'une seule onde résonne dans la cavité (OPO simplement résonnant ou SROPO), le cristal non linéaire se comporte en première approximation comme un milieu à gain analogue à un milieu laser. Comme l'avaient déjà noté Becker, Siegman et leurs collaborateurs [10] en 1974, il est donc possible d'appliquer la théorie du blocage de modes aux oscillateurs paramétriques optiques. A la différence des nombreux travaux qui ont porté sur le blocage de modes par modulation du gain, et en particulier, par pompage synchrone [10, 39], l'étude présentée ici suppose un gain constant dans le temps.

En effet, en régime non saturé<sup>4</sup>, le cristal non linéaire agit comme un amplificateur dont le gain en amplitude (gain de l'enveloppe) est (formule (1.68)) :

$$\left[ \cosh(\gamma l_c) + i \frac{\Delta k}{2\gamma} \sinh(\gamma l_c) \right] e^{-i\Delta k l_c / 2} \quad (8.58)$$

où  $l_c$  désigne la longueur du cristal et  $\gamma$  le gain paramétrique petit signal défini par :

$$\gamma = \sqrt{q^2 - \left( \frac{\Delta k}{2} \right)^2} \quad (8.59)$$

Dans cette formule,  $q$  et  $\Delta k$  sont le gain à l'accord de phase exact et le désaccord de phase

---

4. C'est-à-dire avant la reconversion.

à la fréquence  $\omega$  :

$$q = 4\pi d_{eff} \sqrt{\frac{I_p(0)}{2\epsilon_0 c n_s n_s n_p \lambda_s \lambda_c}} \quad (8.60)$$

$$\Delta k = k_p - k_s(\omega) - k_c(\omega) \quad (8.61)$$

Lorsque  $\Delta k \ll q$  (accord de phase) et  $\gamma l_c \ll 1$  (gain faible par passage), un développement limité du gain (8.58) en  $\gamma l_c$  puis en  $\Delta k l_c$  conduit à :

$$1 + \frac{1}{2} q^2 l_c^2 \left[ 1 - i \frac{2}{3} \left( \frac{\Delta k l_c}{2} \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{\Delta k l_c}{2} \right)^2 \right] \quad (8.62)$$

### 8.3.1 Gain d'un OPA non dégénéré en fréquence ou de type II

Au voisinage d'un accord de phase parfait pour  $\omega_s = \omega_s^0$ , on peut, de plus, développer le désaccord de phase en puissances de  $\omega_s - \omega_s^0$  :

$$\Delta k = -(k'_s - k'_c) (\omega_s - \omega_s^0) - \frac{1}{2} (k''_s + k''_c) (\omega_s - \omega_s^0)^2 \quad (8.63)$$

L'expression du gain en amplitude à petit signal est donc, au voisinage de l'accord de phase :

$$1 + \frac{1}{2} q^2 l_c^2 \left[ 1 + i \frac{2}{3} \left( \frac{(k'_s - k'_c) l_c}{2} \right) (\omega_s - \omega_s^0) + i \frac{1}{3} \left( \frac{(k''_s + k''_c) l_c}{2} \right) (\omega_s - \omega_s^0)^2 - \frac{1}{3} \left( \frac{(k'_s - k'_c) l_c}{2} \right)^2 (\omega_s - \omega_s^0)^2 \right] \quad (8.64)$$

En posant de plus :

$$\frac{1}{\Delta \omega^2} = \frac{1}{12} (k'_s - k'_c)^2 l_c^2 \quad (8.65)$$

$$D_{opa} = \frac{1}{6} (k''_s + k''_c) l_c \quad (8.66)$$

l'opérateur de transfert associé à l'amplificateur paramétrique se trouve égal à :

$$d\mathbf{T}_{opa} = \frac{1}{2} q^2 l_c^2 \left[ 1 - \frac{2}{\sqrt{3} \Delta \omega} \frac{d}{dt} - i D_{opa} \frac{d^2}{dt^2} + \frac{1}{\Delta \omega^2} \frac{d^2}{dt^2} \right] \quad (8.67)$$

L'opérateur de transfert d'un OPA est formellement identique à celui d'un amplificateur laser : on reconnaît successivement un terme de retard (proportionnel au walk-off temporel des impulsions signal et idler), un terme de dispersion ( $D_{opa}$ ) et un terme de gain parabolique  $g_{opa} = q^2 l_c^2$  de largeur  $\Delta \omega$ . Il est intéressant de noter qu'un amplificateur paramétrique introduit une dispersion *négative* et non positive comme c'était le cas pour un amplificateur laser.

La similitude entre les opérateurs de transfert d'un OPA et d'un laser ne doit pas étonner : ces deux systèmes sont des amplificateurs caractérisés par une bande de gain complexe admettant un maximum.

### 8.3.2 Gain d'un OPA dégénéré en fréquence en type I

Bien qu'un SROPO dégénéré ne soit pas vraiment un SROPO, il est intéressant d'examiner ce vers quoi tend la bande de gain lorsque les fréquences signal et complémentaire sont proches. Lorsque  $\omega_s \simeq \omega_i$  et que les ondes signal et complémentaires sont de même polarisation, les vecteurs d'onde sont égaux ainsi que toutes les dérivées des vecteurs d'onde. Il suit que la bande de gain de l'amplificateur n'est plus parabolique au voisinage de l'accord de phase mais varie suivant la puissance quatrième de la fréquence :

$$d\mathbf{T}_{opa} = \frac{1}{2}q^2l_c^2 \left[ 1 - iD_{opa} \frac{d^2}{dt^2} + \frac{1}{\Delta\omega^2} \frac{d^4}{dt^4} \right] \quad (8.68)$$

avec cette fois :

$$\frac{1}{\Delta\omega^2} = \frac{1}{96} (k_s'' + k_c'')^2 l_c^2 \quad (8.69)$$

Bien entendu, il ne s'agit là que de valeurs limites. En effet, le formalisme développé pour obtenir l'expression de  $d\mathbf{T}_{opa}$  n'est plus valide puisqu'il repose sur la distinction des ondes signal et complémentaire et qu'il suppose que l'amplitude de l'onde complémentaire est nulle sur la face d'entrée du cristal non linéaire.

### 8.3.3 Prise en compte de la saturation

Lorsque l'intensité de l'onde signal atteint ou dépasse celle de l'onde de pompe, l'intensité relative de ces deux ondes intervient dans le calcul du gain. Un développement en série de Taylor du gain et de la phase en fonction de  $\Delta kl_c$  puis de  $ql_c$  conduit à des expressions approchées et donne accès au gain en amplitude dont l'expression est notée ci-après :

$$1 + \frac{1}{2}q^2l_c^2 \left\{ 1 + \underbrace{\frac{1}{3}q^2l_c^2 - \frac{1}{3}\frac{\omega_p|E|^2}{\omega_s|E_p|^2}q^2l_c^2}_{(a)} + i\frac{1}{3}\frac{\Delta kl_c}{2} \left[ 1 - \underbrace{\frac{1}{5}q^2l_c^2 \left( 2 + \frac{\omega_p|E|^2}{\omega_s|E_p|^2} \right)}_{(b)} \right] - \frac{1}{6} \left( \frac{\Delta kl_c}{2} \right)^2 \right\} \quad (8.70)$$

Une analyse des nouveaux termes introduits montre qu'en régime de saturation viennent s'ajouter les effets :

- de la saturation du gain par déplétion de la pompe (terme (a))
- d'un retard non linéaire correspondant à un effet Kerr optique (terme (b))

Le terme (a), correspondant à la saturation du gain, est proportionnel à  $|E|^2$  comme ce que l'on aurait pu trouver indépendamment du développement limité. En effet, comme

le gain paramétrique dépend de  $I_p(t)$ , le gain saturé est proportionnel, en première approximation à  $I_p(t)$  auquel on a retranché deux fois  $I_s(t) = |E(t)|^2$  en vertu de la relation de Manley-Rowe.

Ce terme de saturation a l'effet inverse d'un absorbant saturable rapide (le gain diminue au lieu d'augmenter). Ici apparaît une des différences majeures entre un amplificateur laser et un amplificateur paramétrique : à la différence d'un amplificateur laser, le gain d'un amplificateur paramétrique est instantané. En effet, dans un milieu laser de type B<sup>5</sup>, le temps de vie (quelques 100  $\mu$ s) du niveau excité est le plus souvent très long devant le temps d'aller-retour dans la cavité (quelques ns) et le gain est quasiment indépendant de l'intensité de l'impulsion circulant dans la cavité. Le gain de l'amplificateur ne dépend alors que de la puissance moyenne du train d'impulsion. Dans un OPA, comme il n'y a pas de stockage d'énergie, le gain varie directement avec l'intensité crête des impulsions pompe. L'effet direct de cette forme de saturation instantané est que le gain des flancs et des pieds de l'impulsion est plus grand que celui perçu par le cœur, au effets de séparation temporelle près.

Le terme (b), quant à lui, traduit un double effet : ce terme est imaginaire et varie avec le cube du module de l'amplitude. Il est donc équivalent à un effet Kerr optique. On peut interpréter ce terme comme un déphasage lié à la reconversion ou encore comme un terme d'effets non linéaires en cascade. La dépendance en  $\Delta k$  indique de plus que l'intensité de cet effet n'apparaît que sur les flancs de l'impulsion. Cet effet de déphasage rapide est aussi sans équivalent dans les milieux laser.

## 8.4 OPO simplement résonnant

### 8.4.1 Blocage de modes actif - régime linéaire

Comme indiqué en (8.67), tant que l'OPO est simplement résonnant, l'amplification paramétrique en régime non saturé est formellement identique à une amplification laser. L'équation d'évolution d'une impulsion en SROPO est donc identique à celle établie pour un laser (8.45) et s'écrit comme elle, une fois les termes de retard éliminés :

$$\left( \frac{g_{\text{opa}}}{2\Delta\omega_{\text{opa}}^2} + iD \right) \frac{d^2 E}{dt^2} - \frac{\mu}{8} \Omega^2 t^2 E = -\frac{1}{2} (g_{\text{opa}} - l) E \quad (8.71)$$

---

5. La durée de vie du photon dans la cavité est plus courte que le temps de relaxation de l'énergie dans le milieu laser

avec :

$$g_{\text{opa}} = q^2 l_c^2 = 4\pi^2 d_{\text{eff}}^2 2 \frac{I_p(0)}{\epsilon_0 c n_s n_s n_p \lambda_s \lambda_c} l_c^2 \quad (8.72)$$

$$\frac{1}{\Delta\omega_{\text{opa}}^2} = \frac{1}{12} (k'_s - k'_c)^2 l_c^2 \quad (8.73)$$

$$D = D_{\text{mod}} - D_{\text{opa}} = \frac{1}{2} k''_{s,\text{mod}} l_{\text{mod}} - \frac{1}{6} (k''_s + k''_i) l_c \quad (8.74)$$

Les solutions stationnaires d'un SROPO bloqué en modes sont donc des impulsions gaussiennes à dérive de fréquence. Si la dispersion peut être compensée (ou négligée), la durée des impulsions est donnée, comme pour les laser bloqué en modes, par (8.16) :

$$\tau = \frac{2}{\sqrt{\Delta\omega_{\text{opa}} \Omega}} \left( \frac{g_{\text{opa}}}{\mu} \right)^{1/4}$$

Comme précédemment, rien, dans la limite des hypothèses (régime linéaire), ne permet de calculer l'énergie des impulsions.

#### 8.4.2 Blocage de modes passif - régime linéaire

De même que pour le blocage de modes actif, le formalisme du blocage de modes passif développé pour les lasers peut être intégralement transposé au SROPO. La seule différence entre ces deux système réside dans la possibilité d'obtenir effectivement un effet Kerr dans un SROPO ou bien un effet d'absorption rapide. En effet, comme l'éclairement maximal des impulsions ne peut pas dépasser de beaucoup<sup>6</sup> l'éclairement de pompe, il n'est pas possible, à priori, n'atteindre les éclairements atteints dans les lasers. De plus, comme la puissance crête est fixée, l'énergie des impulsions diminue lorsque leur durée diminue<sup>7</sup>. Cela signifie que non seulement il est difficile de jouer sur des effets non linéaires mais aussi que rien ne semble pouvoir discriminer le régime impulsionnel du régime continu.

L'effet Kerr, par exemple, est directement proportionnel à l'éclairement optique, lequel, dans un SROPO, est plus faible de plusieurs ordres de magnitude que dans les lasers à modes bloqués. Le blocage de modes par effet Kerr dans un SROPO semble assez improbable à moins d'utiliser des matériaux dont l'effet Kerr est particulièrement fort. De plus, quand bien même on pourrait obtenir un effet Kerr (ou n'importe quel effet d'absorbant saturable rapide), l'éclairement serait le même en régime impulsionnel et en régime continu. Rien ne distinguerait donc ces deux modes de fonctionnement.

Bien que cette observation n'ait pas la valeur d'une étude quantitative, il semble à priori difficile de transposer le blocage de modes passifs aux SROPO.

---

6. La puissance intra-cavité est plus élevée que celle couplée à l'extérieur de la cavité en raison de la finesse de la cavité OPO mais il faut aussi tenir compte de la reconversion éventuelle dans le cristal non linéaire, qui limite la finesse

7. Aux effets de vitesse de groupe près, comme expliqué dans la section suivante

### 8.4.3 Ordres de grandeur

#### Gain et seuil d'oscillation

Si l'on considère un faisceau de pompe de profil spatial gaussien

$$I(x, y, z) = I_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp \left( -2 \frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right) \text{ avec } w^2(z) = w_0^2 \left( 1 + \frac{z^2}{z_R^2} \right) \quad (8.75)$$

tel que la zone de Rayleigh du faisceau

$$z_R = \pi \frac{w_0^2}{\lambda_p}$$

soit égale à la demi-longueur du cristal non linéaire  $l_c$ , l'éclairement maximal de pompe est donné par la formule suivante :

$$I_0 = \frac{2P_p}{\pi w_0^2} = \frac{4P_p}{\lambda_p l_c} \quad (8.76)$$

où  $P_p$  et  $\lambda_p$  désignent respectivement la puissance et la longueur d'onde du faisceau de pompe.

Avec un laser de pompe continu délivrant une puissance moyenne  $P_p$  de 10 W à 532 nm, adéquatement focalisé dans un cristal de PPLN de 30 mm de long, le gain paramétrique petit signal  $q$  (tel que définit en (8.60)) est de l'ordre de :

$$q \simeq 0,39 \text{ cm}^{-1}$$

ce qui correspond à un gain en énergie par passage de :

$$G = 1 + \sinh^2(q l_c) \simeq 3,2$$

Bien qu'il ne tienne pas compte de la diffraction et du recouvrement spatial des faisceaux pompe, signal et complémentaire, ce calcul donne néanmoins un bon ordre de grandeur de la valeur du gain par passage. Pour une pompe de 1 W à 532 nm, les valeurs du gain paramétrique et du gain net chutent à 12,5% et 1,15 respectivement, indiquant que le seuil d'oscillation en cavité simplement résonnante est de l'ordre de 1 W de pompe.

#### Longueur caractéristique d'interaction

Afin de déterminer les limites de l'approximation paramétrique, c'est-à-dire à partir de quelle puissance signal  $P_s$  il faut tenir compte de la saturation du gain, il est nécessaire d'évaluer la longueur de conversion maximale. A l'accord de phase exact, cette longueur est donnée par :

$$L_{max} = L_{NL} K \left( \sqrt{\frac{\lambda_p P_p}{\lambda_s P_s + \lambda_p P_p}} \right) \quad (8.77)$$

où  $L_{NL} = q^{-1}$  est la longueur caractéristique de l'interaction non linéaire et  $K$  désigne l'intégrale elliptique complète de première espèce. Lorsque la puissance de l'onde signal approche ou dépasse celle de l'onde de pompe,  $K$  est de l'ordre de 2 et  $L_{max} \approx 2L_{NL}$ . Pour une pompe de 10 W et un signal de 1 W, la longueur de conversion maximale ou longueur de reconversion est ainsi d'environ 4,2 cm. Cette longueur est proche de  $l_c$  sans toutefois dépasser  $l_c$ , indiquant qu'en SROPO l'amplification paramétrique opère en régime saturé mais n'atteint pas le régime de reconversion.

## Largeur de la bande de gain

Pour des impulsions dont la durée est grande devant la période de la porteuse (soit  $\omega_p \tau \gg 1$ ), la durée d'impulsion et la largeur spectrale des impulsions à mi-hauteur sont reliées par la relation d'incertitude (voir aussi 4.3) :

$$\tau \Delta \lambda \geq \frac{4 \ln 2}{2\pi} \frac{\lambda_p^2}{c} \quad (8.78)$$

où l'on a noté  $\lambda_p$  la longueur d'onde de la porteuse. Aux environs de 1064 nm, le produit de la durée par la largeur à mi-hauteur prend ainsi la valeur suivante :

$$\tau \Delta \lambda \geq 1665 \text{ fs nm} \quad (8.79)$$

Tant que les durées d'impulsions sont de l'ordre de quelques picosecondes, la largeur spectrale des impulsions reste donc inférieure au nanomètre à 1 064 nm.

## 8.5 OPO doublement résonnant

### 8.5.1 Cas dégénéré - blocage de modes actif

A la dégénérescence parfaite, les impulsions signal et idler sont de même pulsation centrale ( $\omega_s = \omega_c = \omega_p/2 = \omega_0$ ), de même polarisation (accord de phase de type I) et, par conséquent, ne peuvent plus être distinguées l'une de l'autre. Il faut donc changer de représentation. Une façon de contourner cette difficulté consiste à raisonner sur la somme des ondes signal et complémentaire. L'intérêt évident de cette astuce est qu'elle permet de traiter le couplage non linéaire sans avoir à distinguer les ondes. Il faut toutefois remarquer que cette approche reste valable même si les ondes ne sont pas dégénérées et qu'elle ne restreint donc pas la généralité de ce formalisme. Afin de conserver le plus longtemps possible cette généralité, on ne suppose *pas*, dans un premier temps,  $\omega_s = \omega_c = \omega_0$ . Soit donc  $A_\omega = A_s + A_c$ . Pour conserver une notation cohérente, on pose aussi  $A_{2\omega} = A_p$  et l'on définit l'indice effectif moyen  $n_\omega^{\text{eff}}$  par :

$$\frac{2\omega_0}{n_\omega^{\text{eff}}} = \frac{\omega_s}{n(\omega_s)} + \frac{\omega_c}{n(\omega_c)}$$

Avec ces nouvelles variables, le système de trois équations couplées (1.3) se réduit à un système couplant seulement deux équations :

$$\begin{cases} \frac{dA_\omega}{dz} = -i \frac{2\omega_0}{cn_\omega^{\text{eff}}} d_{\text{eff}} A_{2\omega} A_\omega^* \exp(-i\Delta kz) \\ \frac{dA_{2\omega}}{dz} = -i \frac{2\omega_0}{cn_{2\omega}} d_{\text{eff}} A_\omega^2 \exp(i\Delta kz) \end{cases} \quad (8.80)$$

Par un changement de la phase à l'origine de l'enveloppe de l'onde pompe ( $\phi_{2\omega}(0) = \pi/2$ ), on peut de plus se ramener au système suivant :

$$\begin{cases} \frac{dA_\omega}{dz} = d_{\text{eff}} \frac{2\omega_0}{cn_\omega^{\text{eff}}} A_{2\omega} A_\omega^* \exp(-i\Delta kz) \\ \frac{dA_{2\omega}}{dz} = -d_{\text{eff}} \frac{2\omega_0}{cn_{2\omega}} A_\omega^2 \exp(i\Delta kz) \end{cases} \quad (8.81)$$

Au voisinage de la dégénérescence, on peut faire l'approximation que l'indice effectif moyen est constant :

$$n_\omega^{\text{eff}} \simeq n(\omega_0)$$

La première équation du système (8.81) fournit alors directement l'expression de la variation infinitésimale d'amplitude de l'onde harmonique lors de la traversée du cristal non linéaire. En effet, en vertu du formalisme décrit dans la partie 8.2.2, l'expression du gain paramétrique non saturé prend alors une forme simple dans l'espace des fréquences :

$$d\mathbf{T}_{opa} = 1 + gE^* \exp(-i\Delta kl_c) \quad (8.82)$$

où l'on a défini, cette fois, un pseudo gain<sup>8</sup>  $g$  défini par :

$$g = 2d_{\text{eff}} \frac{\omega_0 l_c}{nc} A_{2\omega} \quad (8.83)$$

Proche de l'accord de phase et pour un gain par passage suffisamment faible ( $\Delta kl_c \ll 1$ ), on peut considérer que le gain paramétrique est correctement décrit par :

$$1 + gE^* (1 - i\Delta kl_c) \quad (8.84)$$

Si l'on se restreint à l'approximation parabolique, l'effet du désaccord de phase se traduit, dans l'espace des temps, par un terme de dispersion puisque  $\Delta k \propto (\omega - \omega_0)^2$  à la dégénérescence parfaite. L'équation de propagation décrivant l'évolution d'une impulsion dans un DROPO dégénéré, en présence de matériaux dispersifs et d'un modulateur optique, est donc de la forme :

$$\delta T \frac{dE}{dt} = iD \frac{d^2 E}{dt^2} - \frac{\mu}{8} \Omega^2 t^2 E + (-l + i\theta) E + gE^* + i\tilde{D}_{\text{opa}} \frac{d^2 E^*}{dt^2} \quad (8.85)$$

---

8. Cette quantité est éventuellement complexe et ne correspond pas à la définition préalable du gain paramétrique.



Dans cette équation<sup>9</sup>, aucun terme ne limite la bande de gain de l'amplificateur puisque ces termes échappent à l'approximation parabolique. En effet, comme vu précédemment (formule (8.68)), la bande de gain varie avec  $\Delta k^2 \propto (\omega - \omega_p/2)^4$ . En pratique, d'autres éléments optiques tels que les traitements diélectriques des miroirs limitent la largeur spectrale des impulsions et l'on peut donc introduire, dans l'équation différentielle précédente, un terme du type :

$$\frac{1}{\Delta\omega^2} \frac{d^2 E}{dt^2}$$

L'équation différentielle (8.85) n'admet alors de solutions gaussiennes que si la dispersion globale est rigoureusement nulle<sup>10</sup> ( c'est-à-dire  $D + \tilde{D}_{opa} = 0$ ) et si l'impulsion est non chirpée ( $\beta = 0$ ). Ce résultat va de soi, puisque si l'impulsion est à phase plate (pas de dérive de fréquence), alors l'impulsion ne porte pas de phase variable avec le temps,  $E$  et  $E^*$  peuvent être confondus et l'équation différentielle (8.85) se ramène à (8.45) :

$$\delta T \frac{dE}{dt} = \frac{1}{\Delta\omega^2} \frac{d^2 E}{dt^2} - \frac{\mu}{8} \Omega^2 t^2 E + (g - l)E = 0 \quad (8.86)$$

L'absence de rétrécissement spectral par le gain (pas de facteur  $g/2$  au numérateur de  $1/\Delta\omega^2$ ) modifie toutefois un peu la durée d'impulsion du régime stationnaire puisqu'on obtient :

$$\tau = \frac{2}{\sqrt{\Delta\omega} \Omega} \left( \frac{2}{\mu} \right)^{1/4}$$

En compensant la dispersion, on peut donc s'attendre à des durées d'impulsion picosecondes comme en SROPO. En présence de dispersion, en revanche, la structure de l'impulsion est instable.

**Remarque :** La nécessité de  $\beta = 0$  peut s'expliquer simplement si l'on se souvient que dans un DROPO on peut toujours dissocier l'impulsion en une impulsion signal et une impulsion complémentaire. Si l'impulsion signal porte un chirp ( $\beta \neq 0$ ), c'est-à-dire une dérive de fréquence linéaire, l'impulsion complémentaire, créée ou amplifiée par différence de fréquences, porte également une dérive de fréquence, mais de signe opposé afin de satisfaire à la conservation de l'énergie  $\omega_p = \omega_s + \omega_c$ . La dispersion a donc des effets opposés sur le signal et l'idler : si l'une des impulsions est dilatée, l'autre est comprimée, ce qui, en l'absence d'autres mécanismes de remodelage de l'impulsion, déstabilise l'impulsion. Si l'impulsion n'est pas chirpée et que le milieu n'est pas dispersif, alors le signal et l'idler ont le même comportement.

### 8.5.2 Cas dégénéré - blocage de modes passif

En présence d'un milieu à effet Kerr (qui peut éventuellement être le cristal non linéaire lui même) et en l'absence de modulateur temporel actif, les solutions stationnaires

---

9. Attention  $\tilde{D}_{opa}$  n'est pas la dispersion définie en (8.65).

10. Ou négligeable.

éventuelles répondent à l'équation différentielle :

$$iD \frac{d^2 E}{dt^2} + i\tilde{D}_{\text{opa}} \frac{d^2 E^*}{dt^2} - lE + gE^* + i\kappa|E|^2 E = 0 \quad (8.87)$$

De façon surprenante, une équation différentielle très proche de celle-ci possède des solutions stables de type solitonique. Cette équation différentielle se rencontre en mécanique des fluides et permet de décrire la propagation d'ondes localisées à la surface d'une pellicule liquide soumise à des vibrations verticales. Il s'agit de l'équation différentielle suivante :

$$iD \frac{d^2 E}{dt^2} + (-l + i\theta)E + gE^* + i\kappa|E|^2 E = 0 \quad (8.88)$$

On peut démontrer que si  $g > l$ , alors une solution exacte de l'équation différentielle (8.88) est :

$$E(t) = \sqrt{\frac{2}{\kappa}} \beta \sec\left(\frac{\beta t}{\sqrt{D}}\right) \exp(i\phi)$$

où les paramètres  $\beta$  et  $\phi$  sont donnés par :

$$\cos(2\phi) = l/g$$

$$\beta^2 = -\theta + g \sin(2\phi)$$

De plus, comme démontré dans [75], cette solution est stable si :

$$\begin{aligned} \theta &< 0 \\ l &< g < \sqrt{l^2 + \theta^2} \end{aligned} \quad (8.89)$$

Avant s'aller plus loin dans l'interprétation physique de ces résultats, il est bon de préciser le sens physique de la variable  $\phi$  qui apparait dans (8.88) : cette variable représente un déphasage de l'onde harmonique par rapport à l'onde de seconde harmonique, c'est à dire par rapport à l'onde de pompe. Le mécanisme de blocage de modes est ici d'un type complètement différent de celui mis en œuvre dans les milieux laser. Dans un DROPO, le gain paramétrique est fonction de la phase de l'enveloppe (mélange à 3 ondes) et celle-ci évolue en fonction de la dispersion et du gain paramétrique lui-même. Comme vu précédemment, l'impulsion ne peut être stable que si l'impulsion ne porte pas de dérive de fréquence. En l'absence de mécanisme de stabilisation, la dispersion et le gain paramétrique ont des effets inverses sur le chirp de l'impulsion et l'impulsion est instable. Il existe pourtant un mécanisme possible de stabilisation : comme  $gE^* = |E| \cos(\phi) - i|E| \sin(\phi)$ , on peut distinguer l'effet dispersif de l'amplification paramétrique ( $|E| \sin(\phi)$ ) du gain paramétrique net ( $|E| \cos(\phi)$ ). S'il est possible de trouver une valeur de  $\phi$  qui permette à la fois d'avoir un gain suffisant et de compenser exactement la dispersion, alors on peut avoir une solution stable.

En l'absence d'effet Kerr, rien ne permet de stabiliser l'énergie de l'impulsion (l'équation différentielle est linéaire) et celle-ci ne peut se maintenir au niveau d'énergie requis

pour compenser la dispersion. En présence d'effet Kerr, il apparaît un déphasage et des pertes supplémentaires qui viennent bloquer la phase de l'impulsion et fixent l'énergie de l'impulsion.

Si l'on revient à l'équation différentielle (8.87), on peut toujours trouver des solutions à l'équation différentielle, mais de la forme :

$$E(t) = -A \sec\left(\frac{t}{\tau^2}\right) \exp(i\phi) \quad (8.90)$$

avec

$$A = -\frac{2\theta}{\kappa} \quad (8.91)$$

$$\phi = 0 \quad (8.92)$$

$$\tau = \sqrt{\frac{D + \tilde{D}_{\text{opa}}}{-\theta}} \quad (8.93)$$

à la condition que  $g = l$  exactement (OPO au seuil) et que  $\theta$  soit non nul et du signe opposé de  $D + \tilde{D}_{\text{opa}}$ . Comme  $\theta$  correspond au déphasage entre la fréquence porteuse de l'impulsion et le mode de cavité au voisinage duquel le désaccord de phase est développé ( $\omega_0 = \omega_p/2$ ), on en déduit que la porteuse de l'impulsion courte n'est pas exactement un mode propre de la cavité. Néanmoins, pour que ce mécanisme de blocage de modes soit possible, il faut que la valeur de  $\theta$  soit fixe et il est donc nécessaire de stabiliser la longueur de la cavité à l'échelle sub-micrométrique.

Enfin, la solution obtenue est telle que  $\phi = 0$ , c'est-à-dire à phase plate ou encore telle que  $E(t) = E^*(t)$ . L'équation différentielle (8.88) se ramène donc à l'équation (8.87) avec une dispersion effective  $D_{\text{eff}} = D + \tilde{D}_{\text{opa}}$ . Comme une des conditions de stabilité des solutions de (8.87) est  $\theta < 0$ , il est donc nécessaire d'avoir  $D + \tilde{D}_{\text{opa}} > 0$ , ce qui est signifie une dispersion globale positive dans la cavité.

## Conclusion

Il semble donc bien pouvoir exister un régime stable de blocage de modes passif d'un type nouveau dans les DROPO dégénérés. Ce type de régime nécessite une dégénérescence parfaite et, de surcroît, un contrôle nanométrique de la longueur de la cavité puisque le déphasage entre la fréquence de pompe et la fréquence centrale de l'impulsion signal (variable  $\phi$ ) intervient directement dans l'expression de la durée d'impulsion.

### 8.5.3 Cas non dégénéré

L'OPO doublement résonnant et non dégénéré est d'un intérêt bien plus important que l'OPO dégénéré en raison de la difficulté d'atteindre la dégénérescence exacte. En pratique, il s'agit de la situation expérimentale la plus étudiée du chapitre 9. Lorsque

l'OPO n'est pas dégénéré, il n'y a plus *une* mais *deux* impulsions qui circulent dans la cavité : une impulsion signal et une impulsion complémentaire.

Si la dispersion optique des éléments intra-cavité n'est pas exactement compensée, les impulsions signal et complémentaire voyagent avec des vitesses de groupe différentes et tendent à se séparer temporellement au fur et à mesure des tours de cavité.

### Exemple : dispersion chromatique dans MgO : LiNbO<sub>3</sub>

Dans le cas du niobate de lithium dopé à l'oxyde de Manganèse (MgO : LiNbO<sub>3</sub>) retourné périodiquement, le couplage non linéaire est optimum lorsque les ondes sont polarisées suivant l'axe optique extraordinaire. L'indice optique varie, dans le visible et le proche infrarouge, avec la longueur d'onde suivant la loi de Sellmeier suivante (Casix) :

$$n_e(\lambda, T) = \sqrt{a_1 + b_1 f + \frac{a_2 + b_2 f}{\lambda^2 - (a_3 + b_3 f)^2} + \frac{a_4 + b_4 f}{\lambda^2 - a_5^2}} - a_6 \lambda^2 \quad (8.94)$$

$$f = (T - T_0)(T + T_1) \quad (8.95)$$

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
5,35583	0,100473	0,20692	100	11,34927	1,5334 10 <sup>-2</sup>
$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$T_0$	$T_1$
4,629 10 <sup>-7</sup>	3,862 10 <sup>-8</sup>	-0,89 10 <sup>-8</sup>	2,657 10 <sup>-5</sup>	24,5	570,82

TAB. 8.2 – Coefficients de la loi de Sellmeier pour le niobate de Lithium.

A titre indicatif, pour les longueurs d'onde de pompe (532 nm), de signal dégénéré (1 064 nm), et pour un couple signal/idler non dégénéré (1 045 nm et 1 084), les indices optiques et les vitesses de groupe pour une température de fonctionnement de 60°C sont indiqués dans le tableau 8.5.3. Le temps de transit dans un cristal de MgO : PPLN de 30 mm de longueur est indiqué dans la quatrième colonne. En raison de la grande dispersion du matériau, la vitesse de groupe des impulsions varie avec leur longueur d'onde. Dans le cas d'un OPO doublement résonnant et non dégénéré, cet effet tend rapidement à séparer temporellement les impulsions signal et complémentaire. Pour des impulsions de 1 045 nm et 1 084 nm, le retard d'enveloppe introduit par un simple passage à travers le cristal non linéaire est de l'ordre de 500 fs. En DROPO non dégénéré, la séparation temporelle s'accumule de tour en tour et on atteint rapidement des délais importants. Ainsi, pour une cavité dont la longueur optique est de 1 m, si l'on suppose que les impulsions signal et complémentaire sont synchrones à l'instant  $t$ , le délai entre les impulsions atteint 1,5 ns après seulement 10  $\mu$ s de propagation.

Longueur d'onde	Indice	Vitesse de groupe	Temps de transit (30 mm)
532 nm	2.226	$c/2.446$	244.6 ps
1064 nm	2.149	$c/2.203$	220.3 ps
1045 nm	2.150	$c/2.206$	220.6 ps
1084 nm	2.148	$c/2.201$	220.1 ps

TAB. 8.3 – Indices optiques, vitesses de groupe et dans de transit dans un cristal de 30 mm de niobate de Lithium dopé à l'oxyde de Magnésium pour différentes longueurs d'onde.

### Blocage de modes actif : un modèle

Lorsque le mécanisme de blocage de modes repose sur une modulation active des pertes intra-cavités (modulateur acousto-optique par exemple), les effets de la dispersion chromatique sont dramatiques. En effet, la modulation ne peut être synchrone des deux impulsions optiques à la fois et la durée des impulsions est limitée par les effets de dispersion.

Si on note  $\Omega$  la pulsation de la modulation,  $T_s$  et  $T_c$  les temps d'aller-retour dans la cavité pour les ondes signal et complémentaire, alors, les délais relatifs entre la modulation et les impulsions optiques sont :

$$\delta T_s = \frac{2\pi}{\Omega} - T_s \quad (8.96)$$

$$\delta T_c = \frac{2\pi}{\Omega} - T_c \quad (8.97)$$

Pour être exact, la transmission en intensité du modulateur à l'instant  $t - \tau$  vaut :

$$T_{mod}(t - \tau) = 1 - \mu \sin^2 \left[ \frac{\Omega}{2}(t - \tau) \right] \quad (8.98)$$

ce qui donne pour de petits retards et des petits temps (approximation parabolique), l'expression simplifiée :

$$T_{mod}(t - \tau) = 1 - \mu \frac{\Omega^2}{4}(t - \tau)^2 \quad (8.99)$$

$$T_{mod}(t - \tau) = 1 - \mu \frac{\Omega^2}{4}\tau^2 + \mu \frac{\Omega^2}{2}\tau t - \mu \frac{\Omega^2}{4}t^2 \quad (8.100)$$

On trouve donc deux termes supplémentaires par rapport au développement trouvé dans la section 8.2.1 : un terme de pertes et un terme de retard (terme proportionnel à  $t$ ).

Si l'on cherche à trouver les équations d'évolution des enveloppes des impulsions signal et complémentaire de la même manière que pour le DROPO dégénéré, il faut, de plus, introduire les délais relatifs  $t_s$  et  $t_c$  donnant le retard ou l'avance du centre des impulsions par rapport au maximum de la modulation optique (figure 8.3).

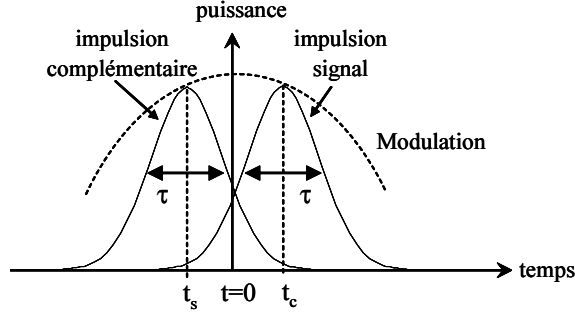


FIG. 8.3 – Définition des délais.

On trouve alors les équations d'évolution suivantes pour les deux impulsions :

$$\delta T \frac{dE_s}{dt} = \underbrace{\delta T_s \frac{dE_s}{dt}}_{V_{\text{groupe}}} - \underbrace{\frac{\mu}{8} \Omega^2 (t - t_s)^2 E_s}_{\text{modulateur}} + \underbrace{g E_c^* (t - t_s + t_c)}_{\text{gain paramétrique}} - \underbrace{l E_s}_{\text{pertes}} \quad (8.101)$$

$$\delta T \frac{dE_c}{dt} = \underbrace{\delta T_c \frac{dE_c}{dt}}_{V_{\text{groupe}}} - \underbrace{\frac{\mu}{8} \Omega^2 (t - t_c)^2 E_c}_{\text{modulateur}} + \underbrace{g E_s^* (t + t_s - t_c)}_{\text{gain paramétrique}} - \underbrace{l E_c}_{\text{pertes}} \quad (8.102)$$

Dans ces équations, les termes correspondant à la dispersion chromatique et à la largeur de la bande de gain de l'OPO ont été négligés, ce qui sera justifié par la suite. Physiquement, cela revient à supposer que l'accord de phase est exact pour toutes les fréquences et que la durée des impulsions est suffisamment longue pour que l'on puisse négliger leur largeur spectrale vis à vis des largeurs spectrales des bandes de gain. Les solutions stationnaires sont alors données par le système différentiel :

$$\delta T_s \frac{dE_s}{dt} - \frac{\mu}{8} \Omega^2 (t - t_s)^2 E_s = l E_s - g E_c^* (t - t_s + t_c) \quad (8.103)$$

$$\delta T_c \frac{dE_c}{dt} - \frac{\mu}{8} \Omega^2 (t - t_c)^2 E_c = l E_c - g E_s^* (t + t_s - t_c) \quad (8.104)$$

Dans la mesure où les délais restent petits devant les durées d'impulsion (ce qui est à vérifier à posteriori), on peut développer en une série de Taylor les termes correspondant aux champs retardés :

$$E(t - t_0) \simeq E(t) - \frac{dE}{dt} t_0 + \frac{1}{2} \frac{d^2 E}{dt^2} t_0^2$$

Pour l'onde signal, on trouve ainsi l'équation différentielle suivante :

$$\delta T_s \frac{dE_s}{dt} - g(t_s - t_c) \frac{dE_c^*}{dt} + \frac{\mu}{4} \Omega^2 t_s t E_s + \frac{g}{2} (t_s - t_c)^2 \frac{d^2 E_c^*}{dt^2} - \frac{\mu}{8} \Omega^2 t^2 E_s = (l + \frac{\mu}{8} \Omega^2 t_s^2) E_s - g E_c^* \quad (8.105)$$

Afin de rester avec des expressions analytiques simples, nous nous plaçons dans le cas particulier où la modulation est symétrique par rapport aux deux impulsions, c'est à dire lorsque la modulation est synchrone du barycentre des deux impulsions optiques :

$$t_s + t_c = 0$$

De plus, on recherche des solutions gaussiennes au problème, c'est à dire que les impulsions signal et complémentaires sont cherchées sous la forme d'une même gaussienne :

$$E_s(t) = E_c(t) = E_0 \exp \left[ - \left( \frac{t}{\tau} \right)^2 \right]$$

Dans ce cas précis,  $tE_s$  peut être reliée à la dérivée du champ par :

$$t E_s(t) = - \frac{\tau^2}{2} \frac{dE_s}{dt}$$

et l'équation différentielle (8.105) devient :

$$\left( -2gt_s - \frac{\mu}{8} \Omega^2 \tau^2 t_s + \delta T_s \right) \frac{dE_s}{dt} + 2gt_s^2 \frac{d^2 E_s}{dt^2} - \frac{\mu}{8} \Omega^2 t^2 E_s = -(g - l - \frac{\mu}{8} \Omega^2 t_s^2) E_s \quad (8.106)$$

De cette équation, on déduit, que pour atteindre le régime stationnaire, il est suffisant (et probablement nécessaire) d'avoir simultanément :

$$\begin{cases} 2g + \frac{\mu}{8} \Omega^2 \tau^2 - \frac{\delta T_s}{t_s} = 0 \\ 2gt_s^2 \frac{d^2 E_s}{dt^2} - \frac{\mu}{8} \Omega^2 t^2 E_s = 0 \\ l - g + \frac{\mu}{8} \Omega^2 t_s^2 = 0 \end{cases} \quad (8.107)$$

La première équation de (8.107)

$$2g + \frac{\mu}{8} \Omega^2 \tau^2 - \frac{\delta T_s}{t_s} = 0$$

s'interprète alors comme suit : le délai  $t_s$  résulte, en régime stationnaire, d'un compromis entre que la dispersion (la différence de vitesse de groupe entre les impulsions signal et complémentaire), qui tend à séparer les impulsions temporellement <sup>11</sup> et deux mécanismes qui tendent à rapprocher les impulsions : la modulation optique qui introduit des pertes pour les grands délais et le gain paramétrique qui est maximal lorsque les impulsions se recouvrent (donc à  $t = 0$ ).

La seconde équation de (8.107) est, quant à elle, identique à l'équation (8.46) obtenue pour le SROPO, sauf que la largeur de la bande de gain du SROPO est remplacée par le terme  $2gt_s^2$ . L'interprétation de ce résultat est le suivant : la durée des impulsions résulte d'un compromis entre la modulation qui tend à diminuer la durée des impulsions et le gain paramétrique qui tend à l'augmenter puisque la zone de gain n'est pas centrée sur les impulsions. La durée d'impulsion à l'équilibre est alors :

$$\tau^2 = 8 \sqrt{\frac{g}{\mu} \frac{t_s}{\Omega}}$$

---

11.  $\delta T_s < 0$  car  $\omega_s > \Omega$  et donc la longueur optique à  $\omega_s$  est plus grande qu'à  $\Omega$

D'autre part, la troisième équation de 8.107 donne la condition de seuil, qui n'est plus  $g = l$  mais :

$$g = l + \frac{\mu}{8} \Omega^2 t_s^2$$

ce qui s'interprète naturellement car les impulsions ne coïncident pas avec le maximum de transmission du modulateur.

### Durée des impulsions

La durée des impulsions est fixée par les équations dérivées de 8.106 avec pour inconnues le délai  $t_s$  et la durée des impulsion  $\tau$ . Les solutions de ce système à deux équations et deux inconnues est :

$$t_s = \sqrt{\frac{g}{\mu \Omega^2}} \left( 1 - \sqrt{1 + \delta T_s \Omega \sqrt{\frac{\mu}{g^3}}} \right) \quad (8.108)$$

$$\tau^2 = \frac{8g}{\mu \Omega^2} \left( 1 - \sqrt{1 + \delta T_s \Omega \sqrt{\frac{\mu}{g^3}}} \right) \quad (8.109)$$

Comme le retard introduit par la différence de vitesse de groupe à chaque passage est très faible ( $< 1$  ps) devant la période de modulation optique (plusieurs ns), on est dans la situation  $\delta T_s \Omega \ll 1$ , d'où les résultats approchés :

$$t_s = -\frac{\delta T_s}{2g} \quad (8.110)$$

$$\tau^2 = -\frac{4}{\sqrt{\mu g}} \frac{\delta T_s}{\Omega} \quad (8.111)$$

Les durées d'impulsion que l'on trouve avec ce modèle peuvent sembler très différentes de celles trouvées pour le SROPO. C'est effectivement le cas lorsque l'on regarde les ordres de grandeur mis en jeu. Cependant, si l'on se rappelle qu'à l'ordre 1 la bande de gain en SROPO n'est rien d'autre que (2.7) :

$$\Delta \omega_s^{(1)} = \frac{2\gamma}{|1/v_{g,c} - 1/v_{g,s}|} \simeq \frac{2ql_c}{|l_c/v_{g,c} - l_c/v_{g,s}|} = \frac{2g}{2\delta T_s}$$

alors on peut relier  $\Delta \omega^{(1)}$  à  $\delta T_s$  par :

$$\delta T_s = \frac{g}{\Delta \omega^{(1)}}$$

et l'on obtient que la durée d'impulsion est donnée par une formule analogue à celle établie pour un SROPO :

$$\tau = \frac{2}{\sqrt{\Delta \omega^{(1)} \Omega}} \left( \frac{g}{\mu} \right)^{1/4} \quad (8.112)$$

sauf, que cette fois, le gain  $g$  est le gain en DROPO et non le gain en SROPO (le gain



en champ pour être précis). Pratiquement, comme la bande de gain d'un DROPO non dégénéré est environ 100 fois plus étroite<sup>12</sup> qu'à la dégénérescence, on s'attend à trouver des impulsions d'une durée de l'ordre de 100 ps.

---

12. Il est difficile d'estimer la bande de gain en DROPO en raison des effets de « cluster » qui font que la bande de gain est plus mince que ce que l'on pourrait calculer à partir des formules de désaccord de phase.

## Conclusion de chapitre

Le formalisme du blocage de modes développé pour les milieux laser peut être transposé aux OPO simplement résonnant (SROPO) et doublement résonnant (DROPO). Les points clés de cette étude sont les suivants :

- il existe une analogie forte entre un SROPO et un laser et les mécanismes de blocage de modes utilisés pour les lasers peuvent être transposés aux SROPO, en particulier pour le blocage de modes actif. On peut envisager atteindre des impulsions d'une durée de quelques picosecondes ;
- le blocage de modes passif dans un SROPO pose le problème de la stabilité du régime pulsé puisque la puissance et l'éclairement crêtes sont identiques en régime pulsé et continu ;
- en DROPO dégénéré, le blocage de modes actif semble instable dès que la dispersion est non nulle ;
- dans un DROPO dégénéré en fréquences, il existe un blocage de modes passif de type solitonique lorsque l'on est capable de contrôler la longueur de la cavité OPO avec des précisions sub-micrométriques. Les durées d'impulsions associées à ce régime solitonique se placent dans la gamme femtoseconde ;
- dans un DROPO non dégénéré, le blocage de modes actif est possible mais les durées d'impulsions les plus courtes que l'on puisse atteindre sont de l'ordre de 100 ps.



# Chapitre 9

## Étude expérimentale

Bienheureux les fêlés car ils  
laisseront passer la lumière.

---

Michel AUDIARD

### 9.1 Contexte de l'étude et choix expérimentaux

COMME montré dans le chapitre précédent, un oscillateur paramétrique optique *simplement* résonnant présente de fortes analogies avec une cavité laser. En particulier, le formalisme du blocage de modes dans les cavités laser peut être intégralement transposé et tout porte à croire que le blocage de modes dans un SROPO pompé en régime continu peut être démontré expérimentalement. L'étude du blocage de modes dans un DROPO dégénéré, bien que très exploratoire, suggère, quant à elle, un nouveau mécanisme de blocage de modes de type solitonique. Les choix expérimentaux présentés dans ce chapitre répondent, en grande partie, à la volonté d'explorer ces deux régimes de fonctionnement.

En particulier, comme les seuils d'oscillation d'un SROPO et d'un DROPO diffèrent d'un ordre de grandeur, à pertes équivalentes, il a fallu choisir un laser de pompe suffisamment puissant pour atteindre l'oscillation en SROPO. Si les premiers OPO remontent à 1965 [46], le premier SROPO continu, construit par Byer et ses collaborateurs [109], ne date que de 1993. Il a, en effet, fallu attendre des cristaux non linéaires suffisamment efficaces et des pompes spectralement monomodes de forte puissance pour atteindre le seuil d'oscillation en continu. Avec l'apparition des cristaux retournés périodiquement depuis 1995, les OPO continus ont connu un regain d'intérêt et plusieurs groupes sont parvenus à obtenir des seuils d'oscillation de l'ordre de quelques Watt [15] et même sub-Watt [94][42]. Bien que les performances des matériaux non linéaires retournés périodiquement continuent de progresser régulièrement, les problèmes d'origine thermique et photo-induite, liés aux fortes puissances moyennes, constituent un problème récurrent pour les SROPO. Afin de travailler avec des puissances de pompe dans la gamme 1 à 10 W tout en limitant les effets thermiques, nous avons choisi de travailler non en régime continu mais en

régime quasi-continu. Par régime quasi-continu, on entend que la durée des impulsions de pompe est supérieure à  $100\ \mu\text{s}$ , c'est-à-dire suffisante pour qu'un régime stationnaire s'établisse dans la cavité OPO.

En raison de ce nouveau régime de fonctionnement, l'étude des OPO simplement et doublement résonnants en régime quasi-continu était un pré-acquis nécessaire à celle du blocage de mode. Enfin, l'oscillation en SROPO étant plus difficile à obtenir qu'en DROPO, les premières expériences ont porté sur le DROPO.

### 9.1.1 Choix de la longueur d'onde d'émission et du cristal non linéaire

#### Longueur d'onde d'émission

Le choix de la longueur d'onde d'émission s'est porté sur le proche infrarouge aux environs de 1064 nm, dans la gamme 1040-1080 nm. Cette gamme de longueurs d'onde coïncide avec la gamme d'émissions de nombreux matériaux laser dopés au Néodyme (Nd : YAG, Nd : verre, Nd : YLF, Nd : YVO<sub>4</sub>...) très fréquemment utilisés dans les lasers pulsés et continus, et pour lequel un grand nombre d'éléments optiques et d'instruments de mesure sont commercialement et immédiatement disponibles. Un autre choix aurait pu être la gamme centrée autour de 800 nm, gamme de prédilection des lasers à impulsions brèves (Ti : saphir) ou encore les longueurs d'onde télécom ( $1,5\ \mu\text{m}$ ).

D'autre part, comme détaillé dans la section suivante, il est pratique de choisir une longueur d'onde qui soit une sous-harmonique d'une source laser disponible, continue ou quasi-continue, de forte puissance (plusieurs W) et longitudinalement monomode. Ce critère a été déterminant pour le choix de la gamme de longueur d'onde car ce type de source laser est peu répandu. Comme le laboratoire Aimé Cotton disposait d'un laser pulsé quasi-continu de très forte puissance (jusqu'à 25 W) monomode à 532 nm, la longueur d'onde d'émission a été choisie vers 1064 nm.

#### Cristal non linéaire

Pour des puissances crêtes de l'ordre de quelques watts, le gain paramétrique petit signal est faible dans les cristaux massifs. En effet, même en concentrant la lumière sur une surface de l'ordre de  $50 \times 50\ \mu\text{m}^2$ , le gain paramétrique n'excède pas  $0,5\ \text{cm}^{-1}$ , même pour des matériaux les plus non linéaires. Il est donc nécessaire de travailler avec des cavités très surtendues ou avec des cristaux longs (quelques centimètres) pour pouvoir passer le seuil d'oscillation en SROPO.

Nous avons ainsi choisi un cristal de PPLN dopé Mg :  $\emptyset$  de  $0,5 \times 3 \times 30\ \text{mm}^3$  avec une période de retournement de  $6,92\ \mu\text{m}$  correspondant, à  $60\ ^\circ\text{C}$ , au quasi-accord de phase :

$$532\ \text{nm (e)} \rightarrow 1064\ \text{nm (e)} + 1064\ \text{nm (e)}$$

Le PPLN a été choisi en raison de la forte non linéarité du matériau et des propriétés des matériaux à quasi-accord de phase :

- un  $d_{\text{eff}}$  parmi les plus élevés (16 pm/V)
- un quasi-accord de phase angulairement non critique sans double réfraction

La fabrication de ce cristal est, de plus, bien maîtrisée et reproductible pour des pas de plus de 5  $\mu\text{m}$ .

Travailler proche de la dégénérescence est en grande partie dicté par la nécessité d'avoir un quasi-accord de phase large en bande. Comme vu dans le chapitre 2, la bande de gain en type 0 ou en type 1 n'est large qu'au voisinage de la dégénérescence. La bande de gain du cristal en simple passage (onde complémentaire nulle à l'entrée du cristal) est présentée en figure 9.1.

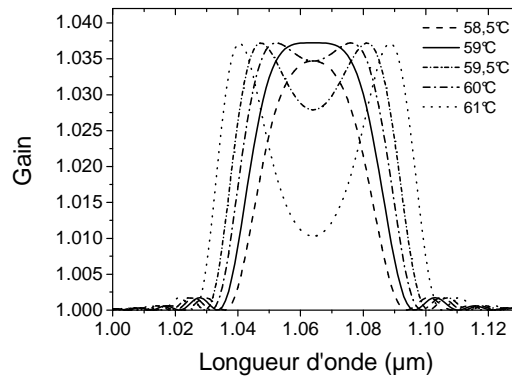


FIG. 9.1 – Courbe de gain dans le PPLN pour différentes températures. La période de retournement du cristal est de 6,92  $\mu\text{m}$ .

Les propriétés photoréfractives du niobate de lithium ont longtemps été un frein à l'utilisation de ce matériau dans les OPO continus en raison de l'apparition de dommage optique lorsque le cristal était soumis à un éclairage de plus de 10 kW/cm<sup>2</sup> à 532 nm. Même si un dopage d'oxyde de Manganèse permet de réduire l'effet photoréfractif et d'élever le seuil de dommage à presque 2 MW/cm<sup>2</sup>, ce matériau reste fragile à utiliser en régime continu en raison de l'absorption résiduelle à 532 nm et des effets thermiques associés. L'utilisation d'une pompe *quasi*-continue a permis de limiter les effets thermiques dans le cristal et l'ensemble de la cavité et ainsi de pomper le cristal à plus de 20 W crête.

## 9.1.2 Description du laser de pompe quasi-continu

### Schéma et principe de fonctionnement

Le schéma du laser quasi-continu développé au laboratoire Aimé Cotton est présenté en figure 9.2. Le milieu à gain est un cristal de Nd : YAG de 25 mm de long pompé par deux empilements de diodes quasi-continues délivrant au total 360 W à 808 nm pendant

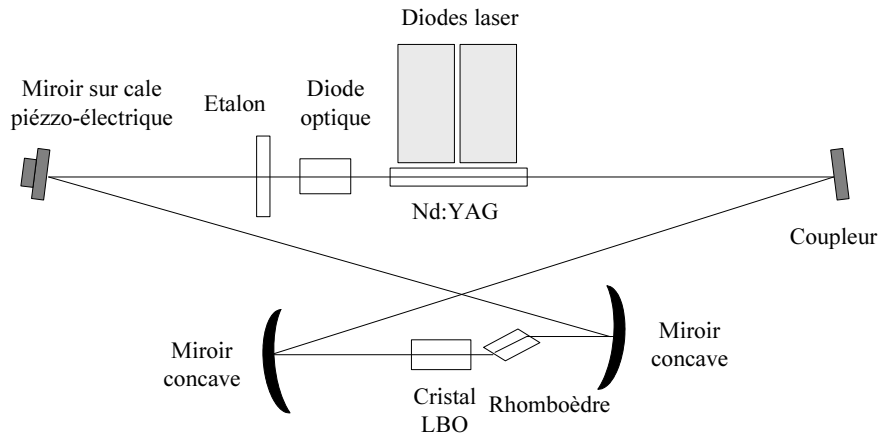


FIG. 9.2 – Schéma du laser de pompe quasi-continu

200  $\mu$ s. Le milieu laser est inséré sur le bras collimaté d'une cavité en anneau constituée de deux miroirs plans et de deux miroirs concaves de 100 mm de rayon de courbure. Au foyer de la sous-cavité constituée par les deux miroirs concaves, un cristal de LBO (10 mm, type I, accord de phase non critique à 148 °C) permet un doublement de fréquence intracavité. Tous les miroirs ont une réflectivité maximale à 1064 nm à l'exception du miroir coupleur qui est dichroïque avec une transmission de 10% à 532 nm. Un isolateur de Faraday joue le rôle de diode optique et définit un sens giratoire dans la cavité tandis qu'un étalon Fabry-Perot affine spectralement la cavité.

La dynamique de ce type de cavité (régime transitoire couplé à un doublement de fréquence intracavité) est complexe et ne sera pas abordée ici. Le lecteur est renvoyé à l'article de Louis Cabaret et collaborateurs [20] pour une étude détaillée et exhaustive des caractéristiques du laser. Les paramètres expérimentaux importants pour l'étude des OPO sont les suivants :

- la durée des impulsions est d'environ 170  $\mu$ s avec une fréquence de répétition de 15 Hz ou 40 Hz ;
- l'émission est monomode longitudinalement à 532 nm pendant toute la durée de l'impulsion ;
- la fréquence n'est pas stabilisée d'un tir à l'autre ;
- pendant l'impulsion, on observe une dérive de fréquence de l'ordre de 5 MHz ;
- le profil spatial est gaussien avec un  $M^2$  mesuré de 1,07.

### 9.1.3 Cavités OPO

Plusieurs cavités ont été construites et étudiées au cours de l'étude : cavité en anneau courte (longueur optique  $L=0,8$  m), cavité en anneau longue (longueur optique  $L=2,4$  m) et cavité en papillon (longueur optique  $L=1,5$  m). Ces différentes cavités répondent à des besoins divers qui seront détaillés dans la suite du chapitre.

## 9.2 OPO doublement résonnant quasi-continu

### 9.2.1 Cavité en anneau courte

#### Description de la cavité OPO

Une première cavité courte (longueur optique  $L=0,8$  m) a été construite pour étudier le régime doublement résonnant. La cavité est formée de quatre miroirs : deux miroirs concaves ménisques de rayons de courbure  $R=100$  mm et deux miroirs plans. Les deux miroirs concaves portent des traitements diélectriques. Les faces externes portent un traitement anti-reflet à 532 nm et les faces internes portent un traitement double bande, anti-reflet à 532 nm et haute réflectivité dans la région 1040-1080 nm. Les miroirs plans sont hautement réflectifs de 1040 nm à 1080 nm et leur réflectivités sont de 99,7% et de 99% respectivement.

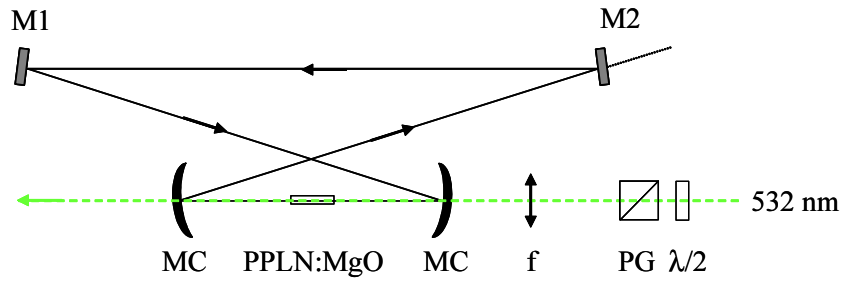


FIG. 9.3 – Schéma de la cavité en anneau courte. MC : miroir concave dichroïque. M1 : miroir  $R_{\max}$ , M2 : miroir  $R=99\%$ . PG : polariseur de Glan.  $\lambda/2$  : lame demie-onde.

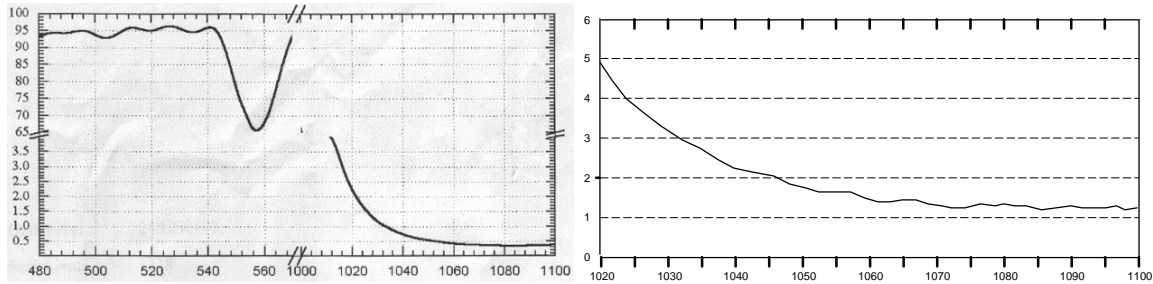


FIG. 9.4 – A gauche : courbes de transmission des miroirs concaves à faces parallèles utilisées pour la cavité courte. A droite : réflectivité du coupleur de sortie 1%.

Avec un rayon de courbure de 100 mm et pour un col de faisceau d'environ  $50 \mu\text{m}$  dans le cristal non linéaire, les conditions de stabilité de la cavité déterminent une longueur de cavité de l'ordre 75 cm pour une distance entre les miroirs concaves de l'ordre de 13 cm. Afin que le faisceau pompe et le mode de cavité se recouvrent correctement, le faisceau de pompe est focalisé au moyen d'une lentille plan-convexe dans la cavité comme montré sur la figure 9.3. La mesure du diamètre du col du faisceau pompe montre que le faisceau est de section gaussienne avec une largeur à  $1/e^2$  de  $51 \pm 2 \mu\text{m}$ . Avec ce diamètre de faisceau,



la longueur de la zone de Rayleigh correspondante est de 31 mm dans l'air et 67 mm dans le niobate de Lithium à 532 nm. A 1 064 nm, ces valeurs sont réduites de moitié.

### Seuil d'oscillation

L'oscillation est obtenue, pour les paramètres de cavité donnés plus haut, avec une puissance pompe crête comprise entre 100 mW et 150 mW. Les paramètres de cavité sont les suivants : longueur totale de la cavité égale à  $837 \pm 5$  mm et distance entre les miroirs concaves  $126 \pm 2$  mm. Avec ces paramètres, le calcul donne un col de faisceau au centre du cristal de  $54,6 \mu\text{m}$ . Une étude du seuil en fonction de la température montre que la température optimale de fonctionnement est située entre  $53,5^\circ\text{C}$  et  $56^\circ\text{C}$  avec un minimum à  $55^\circ\text{C}$  (seuil de 110 MW).

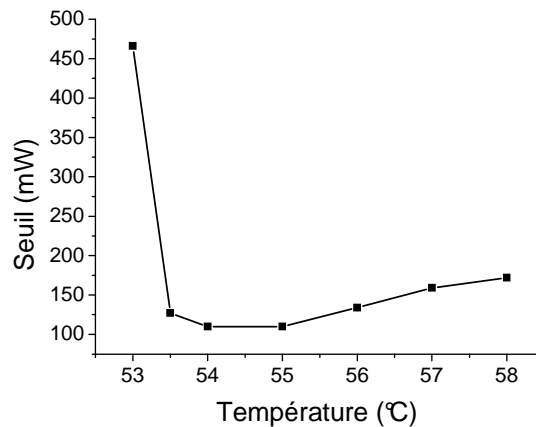


FIG. 9.5 – Seuil d'oscillation en fonction de la température du cristal.

La figure 9.6 présente l'évolution de l'énergie des impulsions signal et complémentaire en fonction de l'énergie de pompe. Comme la mesure est faite derrière le coupleur 1%, l'énergie émise par l'OPO est sous-estimée.

### Analyse temporelle de l'émission OPO

Le profil temporel des impulsions infrarouges est mesuré à l'aide d'une photodiode placée derrière le coupleur 1%. On observe, pour une puissance de pompe 1,6 au dessus du seuil des impulsions dont la forme reproduit globalement celle des impulsions de pompe mais avec, parfois, des figures en marche d'escalier. Ces sauts de puissance sont aléatoires d'un tir à l'autre et sont d'autant plus fréquents que la température du cristal est proche de  $53^\circ\text{C}$ . Un échantillon des formes d'impulsions expérimentales est présenté en figure 9.7.

### Analyse spectrale de l'émission OPO

Un simple prisme équilatéral en SF10 permet de séparer les faisceaux signal et complémentaire mais aussi d'étudier qualitativement le contenu spectral des impulsions. A

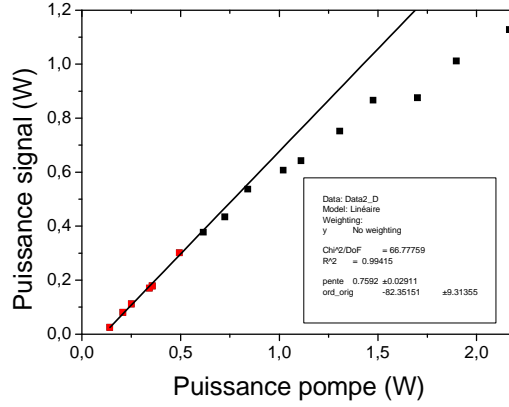


FIG. 9.6 – Puissance émise par l'OPO par le coupleur 1% en fonction de la puissance de pompe.

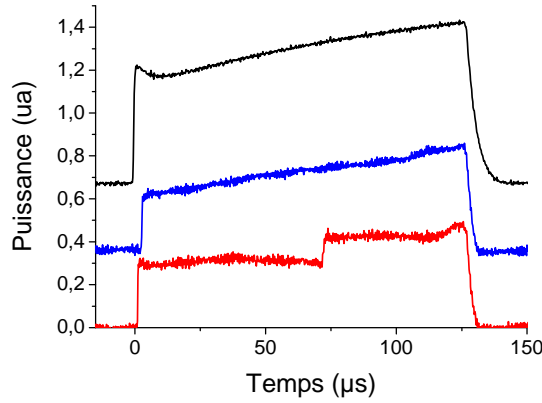


FIG. 9.7 – Profils temporels. De haut en bas : impulsion pompe, émission de l'OPO sans saut de puissance et avec saut de puissance.)

54°C les faisceaux sont larges dans la direction de dispersion (quelques millimètres après 1 ou 2 m de propagation) et sont parfois confondus, ce qui indique que l'émission est multimode et proche de la dégénérescence (1 064 nm). Pour des températures croissantes, les faisceaux signal et complémentaire se séparent et mincissent, signe que les fréquences d'émission sont mieux définies. D'autre part, les faisceaux sont animés d'un mouvement de respiration clairement visible, ce qui signifie que la fréquence d'émission varie d'un tir à l'autre.

Afin de corréliser ces observations avec les mesures temporelles, le faisceau de sortie de l'OPO est analysé au moyen d'un analyseur de modes conçu au laboratoire Aimé Cotton. Cet analyseur de modes consiste en une cavité Fabry-Perot sphérique confocal, dans laquelle un cristal électro-optique est inséré. Lorsqu'une rampe de tension est appliquée sur le cristal, l'indice et donc la longueur de la cavité varient linéairement avec le temps<sup>1</sup> et

1. La variation de longueur optique étant petite devant la longueur optique au repos, le décalage est

l'on balaye linéairement les pics de transmission de la cavité. Si la rampe de tension est synchrone de l'impulsion à analyser, on peut ainsi analyser au cours du temps le contenu spectral de l'impulsion. Pratiquement, la rampe de tension permet de parcourir environ 3 intervalles spectraux libres. La cavité Fabry-Perot mesurant 10 cm de longueur et sa finesse étant de l'ordre de 10 à 1 064 nm, l'intervalle spectral libre de la cavité est de 750 MHz et sa résolution spectrale de l'ordre de 75 MHz. Comme l'intervalle spectral libre de la cavité OPO est, lui, de l'ordre de 370 MHz, l'analyseur de modes ne permet donc pas de déterminer si l'émission de l'OPO est rigoureusement monomode mais permet de savoir si l'OPO est violemment multimode ou bien quasi-monomode. Le schéma expérimental est présenté en figure 9.8. Une paire de prisme est utilisée pour disperser les ondes en sortie d'OPO et un couteau sert à couper l'onde complémentaire. Le faisceau est ensuite focalisé dans l'analyseur de modes et la puissance du faisceau transmis est mesurée par une photodiode. La puissance totale de l'OPO est enregistrée à l'aide d'une seconde photodiode.

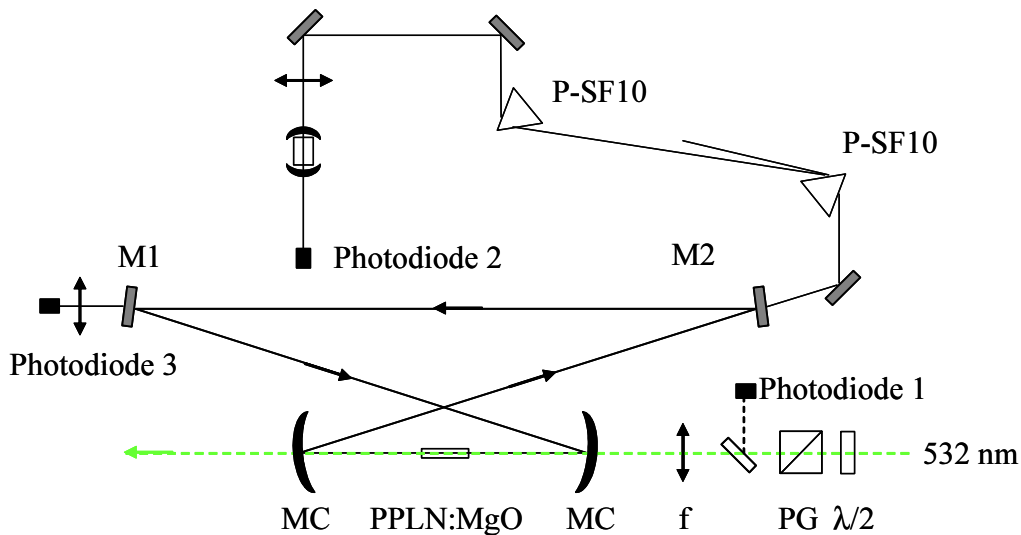


FIG. 9.8 – Schéma expérimental.

Les résultats de mesure sont montrés dans les figures 9.9. Lorsque la température est proche de la température correspondant à la dégénérescence, l'émission est multimode et l'on ne peut distinguer de structures à fort contraste dans l'émission de l'OPO. Loin de la dégénérescence, en revanche, on observe trois pics de transmission avec un contraste de l'ordre de 2 à 3, ce qui indique que seuls quelques modes participent à l'émission.

Une analyse tir à tir des profils temporels incidents et transmis par l'analyseur de modes (figure 9.10) mettent en évidence que les sauts de puissance sont liés à un saut de mode ou à un saut de cluster pendant l'impulsion. Cette analyse montre également que si certaines impulsions sans sauts sont quasi-monomodes, d'autres impulsions sont multimodes ou multi-clusters. Il est à noter que les profils temporels transmis par l'analyseur de modes ont été enregistrés avec une photodiode lente dont le temps de décroissance linéaire.

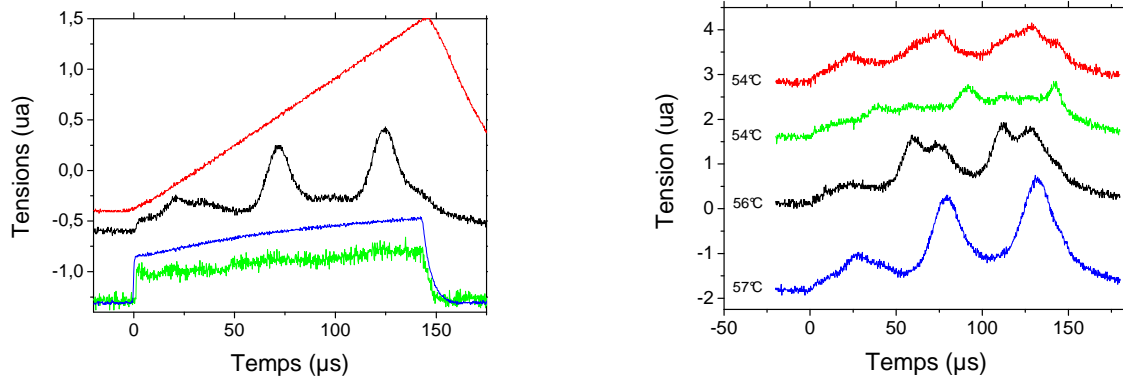


FIG. 9.9 – A gauche : principe de la mesure. On trouve de haut en bas, en unités arbitraires, la rampe de tensions, le signal transmis par l’analyseur de modes, les profils temporels des impulsions de pompe et OPO. A droite : signal transmis par l’analyseur de modes pour différentes températures lorsque l’émission de l’OPO ne présente pas de sauts.

« rapide » est de l’ordre de  $12 \mu\text{s}$ . et le temps de décroissance « lente » est de quelques dizaines de  $\mu\text{s}$ .

### 9.2.2 Cavité en anneau longue

Comme nous disposons d’un modulateur acousto-optique prévu pour moduler vers 120 MHz, la cavité de l’OPO a du être allongée afin que son intervalle spectral libre atteigne cette valeur. Pour que le montage tienne sur l’espace disponible, la cavité a donc été repliée au moyen de 2 miroirs supplémentaires. Le schéma de la cavité de 2,40 m est dessiné en figure 9.12.

Les miroirs concaves  $R=100 \text{ mm}$  sont remplacés par des miroirs  $R=250 \text{ mm}$ , ce qui permet d’obtenir une cavité stable tout en conservant un diamètre suffisamment petit. Les paramètres de la cavité étudiée sont les suivants : longueur de cavité de  $2\,335 \pm 10 \text{ mm}$  et distance entre miroirs concaves de  $276 \pm 2 \text{ mm}$ . Avec ces paramètres de cavité, le col du faisceau infrarouge est de  $77 \mu\text{m}$  au centre du cristal non linéaire.

En raison des pertes supplémentaires introduites par les deux miroirs de repli ( $R=99,7\%$ ) et du mode de cavité substantiellement plus large que pour la cavité courte ( $77 \mu\text{m}$  au lieu de  $52 \mu\text{m}$ ), le seuil d’oscillation s’est élevé jusqu’à environ 1,6 W. De plus, comme des dommages sont apparus dans le cristal non linéaire à la suite d’erreurs de manipulation, le cristal non linéaire a du être translaté de quelques millimètres. Ceci est à l’origine d’un léger changement de la température d’accord de phase et la température de dégénérescence s’est déplacée à  $59,5^\circ\text{C}$ . Enfin, comme la zone de cristal utilisée était proche du bord du cristal, il est possible que des pertes supplémentaires aient été introduites (traitements anti-reflets abîmés).

Une mesure grossière des pertes intra-cavités de la cavité à 6 miroirs est donnée par

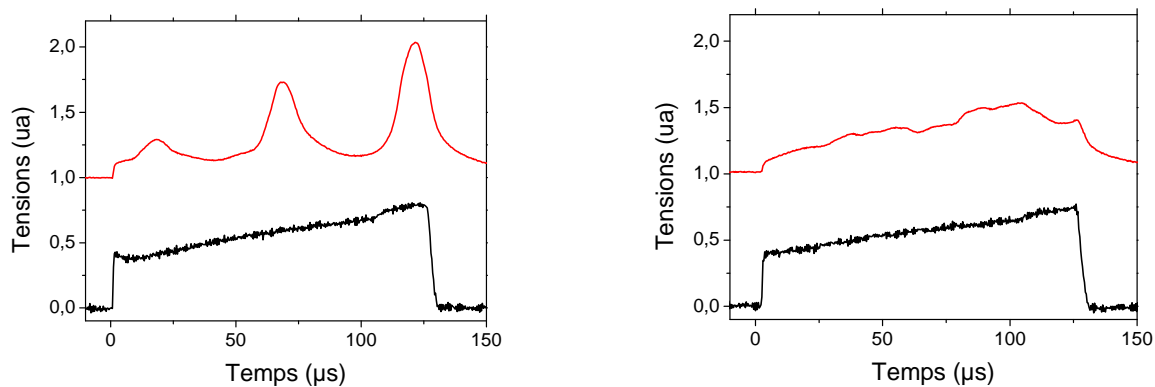


FIG. 9.10 – Profils temporels incidents (en noir) et profil temporel transmis par l'analyseur de mode (en rouge) pour des impulsions ne présentant pas de saut. Température du cristal : 58°C.

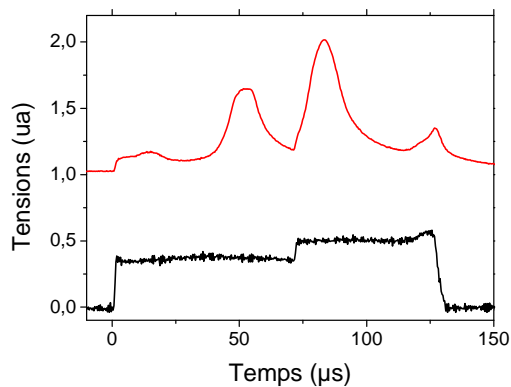


FIG. 9.11 – Profils temporels incidents (en noir) et profil temporel transmis par l'analyseur de mode (en rouge) lors d'un saut de puissance. Ce saut est clairement corrélé à un saut de mode ou de groupe de modes. Température du cristal : 58°C.

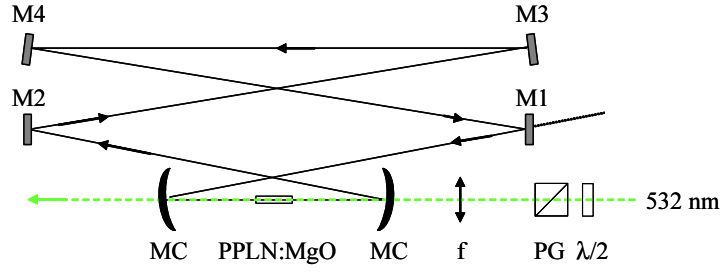


FIG. 9.12 – Schéma de la cavité en anneau à 6 miroirs.

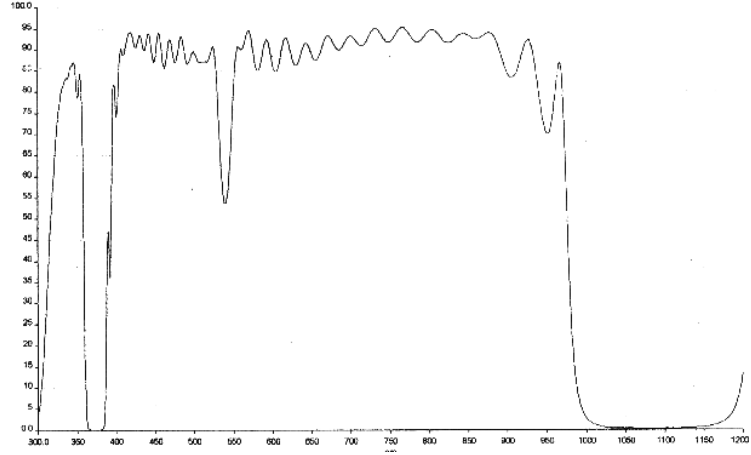


FIG. 9.13 – Courbes de transmission des miroirs concaves à faces parallèles utilisées pour la cavité longue.

une méthode dérivée de la méthode Findlay-Clay utilisée dans les lasers. En remplaçant deux miroirs diélectrique  $R=99,7\%$  par des miroirs métalliques en Or ( $R=>98\%$ ) et en mesurant l'élévation du seuil, on peut, par une règle de trois estimer les pertes intra-cavités. Avec les deux miroirs en Or, le seuil est élevé d'un facteur 1,6, ce qui donne des pertes intra-cavités comprises entre 3,3 et 6,6%.

## 9.3 OPO doublement résonnant à modes bloqués

### 9.3.1 Modulation acousto-optique

Le modulateur utilisé est un barreau de silice synthétique dont les faces d'entrée et de sortie sont taillées à l'angle de Brewster pour 1 064 nm (IntraAction Corp.). Une cale piézoélectrique, collée sur une face transverse du cristal, vient exciter une résonance acoustique du barreau de silice et établit un réseau d'ondes acoustiques stationnaires dans le barreau de silice ; cette onde acoustique induit, à son tour, un réseau d'indice. En raison du caractère stationnaire de l'onde acoustique, l'amplitude du réseau d'indice varie périodiquement à la pulsation de résonance acoustique  $\Omega$  :

$$\Delta n(x, t) = n_0 + n_1 \sin(\Omega t)^2 \sin(kx)^2$$

Lorsqu'une onde optique traverse ce réseau d'indice sous un angle approprié (angle de Bragg), la lumière est partiellement diffractée par le réseau d'indice. Comme la modulation dépend du carré de  $\sin(\Omega t)$ , l'amplitude de l'onde transmise est modulée périodiquement à la pulsation  $2\Omega$ . Pratiquement, les résonances acoustiques du cristal forment une suite discrète de résonances déterminées par l'épaisseur du barreau et, pour le modulateur utilisé, l'écart entre deux résonances est de 330 kHz. Le facteur de qualité de la résonance acoustique qui détermine la quantité  $n_1$  varie avec l'accord entre la fréquence excitatrice et la fréquence acoustique résonante mais aussi avec le mode acoustique excité lui-même.

Pour le blocage de modes, la modulation optique doit être égale à l'intervalle spectral libre de la cavité, qui est, dans le cas de la cavité longue en anneau, proche de 120 MHz. Un écart  $\Delta\nu_{acc}$  de 330 KHz entre deux résonances acoustiques correspond donc à une variation de la longueur optique de la cavité de

$$\Delta L = 2c \frac{\Delta\nu_{acc}}{\nu_{opt}^2}$$

Pour  $\nu_{opt} = 120$  MHz et  $\nu_{acc} = 330$  KHz on trouve  $\Delta L = 13,7$  mm. Il faut donc à la fois ajuster la fréquence de modulation et la longueur de la cavité pour que la modulation optique soit en phase avec l'intervalle spectral libre de la cavité à l'optimum de modulation.

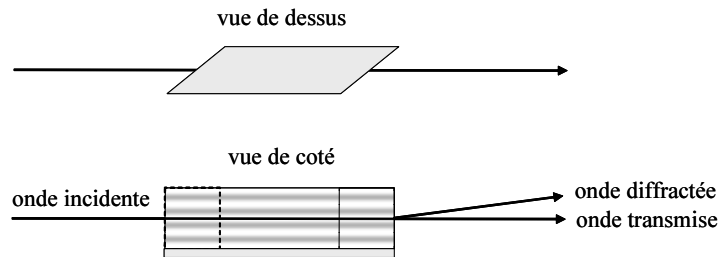


FIG. 9.14 – Principe de fonctionnement du modulateur acousto-optique. Le petit angle formé par la direction de propagation de la lumière et les plans de Bragg a été omis.

Expérimentalement, un générateur radio-fréquence sert à générer une tension sinusoïdale et un amplificateur élève le niveau du signal de façon à atteindre une puissance moyenne de 2 W. Comme l'OPO fonctionne en régime quasi-continu (200  $\mu$ s, 15 ou 40 Hz), le signal radio-fréquence est découpé au moyen d'une porte logique de façon à ce que la modulation optique ne soit active que pendant la durée de fonctionnement de l'OPO. Ceci permet de réduire la puissance moyenne dissipée dans le modulateur acousto-optique et évite de le refroidir.

### 9.3.2 Résultats expérimentaux

Lorsque le modulateur est inséré dans la cavité et qu'il est correctement réglé pour obtenir des modulations profondes (modulations d'environ 50% avec 2 W de puissance

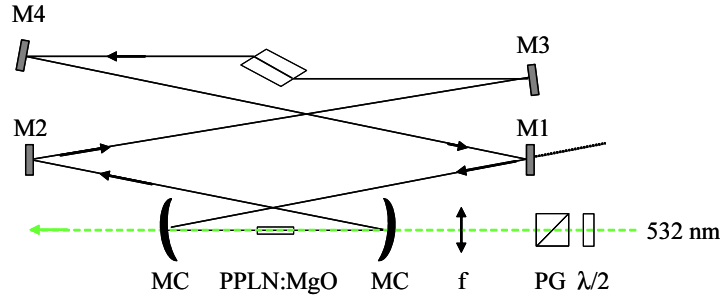


FIG. 9.15 – Schéma de la cavité à 6 miroirs avec le modulateur acousto-optique.

radio-fréquence) à la fréquence propre de l'OPO, on observe l'apparition d'un train d'impulsions en sortie d'OPO, comme montré en figure 9.17. L'enveloppe de ce train d'impulsions reproduit bien le profil temporel des impulsions émises par l'OPO en l'absence de modulation acousto-optique et ces impulsions sont séparées de 8,3 ns. Cet intervalle

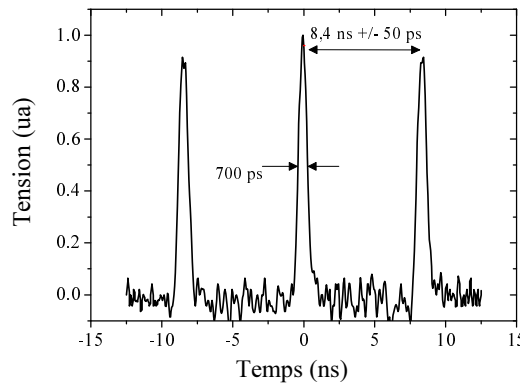


FIG. 9.16 – Train d'impulsions émis à 1050 nm en début de train d'impulsion.

correspond à l'intervalle spectral libre de la cavité (la fréquence acoustique résonnante est égale à 59,517 MHz), ce qui était attendu. De même, comme prévu et à la différence des lasers à modes bloqués, la puissance crête des impulsions ne dépasse pas la puissance crête du régime continu. L'expérience suggère même que la puissance crête en régime pulsé est inférieure à celle en régime continu.

En revanche – et ce qui n'était pas attendu – les impulsions ne sont pas de durée constante au cours du train d'impulsions (figure 9.18). De plus, l'élargissement des impulsions s'accompagne de l'apparition d'un fond continu. Cet élargissement est linéaire au cours du temps et indépendant de la puissance de pompe. Il s'agit donc d'un phénomène intrinsèque au blocage de modes.

Ces mesures de durées d'impulsions ont été réalisées à l'aide d'une photodiode rapide (temps de montée de 50 ps) et d'un oscilloscope rapide (Tektronix, 2,5 GHz, 20 GS/s). La durée des impulsions n'est donc pas limitée par les appareils de mesure. Les premières



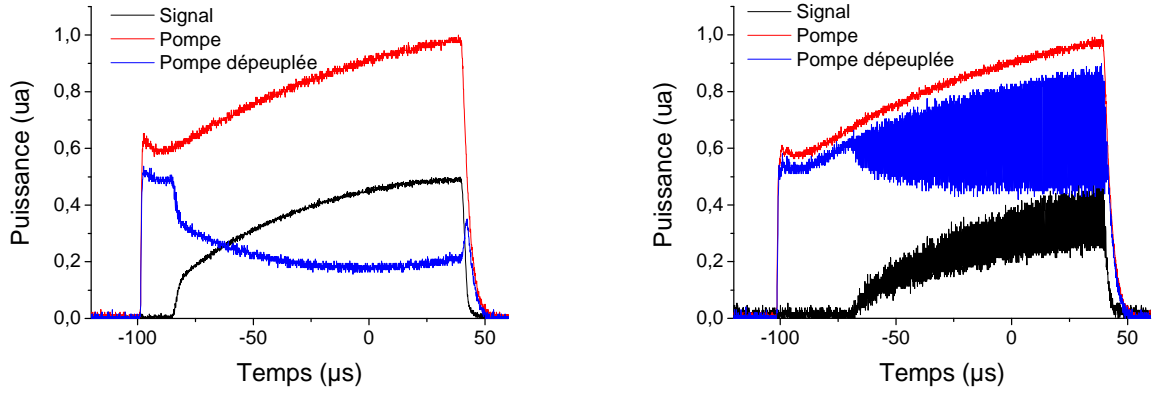


FIG. 9.17 – A gauche et de haut en bas : impulsion de pompe incidente, impulsion de pompe transmise par l'OPO et émission de l'OPO lorsque le modulateur est inactif. A droite : même courbes lorsque le modulateur est actif.

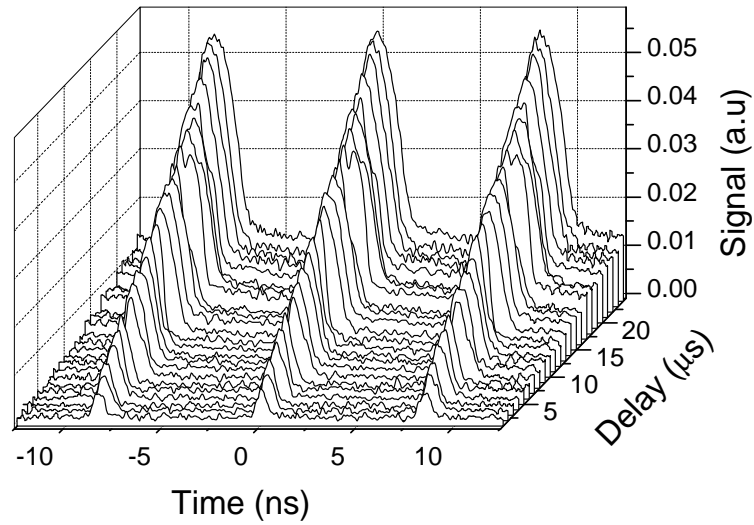


FIG. 9.18 – Profil temporel des impulsions signal et complémentaire au cours du train d'impulsion. On observe un élargissement des impulsions et la montée d'un fond continu. La température du cristal est de  $60,2^{\circ}\text{C}$ , c'est à dire proche de la température pour laquelle l'accord de phase est dégénéré en fréquence.

impulsions mesurables ont une durée de l'ordre de 600 ps et cette durée augmente au rythme de 36 ps par  $\mu\text{s}$ , soit 1 ns toutes les 28  $\mu\text{s}$  environ. Les régressions linéaires montrées en figure 9.19 indiquent, de plus, que l'intersection avec l'axe des origines se trouve, proche du temps origine, ce qui peut laisser penser que les impulsions étaient plus courtes au début d'émission.

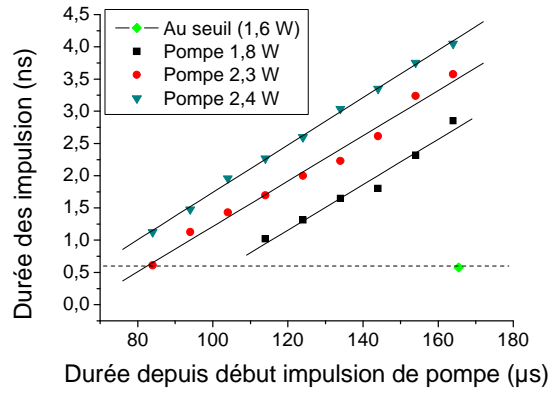


FIG. 9.19 – Durée des impulsion à mi-hauteur en fonction du temps écoulé depuis le début de l'impulsion de pompe pour différentes puissances de pompe. Température du cristal : 60°C.

## 9.4 OPO simplement résonnant à modes bloqués

### 9.4.1 Contexte expérimental

Afin de se rapprocher le plus possible des conditions de blocage de modes telles qu'on les trouve dans les lasers, il est intéressant de se placer dans le cas d'un OPO simplement résonnant. Le passage de DROPO à SROPO est possible en remplaçant deux miroirs plans de replis par deux miroirs dichroïques passe-bas (Sagem, Reosc) qui ont la propriété d'être hautement réfléchissants pour les longueurs d'onde inférieures à 1 064 nm et hautement transparents pour les longueurs d'onde supérieures à 1 064 nm (voir les courbes de transmission en figure 9.20).

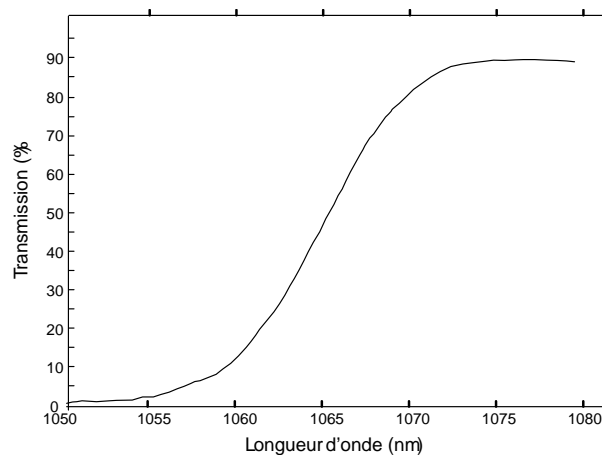


FIG. 9.20 – Transmission des miroirs dichroïques passe-bas.

Malheureusement, en raison du seuil déjà élevé de la cavité à 6 miroirs en anneau, il n'a pas été possible de passer le seuil en SROPO dans de bonnes conditions. Nous avons donc changé l'architecture de la cavité afin de travailler avec un mode de cavité plus petit.

Une architecture « en Z » a été choisie pour plusieurs raisons :

- cette architecture permet de travailler avec une cavité de faible encombrement ;
- en SROPO les effets de reconversion ne sont pas un problème comme en DROPO ;
- l'alignement de la cavité est simplifié et l'on peut accroître la cavité en travaillant par sous-cavités.

En revanche, dans ce type de cavité, le faisceau passe deux fois dans le cristal non linéaire et deux fois sur les miroirs concaves, ce qui tend à augmenter les pertes par passage. De plus, la dispersion optique de la cavité est doublée par rapport à celle de la cavité en anneau.

### 9.4.2 Schéma de la cavité en Z

Le schéma de la cavité en Z est présenté en figure 9.21. Les deux bras collimatés mesurent 600 mm et les deux miroirs concaves sont distants de 120 mm. Le col du mode propre de la cavité est de  $40,7 \mu\text{m}$  pour ces paramètres de cavité. En doublement résonnant, les

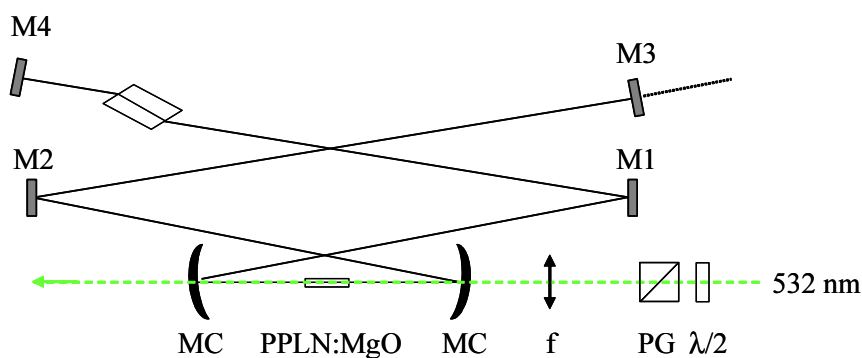


FIG. 9.21 – Schéma de la cavité en Z. M1, M2, M3 et M4 : miroirs plans. MC : miroirs concaves à faces parallèles. PG : polariseur de Glan.

performances de l'OPO sont similaires à celles obtenues avec une cavité en anneau. La dépendance du seuil et du spectre émis avec la température sont montrés sur les figures 9.22 et 9.23. Les mesures de spectres ont été obtenues avec un monochromateur balayé en fréquence. Il ne s'agit donc pas d'une mesure des spectres instantanés mais plutôt de la probabilité d'émission de l'OPO en fonction de la longueur d'onde. La dépendance du spectre avec la température est comparée avec les valeurs théoriques obtenues par un simple calcul du gain paramétrique en ondes planes.

### 9.4.3 SROPO bloqué en modes - premiers résultats

En SROPO le seuil d'oscillation mesuré est de l'ordre d'une dizaine de W pour une température de cristal de  $60,5^\circ\text{C}$  température pour laquelle les longueurs d'onde signal et complémentaire sont suffisamment distinctes pour que les miroirs dichroïques puissent bien les séparer. La question précise du seuil de l'OPO est particulièrement difficile à

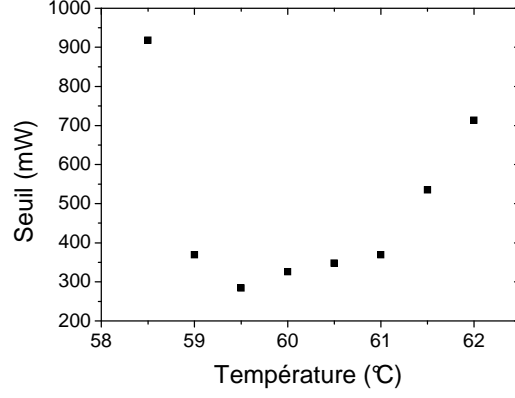


FIG. 9.22 – Seuil de l'OPO doublement résonnant en fonction de la température du cristal pour une cavité en Z.

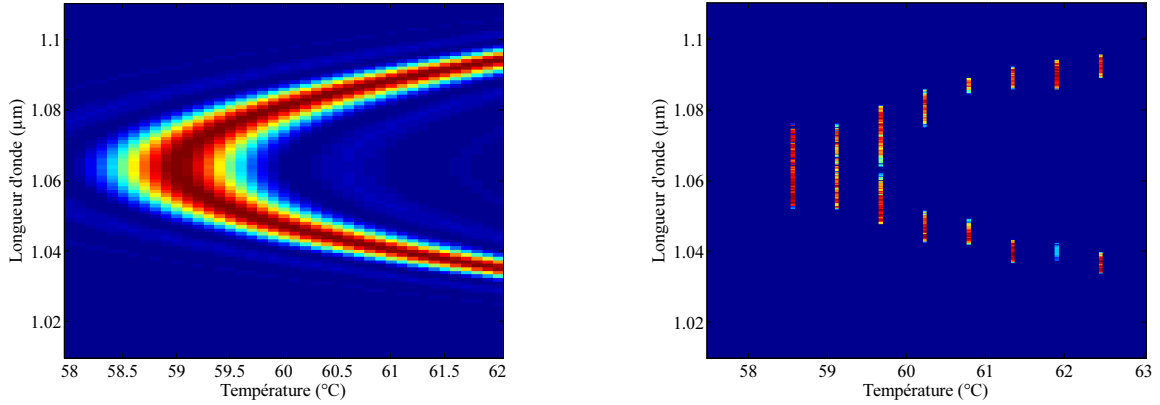


FIG. 9.23 – A gauche : bande de gain du cristal en fonction de la température pour un éclairage de pompe correspondant aux paramètres expérimentaux. A droite : spectres expérimentaux mesurés en DROPO en fonction de la température du cristal non linéaire.

établir en raison des effets photo-induits qui se manifestent à ce niveau de puissance (voir la sous-section 9.5.3). De plus, l'oscillation obtenue est de nature instable de telle sorte que la mesure du seuil est plus qu'approximative. Néanmoins, il a été possible d'observer une oscillation paramétrique sur les quelques dernières dizaines de  $\mu\text{s}$  de l'impulsion de pompe. L'analyse spectrale du rayonnement émis au travers d'un des deux miroirs dichroïques montre que c'est bien la longueur d'onde complémentaire qui est majoritairement émise, comme on pouvait s'y attendre pour un SROPO.

Avec la modulation acousto-optique, un train d'impulsions a pu être obtenu. La durée des impulsions mesurée est d'environ 1,5 ns sur toute la durée du train. Comme pour le DROPO, on peut noter que le seuil est plus élevé en régime pulsé et que les impulsions reposent sur un fond continu. Il faut ajouter à cette description l'observation qualitative suivante : le réglage du modulateur acousto-optique est beaucoup plus sensible en SROPO qu'en DROPO.

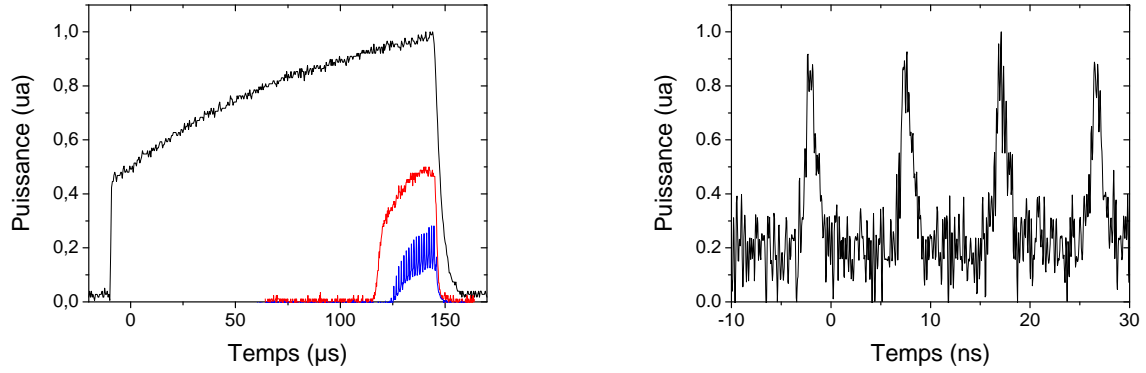


FIG. 9.24 – A gauche et de haut en bas : profil temporel de l'impulsion de pompe, profil temporel de l'impulsion complémentaire en l'absence de modulation optique, profil temporel de l'impulsion complémentaire avec modulation optique. A droite : train d'impulsions obtenu en régime pulsé.

## 9.5 Interprétation des mesures

### 9.5.1 Durées et élargissement des impulsions en DROPO

Selon le modèle développé à la section 8.5.3, avec un délai entre les vitesses de groupe de l'ordre de 1 ps et une fréquence de modulation de 120 MHz, on trouve que la durée théorique des impulsions est de l'ordre de 330 ps. Cette valeur est deux fois inférieure aux valeurs trouvées expérimentalement mais reste dans le bon ordre de grandeur. De plus, comme prévu par le modèle, on trouve un seuil d'oscillation plus haut pour le régime pulsé que pour le régime continu. Ceci est particulièrement apparent sur la figure 9.17 : en régime pulsé, le train d'impulsions se crée plus tard et de moindre puissance crête qu'en régime continu.

Toutefois, comme le modèle théorique prévoit l'établissement d'un régime stationnaire que l'on n'observe pas expérimentalement, on ne peut pas s'arrêter à cette constatation. De plus, le modèle théorique ne prévoit pas l'existence d'un fond continu. Au nombre des effets non pris en compte par le modèle se trouvent les effets de :

- la saturation ;
- la dérive de fréquence des impulsions de pompe.

La première hypothèse ne semble pas pertinente à la vue des résultats présentés en figure 9.19 puisque l'élargissement des impulsions ainsi que le fond continu augmentent linéairement avec le temps mais indépendamment de la puissance de pompe. La seconde hypothèse est, en revanche plus vraisemblable. Une manière de tester cette hypothèse serait de pomper l'OPO avec un laser continu stabilisé.

En plus de ces effets, le modèle ne prend pas en compte les effets de « clusters » : comme l'espacement entre les modes de la cavité n'est pas uniforme à travers tout le spectre, l'OPO ne peut pas osciller librement sur toute la bande de gain possible mais

seulement sur certains groupes de modes (les « clusters »). En conséquence, non seulement la bande de gain réelle de l'OPO est plus étroite que celle que l'on pourrait supposer, mais en plus, ces groupes de modes peuvent osciller indépendamment. Ceci pourrait expliquer à la fois les durées d'impulsion plus longues que prévues, le fond continu et l'élargissement des impulsions puisque certains groupes de modes pourraient ne pas être bloqués en phase les uns par rapport aux autres (structures fines sur les impulsions de la figure 9.19) et que des modes isolés pourraient osciller (fond continu et élargissement, au fur et à mesure qu'un mode d'un groupe prend le pas sur le groupe entier). Si tel est le cas, une solution serait de forcer l'OPO à fonctionner au voisinage de la dégénérescence (là, où les « clusters » sont les plus larges et moins nombreux). Expérimentalement, il a été impossible de contrôler la longueur d'onde d'émission. Là encore, le passage en pompage continu pourrait permettre se stabiliser l'OPO et de mieux maîtriser les paramètres d'oscillation.

## 9.5.2 Durées des impulsions en SROPO

Il est difficile d'interpréter la durée des impulsions mesurées expérimentalement en SROPO. En effet, en plus des effets liés à la dérive de la fréquence de pompe, il faut ajouter que :

- la théorie prévoit un temps d'établissement du régime stationnaire bien plus long que la durée du train d'impulsions expérimentalement obtenu ;
- les effets photo-induits sont susceptibles d'introduire des effets particulièrement indésirables comme un changement rapide de l'indice optique ;
- le réglage fin de la fréquence de modulation du modulateur acousto-optique n'a pas été possible compte tenue de l'instabilité de l'oscillation paramétrique.

Il est donc difficile de tirer des conclusions des résultats expérimentaux en SROPO.

## 9.5.3 Effets parasites

### Mise en évidence d'une dérive de fréquence sur les impulsions pompe

Le laser de pompe est injecté dans une cavité Fabry-Perot sphérique confocale et la puissance optique transmise par la cavité est mesurée à l'aide d'un photodiode rapide (temps de montée d'environ 1-2 ns). L'un des miroirs de la cavité est monté sur une cale piézoélectrique et sa position est ajustée de façon à se placer sur le flanc d'un pic de transmission, à mi-hauteur du maximum de transmission. Dans cette zone, la transmission de la cavité varie rapidement et linéairement avec la fréquence optique de telle sorte qu'on peut observer et mesurer une éventuelle variation de fréquence par une simple mesure de transmission. L'épaisseur de l'interféromètre étant de 10 cm, l'intervalle spectral libre de la cavité est de  $750 \text{ MHz}^2$ . La finesse de la cavité étant de l'ordre de 10, la largeur à mi-hauteur d'un pic de transmission est d'environ 67 MHz et une variation de la transmission du Fabry-Perot de  $\Delta T$  équivaut à une dérive de fréquence de l'ordre de  $140\Delta T$ .

---

2. Pour une cavité Fabry-Perot confocale, l'intervalle spectral libre est  $\Delta\nu = \frac{c}{4L}$

Le profil temporel de l'impulsion pompe est montré sur la figure 9.25 ainsi que le profil temporel transmis par le Fabry-Perot. Le rapport des deux courbes donne accès à la transmission du Fabry-Perot. De ces mesures on déduit que la fréquence de l'impulsion de

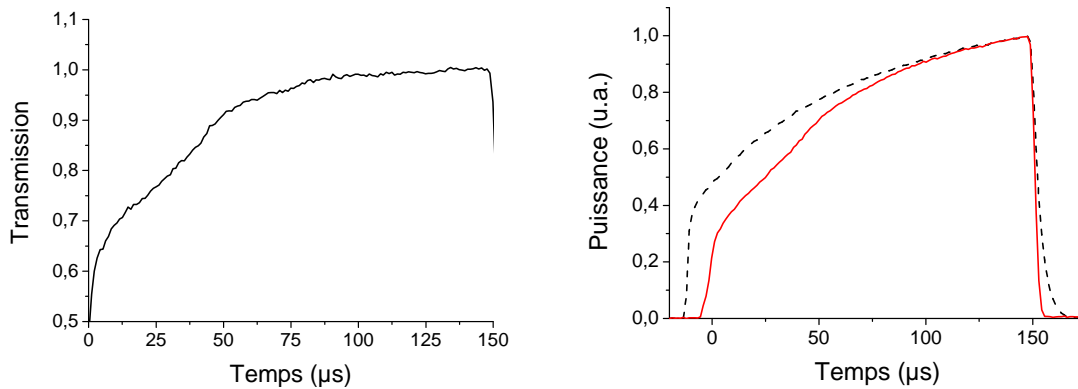


FIG. 9.25 – A gauche : profil temporel de l'impulsion de pompe (tirets) et de l'impulsion transmise (ligne continue). A droite : transmission du Fabry-Perot.

pompe varie rapidement en début d'impulsion (environ 55 MHz en 60  $\mu$ s) puis se stabilise après 80  $\mu$ s environ. La dérive de fréquence résiduelle est alors inférieure à 5 MHz pendant les 70  $\mu$ s restantes.

Une conséquence directe de cette dérive de fréquence en DROPO est qu'en régime monomode, les couples de modes signal et complémentaire ne peuvent pas vérifier la relation de conservation des fréquences tout au long de l'impulsion de pompe. En effet, si cette relation était vérifiée, une dérive de 60 MHz de la fréquence pompe induirait une dérive de fréquence au moins équivalente sur l'une des deux ondes. Or, l'intervalle spectral libre de l'OPO court est de 375 MHz et celui de la cavité longue de 125 MHz. Comme la finesse des cavités OPO est de l'ordre de 100, l'une des ondes n'est nécessairement plus résonnante. Néanmoins, pour les « bons » tirs où lorsque que le laser est bien réglé, la dérive de fréquence n'est que de 5 MHz pendant toute la durée de pompe. Avec une telle dérive de fréquence, il est encore possible d'obtenir un fonctionnement monomode pour le DROPO court.

### Mise en évidence d'effets photo-induits dans le cristal non linéaire

Une étude à posteriori de la transmission du cristal non linéaire en fonction de la puissance de pompe injectée montre que le cristal non linéaire souffre d'effets photo-induits importants (figure 9.26). Dès que la puissance de pompe dépasse environ 2 W, ces effets provoquent une chute de l'éclairement de l'onde pompe. Cet effet est probablement responsable du comportement observé en SROPO.

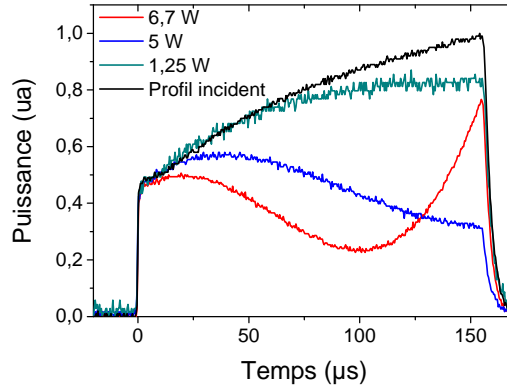


FIG. 9.26 – Profil temporel des impulsions de pompe transmis par le cristal de MgO : PPLN. Lorsque la puissance augmente, le profil temporel se déforme de plus en plus.

## Conclusion de chapitre

Le bilan de l'étude expérimentale est le suivant :

- en régime quasi-continu, le seuil d'oscillation en DROPO est de l'ordre de 100 mW pour une cavité en anneau. Spectralement, l'OPO est quasi-monomode et présente des sauts de modes ou de groupes de modes (de cluster) ;
- lorsqu'un modulateur acousto-optique est inséré dans la cavité, le DROPO émet un train d'impulsions. La durée des impulsions s'allongent au cours du train d'impulsion (depuis 600 ps jusqu'à plusieurs ns) et on observe conjointement la montée d'un fond continu. L'OPO n'atteint donc pas de régime stationnaire et ce comportement est indépendant de la puissance de pompe. De plus, le seuil d'oscillation est plus élevé en régime pulsé qu'en régime stationnaire ;
- le même comportement est observé pour une cavité en papillon (en Z) ;
- en SROPO quasi-continu, le seuil d'oscillation est de plusieurs W et n'a pu être déterminé précisément en raison des effets photo-induits qui apparaissent pour ces puissances de pompe. Ces effets sont transitoires à l'échelle de la centaine de  $\mu s$  et limitent l'oscillation paramétrique à quelques dizaines de  $\mu s$  ;
- lorsque le modulateur acousto-optique est actif, l'OPO émet un train d'impulsions mais les durées d'impulsions sont de l'ordre de quelques nanosecondes. D'autre part, un fond continu accompagne toujours le train d'impulsions.

Les mesures de durées en DROPO ne sont que partiellement compatibles avec le modèle développé dans le chapitre 8 (durée des impulsions les plus courtes et hausse du seuil en régime pulsé). Plusieurs effets pourraient expliquer l'élargissement des impulsions et le fait que le régime stationnaire ne soit pas atteint :

- la dérive de fréquence des impulsions de pompe ;



- les effets photo-induits ;

Une étude complémentaire en régime continu permettrait d'identifier plus précisément les phénomènes observés.

# Conclusion

Tout à une fin... sauf la saucisse  
qui en a deux.

---

Proverbe allemand ?

LES travaux menés au cours de cette thèse concernent deux thématiques distinctes reliées par une même problématique : que pourrait-on gagner à substituer les amplificateurs laser par des amplificateurs paramétriques ? La première thématique porte sur une technique d'amplification spécifique aux sources ultra-intenses, l'amplification paramétrique à dérive de fréquence. La seconde porte sur une technique spécifique aux oscillateurs à modes bloqués.

## OPCPA

L'amplification paramétrique optique à dérive de fréquence (OPCPA) bénéficie d'avantages certains sur l'amplification régénérative dans les milieux laser. Le gain paramétrique peut être très élevé en simple passage et permet de simplifier grandement les montages expérimentaux. De plus, l'amplification paramétrique est un processus quasiment adiabatique compatible avec la haute cadence. Enfin et surtout, l'amplification paramétrique offre la possibilité d'amplifier des impulsions optiques très courtes dans des domaines de longueurs d'onde peu ou mal couvertes par les milieux laser. Tout ces avantages font de l'OPCPA une technique particulièrement attractive à 1 054 nm où les milieux amplificateurs large bande font encore défaut et où, au contraire, des sources puissantes mais à bande étroite sont légion. L'OPCPA permet de transformer ces sources étroites en sources large bande.

Il existe, malgré tout, des inconvénients sérieux à cette technique d'amplification, inconvénients dont presque tous ont pour origine le caractère instantané et local de l'amplification : les impulsions de pompe doivent être synchronisées mais aussi mises en forme spatialement et temporellement afin d'assurer un gain uniforme dans le temps et dans l'espace. A vrai dire, presque tous les points durs de l'OPCPA sont concentrés au niveau de la source laser de pompe. Les travaux expérimentaux menés au LULI ont permis de souligner les effets des structures spatio-temporelles sur les impulsions de pompe. En particulier, il a pu être montré que des modulations temporelles rapides sur les impulsions de pompe dégradent rapidement le contraste temporel des impulsions courtes amplifiées

par OPCPA.

Une autre limitation forte de cette technique a trait aux préamplificateurs : l'accord de phase par biréfringence ne permet pas d'atteindre des rendements élevés si l'on dispose de sources pulsées d'énergies modestes (quelques mJ) en raison des effets liés à la double réfraction dans les milieux anisotropes. Les travaux menés au LLE ont permis de montrer que l'usage du quasi-accord de phase et plus particulièrement des matériaux périodiquement retournés permet de contourner cette difficulté tout en simplifiant un grand nombre de difficultés expérimentales : alignement optique simplifié, éclairagements de seulement 100 MW/cm<sup>2</sup>, cristaux minces et bons marchés. Ces cristaux permettent également d'envisager sérieusement d'utiliser l'architecture DFG/DFG pour simplifier encore plus la chaîne d'amplification et améliorer le contraste d'impulsion.

Un travail théorique et expérimental mené en collaboration avec le laboratoire LLE, a également permis de montrer que l'OPCPA n'est pas une technique d'amplification intrinsèquement moins bruitée que l'amplification laser par CPA ; des conditions expérimentales usuelles permettent néanmoins d'atteindre des contrastes temporels d'impulsions plus élevés ( $10^{+8}$ ) que ceux atteints avec des amplificateurs régénératifs à 1  $\mu$ m. Ce travail est l'un des premiers ayant donné lieu à des mesures expérimentales publiées.

## OPO bloqué en modes

Les sources d'impulsions courtes primaires sont encore aujourd'hui principalement cantonnées à 800 nm en raison de l'absence de matériaux laser solides à large bande dans d'autres gammes de fréquence. Pourtant les oscillateurs paramétriques optiques (OPO) permettent de couvrir presque tout l'infrarouge proche et moyen et possèdent des bandes de gain parfois suffisamment larges pour générer des impulsions dans la gamme femtoseconde. Une solution déjà largement utilisée pour tirer profit de ces deux propriétés consiste à pomper de façon synchrone un OPO à l'aide d'un oscillateur femtoseconde. Cette solution présente néanmoins des inconvénients dont le premier d'entre eux est la complexité et le coût du montage expérimental. Pourtant, une solution encore largement inexplorée consiste à réaliser directement le blocage en modes dans OPO pompé en continu.

Dans le cadre d'une collaboration entre l'ONERA et le laboratoire Aimé Cotton, une étude théorique des mécanismes de blocage de modes dans les oscillateurs paramétriques optiques a montré qu'il était possible de transposer aux OPO une partie des techniques expérimentales utilisées pour générer des impulsions courtes dans les lasers.

Afin de valider les modèles établis, des OPO simplement et doublement résonnants ont été construits et étudiés en régime quasi-continu. Le régime pulsé a pu être observé et les premières expériences ont permis de mesurer des impulsions de 600 ps avec un OPO doublement résonnant.

## Perspectives

**OPCPA -** Si cette thèse s'arrête à la mise en évidence de quelques unes des possibilités et limites de l'OPCPA, les améliorations et applications de l'OPCPA sont loin d'être épuisées. Au nombre des voies de recherche encore à explorer pour l'OPCPA figure, bien sûr l'amélioration des lasers de pompe, qui sont la pierre angulaire de cette technique. Il serait néanmoins réducteur de s'arrêter là. Une grande force de l'OPCPA est de pouvoir être adaptée à d'autres longueurs d'onde que celles couvertes par les milieux laser. De ce point de vue, peu a encore été fait car la plupart des sources OPCPA sont, pour l'instant, à 800 nm ou à 1 054 nm. Or, c'est à 1 064 nm et 1 030 nm (et non à 532 nm) que l'on trouve aujourd'hui les sources laser de fortes énergies et de fortes puissances moyennes. Il serait donc intéressant de considérer l'OPCPA non seulement comme une extension possible des chaînes de puissance actuelles mais aussi comme une technique d'amplification en soi. Une voie de développement possible particulièrement intéressante pour l'OPCPA serait de travailler dans l'infrarouge moyen, à 1,5, 2  $\mu\text{m}$  ou même, 3  $\mu\text{m}$  avec des pompes à 1 064 nm ou 1 030 nm et de chercher à tirer profit de toute la bande de gain disponible.

**MLOPO -** Les expériences menées sur les OPO gagneraient, en définitive, à être reproduites en régime continu et avec des cavités OPO stabilisées en longueur (en particulier pour le DROPO). Les premières expériences sont, certes, encourageantes mais n'ont pas permis d'atteindre le régime stationnaire, notamment en raison d'effets liés au régime quasi-continu. Le travail de thèse, est, de ce point de vue, à poursuivre.

Néanmoins, en termes de potentialités, un SROPO bloqué en modes permettrait de réaliser une source picoseconde primaire très largement accordable (près de  $500\text{ cm}^{-1}$ ), directement à partir d'un laser continu. Ce même OPO pourrait, par ailleurs, servir de source accordable pour la spectroscopie à très haute résolution en régime continu. Ce type d'oscillateur paramétrique pourrait donc constituer, à terme, un outil flexible et complet pour la spectroscopie, tant pulsée que continue.



# Annexe A

## Modèle quantique pour la fluorescence paramétrique

### A.1 Quantification de l'Hamiltonien non linéaire

L'Hamiltonien classique correspondant à l'interaction non linéaire à trois ondes est donné par 1.3.1 :

$$H = -\epsilon_0 \frac{d}{2} \int_v \{E_p(\mathbf{r}, t) E_s^*(\mathbf{r}, t) E_i^*(\mathbf{r}, t) + c.c.\} d^3\mathbf{r} \quad (\text{A.1})$$

où  $d$  représente le coefficient non linéaire effectif,  $\mathbf{r}$ , le vecteur position et  $E_{p,s,i}$ , la partie complexe des champs électriques réels des ondes pompe, signal et complémentaire :

$$E_j^{real}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} (E_j(\mathbf{r}, t) + E_j^*(\mathbf{r}, t)) \quad (\text{A.2})$$

Avec cette définition des champs, la densité volumique d'énergie et l'éclairement des champs de chaque onde ( $j = p, s, i$ ) est donnée par :

$$U_j = \epsilon_0 \frac{n^2}{4} |E_j|^2 \quad I_j = \epsilon_0 \frac{nc}{2} |E_j|^2 \quad (\text{A.3})$$

Afin de pouvoir quantifier les champs, ces derniers sont supposés vérifier des conditions aux limites périodiques sur un grand volume  $V$  contenant le volume d'intérêt  $v$ . Dans ces conditions, on peut quantifier les champs et réécrire l'Hamiltonien d'interaction dans la représentation d'Heisenberg comme suit :

$$\hat{E}_j(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} (\hat{E}_j(\mathbf{r}, t) + \hat{E}_j^\dagger(\mathbf{r}, t)) \quad j = p, s, i \quad (\text{A.4})$$

$$\hat{E}_j(\mathbf{r}, t) = i \sum_{\mathbf{k}_j} \sqrt{\frac{2\hbar\omega_j(\mathbf{k}_j)}{n(\mathbf{k}_j)^2\epsilon_0 V}} \hat{a}(\mathbf{k}_j) \exp[i\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r} - i\omega_j(\mathbf{k}_j)t] \quad (\text{A.5})$$

$$\hat{H} = -\epsilon_0 \frac{d}{2} \int_v \{ \hat{E}_p(\mathbf{r}, t) \hat{E}_s^\dagger(\mathbf{r}, t) \hat{E}_i^\dagger(\mathbf{r}, t) + H.c. \} d^3\mathbf{r} \quad (\text{A.6})$$

Dans ces équations,  $\hat{a}(\mathbf{k}_j)$  représente l'opérateur d'annihilation agissant sur l'onde  $j = p, s, i$  de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_j$  et la notation *H.c.* symbolise le conjugué hermitien. Il faut remarquer que dans la décomposition en ondes planes A.5, les effets de dispersion et d'anisotropie sont pris en compte par la relation de dispersion reliant les vecteurs d'onde aux pulsations optiques :

$$\omega_j(\mathbf{k}_j) = \frac{c}{n(\mathbf{k}_j)} k_j \quad (\text{A.7})$$

L'état initial  $|a\rangle = |p\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0\rangle$  ne contient aucun photon signal ni aucun photon complémentaire et les photons de pompe sont supposés être dans un état cohérent (état quasi-classique) de pulsation  $\omega_p$ , de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_p = k_p \mathbf{z}$  et de profil spatial transverse where  $E_p(\mathbf{r}) = E_p(x, y)$ .

$$\hat{E}_p(\mathbf{r}, t) |p\rangle = E_p(\mathbf{r}) \exp[ik_p z - i\omega_p t] |p\rangle \quad (\text{A.8})$$

L'état final appartient, lui, à un continuum d'états constitué par l'ensemble des couples de photons signal et complémentaire possibles. L'état final  $|b\rangle = |p'\rangle \otimes |\mathbf{k}_s\rangle \otimes |\mathbf{k}_i\rangle$  contient un photon signal de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_s$  et un photon complémentaire de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_i$ . Comme seules les transitions conservant l'énergie vont compter dans l'expression finale, les pulsations signal et complémentaire correspondant à  $|b\rangle$  sont supposées vérifier le système A.9 :

$$\begin{aligned} \omega_s(\mathbf{k}_s) &> \omega_p/2 \\ \omega_i(\mathbf{k}_i) &< \omega_p/2 \\ \omega_s(\mathbf{k}_s) + \omega_i(\mathbf{k}_i) &= \omega_p \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Selon la règle d'or de Fermi, le taux de transition de la transition

$$|a\rangle = |p\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0\rangle \rightarrow |b\rangle = |p'\rangle \otimes |\mathbf{k}_s\rangle \otimes |\mathbf{k}_i\rangle$$

est donné par :

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle b | \hat{H} | a \rangle \right|^2 \rho_b \quad (\text{A.10})$$

où  $\rho_b$  est la densité d'états des états d'arrivée par intervalle d'énergie. En utilisant les expressions des champs A.4 et de l'Hamiltonien A.6, l'expression du taux de transition se calcule directement :

$$\langle b | \hat{H} | a \rangle = \frac{d}{V} \hbar \frac{\sqrt{\omega_s \omega_i}}{n_s n_i} \int_V E_p(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \exp[i(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}] d\mathbf{r} \quad (\text{A.11})$$

Afin de séparer effets longitudinaux et transverses du vecteur désaccord de phase, nous introduisons les notations suivantes pour le désaccord de phase longitudinal et transversal :

$$\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i = \Delta \mathbf{k} = \Delta k_{\parallel} \hat{z} + \Delta \mathbf{K} \quad (\text{A.12})$$

Pour simplifier l'écriture, toutes les projections longitudinales seront notées en lettres romaines et les projections transverse en lettres majuscules et en caractères gras.

Si on néglige la diffraction du faisceau pompe ainsi que les effets de double réfraction,  $E_p(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$  est indépendant de  $z$  et l'intégrale sur  $V$  peut être séparée en une intégrale portant sur les composantes longitudinale et une intégrale portant sur les composantes transverses. L'élément de matrice A.11 prend alors la forme :

$$\langle b | \hat{H} | a \rangle = 2\pi \frac{d}{V} \hbar \frac{\sqrt{\omega_s \omega_i}}{n_s n_i} \mathcal{E}_p(\Delta \mathbf{K}) z \operatorname{sinc} \left( \frac{\Delta k_{\parallel}}{2} z \right) \exp \left( i \frac{\Delta k_{\parallel}}{2} z \right) \quad (\text{A.13})$$

où  $\mathcal{E}_p$  est la transformée de Fourier bidimensionnelle du profil de pompe transverse avec la convention :

$$\mathcal{E}_p(\mathbf{K}) = \frac{1}{2\pi} \int E_p(\mathbf{R}) \exp [i \mathbf{K} \cdot \mathbf{R}] dR \quad R = (x, y)$$

Il reste maintenant à définir la densité d'états de l'état final. Dans le volume élémentaire  $d^3 \mathbf{k}_s d^3 \mathbf{k}_i$ , la densité des états conservant l'énergie est donnée par le rapport du volume de l'état final considéré au volume complet de l'espace des vecteurs d'onde :

$$\rho_b dE = \frac{V^2}{(2\pi)^6} \delta(\hbar \omega_p = \hbar \omega_s + \hbar \omega_i) d^3 \mathbf{k}_s d^3 \mathbf{k}_i \quad (\text{A.14})$$

avec  $dE = \hbar d\omega_s = -\hbar d\omega_i$ .

Comme les vecteurs d'onde dépendent à la fois de l'orientation du cristal et de la fréquence optique, le volume élémentaire peut être réécrit comme le produit d'une variation du module du vecteur d'onde  $dK$ , d'un angle solide élémentaire  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$  et d'un intervalle de fréquence  $d\omega$  :

$$d^3 \mathbf{k}_s = \frac{\partial k_s}{\partial \omega_s} dK_s = k_s^2 \frac{\partial k_s}{\partial \omega_s} d\Omega_s d\omega_s \quad (\text{A.15})$$

$$d^3 \mathbf{k}_i = \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} dK_i = -k_i^2 \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} d\Omega_i d\omega_i \quad (\text{A.16})$$

La densité d'états de l'état final est alors :

$$\rho_b = -\frac{1}{\hbar} \frac{V^2}{(2\pi)^6} \frac{\partial k_s}{\partial \omega_s} \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} \delta(\hbar \omega_p = \hbar \omega_s + \hbar \omega_i) dK_s dK_i d\omega_s d\omega_i \quad (\text{A.17})$$

## A.2 Flux de photons émis par fluorescence

Le nombre de photons de pompe perdus par fluorescence  $\mathcal{T}$  s'obtient en intégrant l'équation A.10 sur toutes les fréquences et tous les angles accessibles.

$$\mathcal{T} = \frac{1}{(2\pi)^3} d^2 L^2 \int \frac{\omega_s \omega_i}{n_s^2 n_i^2} \left| \frac{\partial \mathbf{k}_s}{\partial \omega_s} \right| \left| \frac{\partial \mathbf{k}_i}{\partial \omega_i} \right|_{\theta_i, \phi_i} |\mathcal{E}_p(\Delta \mathbf{K})|^2 \operatorname{sinc}^2 \left( \frac{\Delta k_{\parallel}}{2} L \right) dK_s dK_i d\omega_s \quad (\text{A.18})$$



Avant de continuer plus loin, il est intéressant de remarquer l'effet de la dimension transverse du faisceau pompe sur la condition d'accord de phase. Comme indiqué par la formule A.18, cette condition fait intervenir la transformée de Fourier du profil transverse du faisceau pompe. Comme le désaccord de phase  $\Delta k$  dépend, lui aussi, de la coordonnée transverse au travers de la loi de dispersion

$$\Delta k_{\parallel} = \sqrt{\Delta \mathbf{k}^2 - \Delta \mathbf{K}^2}$$

l'expression A.18 est en réalité un produit de convolution de la divergence du faisceau pompe par la fonction de réponse en  $\text{sinc}^2$ . Dans la limite des faisceaux collimatés de grand diamètre (des ondes planes),  $\mathcal{E}_p(\Delta \mathbf{K})$  se réduit à une distribution de Dirac et le désaccord de phase transverse soit être exactement nul. Pour des faisceaux pompe uniformes et d'extension finie, le désaccord de phase transverse toléré est de l'ordre de  $|\Delta K| \sim D^{-1}$  si  $D$  représente le diamètre du faisceau de pompe. Pour des faisceaux de taille millimétrique, cette condition est très contraignante. En effet,  $|k|$  est de l'ordre de  $10^6 - 10^7 \text{ m}^{-1}$  dans le visible et le proche infrarouge, et excède de plus de 3 ordres de grandeur  $D^{-1} \sim 10^3 \text{ m}^{-1}$ . En pratique, cela signifie que le désaccord de phase transverse est nul et que l'on peut associer une seule direction possible d'émission pour l'onde complémentaire pour une onde signal de direction donnée.

Pour illustrer ce qui précède, considérons un faisceau de pompe circulaire et uniforme. La transformée de Fourier du champ électrique du profil transverse s'écrit :

$$\mathcal{E}_p(\Delta \mathbf{K}) = \frac{R}{\Delta K} J_1\left(2\pi \frac{R \Delta K}{\lambda}\right)$$

Pour  $R \gg \lambda$ , seules les valeurs de  $K_i$  proches de 0 vont contribuer à l'intégrale, et, à l'ordre 0, le vecteur désaccord de phase longitudinal  $\Delta k$  est indépendant de  $K_i$  et égal à  $\Delta k_{\parallel}$ . L'intégration de sur  $dK_i = k_i^2 d\Omega_i$  dans A.18 conduit alors successivement à

$$\mathcal{T} = \frac{1}{(2\pi)^3} d^2 L^2 \int \frac{\omega_s \omega_i}{n_s^2 n_i^2} \frac{\partial \mathbf{k}_s}{\partial \omega_s} \frac{\partial \mathbf{k}_i}{\partial \omega_i} f(\Delta \mathbf{k}) dK_s d\omega_s$$

$$f(\Delta \mathbf{k}) = \int |\mathcal{E}_p(K_i)|^2 \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta \mathbf{k}}{2} L\right) dK_i$$

De ce qui précède, il suit que la fonction  $f$  peut être réécrite :

$$f(\Delta \mathbf{k}) = \int |\mathcal{E}_p(K_i)|^2 \text{sinc}^2(\Delta \mathbf{k} L) dK_i = \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta k_{\parallel}}{2} L\right) \int |\mathcal{E}_p(K_i)|^2$$

En utilisant le théorème de Parseval et la définition de l'éclairement A.3 on trouve alors :

$$\mathcal{P}_p = \frac{\epsilon_0 n_p c}{2} \int |\mathcal{E}_p(\mathbf{K})|^2 d\mathbf{K} = \frac{\epsilon n_p c}{2} \int |E_p(z=0, \mathbf{r})|^2 d\mathbf{r}$$

et l'expression de la fonction  $f$  est réduite à sa forme la plus simple :

$$f(\Delta k) = \frac{2\mathcal{P}_p}{\epsilon_0 n_p c} \text{sinc}^2 \left( \frac{\Delta k_{\parallel}}{2} L \right)$$

Comme tous les accords de phase ont une largeur finie, les pulsations, indices et vecteurs d'onde peuvent être supposés constants sur le domaine d'accords de phase :

$$\begin{aligned} \omega_{s,i} &\simeq \omega_{s,i}^0 \\ \frac{\partial k_{s,i}}{\partial \omega_{s,i}} &\simeq \frac{n_{s,i}(\omega_{s,i}^0) \omega_{s,i}^0}{c} \\ dK_s &\simeq k_s 2\pi \sin \theta_s d\theta_s \end{aligned}$$

La puissance émise par fluorescence au voisinage d'un accord de phase colinéaire ( $\sin \theta_s \simeq \theta_s$ ) et dans la gamme de fréquence signal est alors égale au taux de disparition des photons de pompe multiplié par l'énergie d'un photon signal :

$$\mathcal{P}_s = \hbar \omega_s \frac{d^2 L^2 n_s \omega_s^3 \omega_i}{2\pi^2 \epsilon_0 n_p n_c c^5} \mathcal{P}_p \int \text{sinc}^2 \left( \frac{\Delta k}{2} L \right) \sin \theta_s d\theta_s d\omega_s \quad (\text{A.19})$$

C'est le résultat établi par Byer et Harris [18] puis par Yariv [112] en supposant que la fluorescence équivaut à injecter un photon par mode et par unité de temps sur la face d'entrée du cristal. Ces auteurs supposent également la relation de fermeture des vecteurs d'onde :

$$k_s^2 \sin \theta_s d\theta_s = k_i^2 \sin \theta_i d\theta_i$$

Cette relation est, en fait, équivalente à  $d\mathbf{K}_i = d\mathbf{K}_s$  et donc à  $\mathcal{E}_p(\Delta \mathbf{K} = \mathbf{K}_s - \mathbf{K}_i) \propto \delta(\Delta \mathbf{K})$ . Cette relation de fermeture est à l'origine de l'asymétrie entre les indices signal et complémentaires qui apparaissent dans l'expression (A.19). En effet, à l'exception du premier terme  $\hbar \omega_s$ , l'expression (A.19) devrait être invariable par l'échange des indices  $s$  et  $i$  puisque signal et complémentaire jouent des rôles parfaitement symétriques. Pourtant, il n'en est rien. La raison de cette disymétrie tient au choix implicite d'exprimer  $\theta_i$  comme une fonction de  $\theta_s$ . Bine sûr, la symétrie de (A.19) peut être rétablie en définissant deux nouveaux vecteurs transverses :

$$\begin{aligned} K_{\Sigma} &= K_s + K_i \\ K_{\Delta} &= K_s - K_i \end{aligned}$$

En utilisant ces vecteurs dans l'équation (A.18) en lieu et place de  $K_s$  et  $K_i$ , on obtient l'expression symétrisée :

$$\mathcal{T} = \frac{d^2 L^2 \mathcal{P}_p}{4\pi^3 \epsilon_0 n_p c} \int \frac{\omega_s \omega_i}{n_s^2 n_i^2} \frac{\partial k_s}{\partial \omega_s} \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} \text{sinc}^2 \left( \frac{\Delta k_{\parallel}}{2} L \right) \delta(K_{\Sigma} = 0) dK_{\Delta} d\omega_s$$

En conclusion, nous avons réétabli dans ce chapitre , selon la méthode proposée par Kleinman [69], les résultats établis par Harris et Byer [18] et clarifié le domaine de validité de la formule A.19. Cette formule est valable pour des faisceaux larges et collimatés et le terme de désaccord de phase intervenant dans cette formule correspond au désaccord de phase transverse, au sens de l'onde de pompe.

# Annexe B

## Accord de phase non colinéaire : développement au second ordre

### B.1 Accord de phase quelconque

Comme dans la section 2.2.3, on suppose que le cristal est orienté de façon à ce qu'un accord de phase soit réalisé. Cette condition s'écrit :

$$\Delta \mathbf{k}^0 = \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s^0 - \mathbf{k}_c^0 = \mathbf{0} \quad (\text{B.1})$$

ou encore, de manière équivalente,

$$\begin{aligned} k_p + k_s^0 \cos \theta_s^0 + k_c^0 \cos \theta_c^0 &= 0 \\ k_s^0 \sin \theta_s^0 + k_c^0 \sin \theta_c^0 &= 0 \end{aligned}$$

Près de l'accord de phase, on cherche à développer le terme de désaccord de phase pour de petits écarts de fréquence ou de direction d'émission. On introduit donc les quantités  $\Delta \omega_s = \omega_s - \omega_s^0$ ,  $\Delta \theta_s = \theta_s - \theta_s^0$  et  $\Delta \theta_c = \theta_c - \theta_c^0$ . Avec ces notations, les vecteurs d'onde signal et complémentaire admettent le développement de Taylor suivant :

$$\mathbf{k}(\omega_s, \theta_s) = k_s^{(0)} + k_s^{(1)} + \frac{1}{2} k_s^{(2)} + \dots \quad (\text{B.2})$$

$$\mathbf{k}(\omega_c, \theta_c) = k_c^{(0)} + k_c^{(1)} + \frac{1}{2} k_c^{(2)} + \dots \quad (\text{B.3})$$

où  $k_{s,i}^{(n)}$  désigne la contribution d'ordre  $n$ . Les contributions d'ordre 0,1 et 2, pour l'onde signal, sont ainsi égales à :

$$\begin{aligned} k_s^{(0)} &= k_s^0 \mathbf{u}_s \\ k_s^{(1)} &= \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \Delta \omega_s \mathbf{u}_s + k_s^0 \Delta \theta_s \mathbf{v}_s \\ k_s^{(2)} &= \left( \frac{\partial^2 k_s}{\partial \omega^2} \Delta \omega_s^2 - k_s^0 \Delta \theta_s^2 \right) \mathbf{u}_s + 2 \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \Delta \omega_s \Delta \theta_s \mathbf{v}_s \end{aligned}$$

Dans cette dernière expression, la convention typographique est la suivante : les caractères gras désignent des vecteurs, les caractères romains représentent des modules. Les vecteurs ( $\mathbf{u}_s = \mathbf{k}_s/k_s, \mathbf{v}_s$ ) et ( $\mathbf{u}_c = \mathbf{k}_c/k_c, \mathbf{v}_c$ ) forment les bases polaires associées aux vecteurs d'onde signal et complémentaires. Au premier ordre, le vecteur désaccord de phase admet la décomposition suivante :

$$\Delta k_{\parallel}^{(1)} = - \left( \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \cos \theta_s^0 - \frac{\partial k_c}{\partial \omega} \cos \theta_c^0 \right) \Delta \omega_s - k_s^0 \Delta \theta_s \sin \theta_s^0 - k_c^0 \Delta \theta_c \sin \theta_c^0 \quad (\text{B.4})$$

$$\Delta k_{\perp}^{(1)} = + \left( \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \sin \theta_s^0 - \frac{\partial k_c}{\partial \omega} \sin \theta_c^0 \right) \Delta \omega_s - k_s^0 \Delta \theta_s \cos \theta_s^0 - k_c^0 \Delta \theta_c \cos \theta_c^0 \quad (\text{B.5})$$

et les corrections de deuxième ordre sont :

$$\Delta k_{\parallel}^{(2)} = - \left( \frac{\partial^2 k_s}{\partial \omega^2} \cos \theta_s^0 + \frac{\partial^2 k_c}{\partial \omega^2} \cos \theta_c^0 \right) \Delta \omega_s^2 \dots \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned} & + 2 \left( \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \sin \theta_s^0 \Delta \theta_s - \frac{\partial k_c}{\partial \omega} \sin \theta_c^0 \Delta \theta_c \right) \Delta \omega_s \dots \\ & + k_s^0 \cos \theta_s^0 \Delta \theta_s^2 + k_c^0 \cos \theta_c^0 \Delta \theta_c^2 \dots \\ \Delta k_{\perp}^{(2)} & = + \left( \frac{\partial^2 k_s}{\partial \omega^2} \sin \theta_s^0 + \frac{\partial^2 k_c}{\partial \omega^2} \sin \theta_c^0 \right) \Delta \omega_s^2 \dots \quad (\text{B.7}) \\ & - 2 \left( \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \cos \theta_s^0 \Delta \theta_s - \frac{\partial k_c}{\partial \omega} \cos \theta_c^0 \Delta \theta_c \right) \Delta \omega_s \dots \\ & - k_s^0 \sin \theta_s^0 \Delta \theta_s^2 - k_c^0 \sin \theta_c^0 \Delta \theta_c^2 \end{aligned}$$

La résolution exacte de  $\Delta k_{\perp}^{(1)} + \frac{1}{2} \Delta k_{\perp}^{(2)} = 0$  conduit au développement limité suivant pour  $\Delta \theta_c$  :

$$\Delta \theta_c = \Delta \theta_c^{(1)} + \Delta \theta_c^{(2)} \quad (\text{B.8})$$

$$\Delta \theta_c^{(1)} = \frac{1}{k_c^0 \cos \theta_c^0} \left( \frac{\partial k_c}{\partial \omega} \sin \theta_c^0 - \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \sin \theta_s^0 \right) \Delta \omega_s - \frac{k_s^0 \cos \theta_s^0}{k_c^0 \cos \theta_c^0} \Delta \theta_s \quad (\text{B.9})$$

$$\begin{aligned} \Delta \theta_c^{(2)} & = - \frac{1}{k_c^{0,2} \cos \theta_s^{0,3}} \left( k_s^0 \frac{\partial k_c}{\partial \omega} + k_c^0 \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \right) \Delta \omega \Delta \theta_s \dots \\ & - \frac{1}{k_c^0 \cos \theta_s^{0,3}} \left[ 2 \frac{1}{k_s^0 k_c^0} \frac{\partial k_c}{\partial \omega} \frac{\partial k_s}{\partial \omega} + \left( \frac{1}{k_c^0} \frac{\partial k_c}{\partial \omega} \right)^2 (1 + \cos \theta_c^2) + \left( \frac{1}{k_s^0} \frac{\partial k_s}{\partial \omega} \right)^2 \right] \Delta \omega^2 \\ & - \frac{1}{2} \tan \theta_c^0 \left( 1 + \frac{k_s^0 \cos \theta_s^0}{k_c^0 \cos \theta_c^0} \right) \Delta \theta_s^2 \end{aligned}$$

En insérant le développement de  $\Delta \theta_c$  dans celui de  $\Delta k_{\parallel}^{(1)} + \frac{1}{2} \Delta k_{\parallel}^{(2)}$ , on obtient un développement limité du désaccord de phase en fonction des variables  $\Delta \omega_s$  et  $\Delta \theta_s$ .

## B.2 Accord de phase quasi-dégénéré

Le cas particulier  $\omega_s = \omega_c$  est relativement simple à traiter et présente l'intérêt d'être proche des conditions expérimentales. Dans ce cas particulier, tous les vecteurs d'onde  $k_s^0$  et  $k_c^0$  sont confondus ainsi que leurs dérivées. Le vecteur d'onde commun sera, par conséquent, noté  $k_0$ . De plus, de (B.1), on déduit que  $\theta_c^0 = -\theta_s^0$  et  $k_p = 2k_0 \cos \theta_s^0$ . Pour des petits angles d'émission, on peut montrer que l'on peut se satisfaire du développement de  $\Delta\theta_c$  au premier seulement, ce qui simplifie notablement les expressions mathématiques. Tous calculs faits, le désaccord de phase longitudinal admet alors le développement suivant :

$$\begin{aligned} \Delta k_{\parallel} = & 2 \frac{\partial k_0}{\partial \omega} \sin \theta_s^0 \tan \theta_s^0 \Delta \omega_s - 2k_0 \sin \theta_s^0 \Delta \theta_s \\ & \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k_0}{\partial \omega^2} \cos \theta_s^0 \Delta \omega_s^2 - 2 \frac{\partial k_0}{\partial \omega} \sin \theta_s^0 \Delta \omega_s \Delta \theta_s - k_0 \cos \theta_s^0 \Delta \theta_s^2 \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$



# Bibliographie

- [1] G. P. Agrawal and M. Lax. End correction in the quasi-fast hankel transform for optical-propagation problems. *Opt. Lett.*, 6 :171–173, 1981.
- [2] D. J. Armstrong, W. J. Alford, T. D. Raymond, and A. V. Smith. Parametric amplification and oscillation with walkoff-compensating crystals. *J. Opt. Soc. Am. B*, 14 :460–473, 1997.
- [3] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P.S. Pershan. Interactions between light waves in a nonlinear dielectric. *Phys. Rev.*, 127(6) :1918–1939, 1962.
- [4] V. Bagnoud, I. Begishev, M. Guardalben, J. Puth, and J. Zuegel. A 5-hz, >250-mj optical parametric chirped-pulse amplifier at 1053 nm with near-ideal performance. *Opt. Lett.*, 2005.
- [5] V. Bagnoud, J. Puth, I. Begishev, M. Guardalben, J. D. Zuegel, N. Forget, C. Le Blanc, and J. Bromage. A multiterawatt laser using a high-contrast, optical parametric chirped-pulse preamplifier. In *CLEO*, 2005.
- [6] A. Baltuska, T. Fuji, and T. Kobayashi. Visible pulse compression to 4 fs by optical parametric amplification and programmable dispersion control. *Opt. Lett.*, 27(5) :306–308, 2002.
- [7] A. Bandilla, G. Drobny, and I. Jex. Phase-space motion on parametric three-wave interaction. *Opt. Comm.*, 128 :353–362, 1996.
- [8] A. Bandilla, G. Drobny, and I. Jex. The classical parametric approximation for three-wave interactions. *Opt. Comm.*, 156 :112–122, 1998.
- [9] N. P. Barnes and V. J. Corcoran. Parametric generation process : spectral bandwidth and acceptance angles. *Appl. Opt.*, 15(3) :696–699, 1976.
- [10] M.-F. Becker, D.-J. Kuizenga, D.-W. Phillion, and A.-E. Siegman. Analytic expressions for ultrashort pulse generation in mode-locked optical parametric oscillators. *J. Appl. Phys.*, 45(9) :3996–4005, 1974.
- [11] I. Begishev, A. Gulamov, E. Erofeev, E. Ibragimov, S. Kamalov, T. Usmanov, and A. Khadzhaev. Highly efficient parametric amplification of optical beams. i.optimization of the profiles of interacting waves in parametric amplification. *Sov. J. Quantum Electron.*, 20(9) :1100–1103, 1990.
- [12] N. Bloembergen and P. S. Pershan. Light waves on a boundary of nonlinear media. *Phys. Rev.*, 128 :606–622, 1962.



- [13] M. Born and E. Wolff. *Principles of Optics*. Pergamon Press, 1959.
- [14] A. Boscheron. *Etude de nouvelles configurations de conversion de fréquence pour l'optimisation des lasers de haute puissance*. PhD thesis, Paris XI - Orsay, 1996.
- [15] W. R. Bosenberg, A. Drobshoff, J. I. Alexander, L. E. Myers, and R. L. Byer. Continuous-wave singly resonant optical parametric oscillator based on periodically poled linbo3. *Opt. Lett.*, 21 :713, 1996.
- [16] F. Bowman. *Introduction to elliptic functions with applications*. John Wiley and Sons, Inc, 1953.
- [17] D. C. Burnham and D. L Weinberg. Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs. *Phys. Rev. Lett.*, 25 :84–87, 1970.
- [18] R. L. Byer and S. E. Harris. Power and bandwidth of spontaneous parametric emission. *Phys. Rev.*, 168(3) :1064–1068, 1968.
- [19] P. F. Byrd. *Handbook of elliptic integrals for engineers and scientists, 2d ed.* Springer-Verlag, 1971.
- [20] L. Cabaret, J. Philip, and P. Camus. Transient frequency shift in a single-mode quasi-continuous diode-pumped nd :yag laser. *IEEE J. Quant. Electron.*, 36(11) :1323–1332, 2000.
- [21] C. M. Caves and D. D. Crouch. Quantum wideband traveling-wave analysis of a degenerate parametric amplifier. *J. Opt. Soc. Am. B*, 4(10) :1535–1545, 1987.
- [22] E. C. Cheung and J. M. Liu. Theory of a synchronously pumped optical parametric oscillator in steady-state operation. *J. Opt. Soc. Am. B*, 7 :1385–1401, 1990.
- [23] P.E. Ciddor. Refractive index of air : new equations for the visible and near infrared. *Appl. Opt.*, 35(9) :1566–1573, 1996.
- [24] F. Devaux and E. Lantz. Spatial and temporal properties of parametric fluorescence around degeneracy in a type i lbo crystal. *Eur. Phys. J. D*, 8 :117–124, 2000.
- [25] S. A. Diddams, L.-S. Ma, J. Ye, and J. L. Hall. Broadband optical frequency comb generation with a phase-modulated parametric oscillator. *Opt. Lett.*, 24 :1747–1749, 1999.
- [26] V. G. Dimitriev, G. G. Gurzadyan, and D. N. Nikogosyan. *Handbook of Nonlinear Optical Crystals, 2nd.* Springer, Berlin, 1977.
- [27] A. Dubietis, G. Jonusauskas, and A. Piskarkas. Powerful femtosecond pulse generation by chirped and stretched pulse parametric amplification in bbo crystal. *Opt. Comm.*, 88 :437–440, 1992.
- [28] Y. Dumeige, I. Sagnes, P. Vidakovic, and A. Levenson. Phasematched frequency doubling at photonic band edges : efficiency scaling as the fifth power of the length. *Phys. Rev. Lett.*, 89 :043901, 2002.
- [29] D. Eimerl, L. Davis, S. Velsko, E. K. Graama, and A. Zalkin. Optical, mechanical and thermal properties of barium borate. *J. Appl. Phys.*, 62 :1968–1983, 1987.

- [30] Zervas M. N. Feced R. and Muriel M. A. An efficient inverse scattering algorithm for the design of nonuniform fiber bragg gratings. *IEEE J. Quant. Electron.*, 35 :1105–1115, 1999.
- [31] A. Fiore, V. Berger, E. Rosencher, P. Bravetti, and J. Nagle. Phase matching using an isotropic nonlinear optical material. *Nature*, 391 :463 – 466, 1998.
- [32] N. Forget, A. Cotel, E. Brambrink, P. Audebert, A. Jullien, O. Albert, G. Chériaux, and C. Le Blanc. Pump-noise transfer in optical parametric chirped-pulse amplification. *Accepté à Opt. Lett.*, 2005.
- [33] N. Forget, C. Le Blanc, V. Bagnoud, and J. D. Zuegel. High-dynamic-range temporal measurement of short-pulses amplified by opcpa.
- [34] R. L. Fork, O. E. Martinez, and J. P. Gordon. Negative dispersion using pairs of prisms. *Opt. Lett.*, 9 :150, 1984.
- [35] Karlsson G. Fragemann A., Pasiskevicius V. and Laurell F. High-peak power nanosecond optical parametric amplifier with periodically poled ktp,. *Opt. Exp*, 11 :1297, 2003.
- [36] P. Z. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, and G. Weinrich. Generation of optical harmonics. *Phys. Rev. Lett.*, 7 :118–119, 1961.
- [37] S. A. Furman and A. V. Tikhonravov. *Optics of Multilayer Systems*. Editions Frontières, 1992.
- [38] J. P. Fève, B. Boulanger, and G. Marnier. Calculation and classification of the direction loci for collinear types i,ii and iii phase-matching of three-wave nonlinear optical parametric interactions in uniaxial acentric crystals. *Opt. Comm.*, 99 :284–302, 1993.
- [39] G. M. Gale, M. Cavallari, T. J. Driscoll, and F. Hache. Sub-20-fs tunable pulses in the visible from an 82-mhz optical parametric oscillator. *Opt. Lett.*, 20(14) :1562, 1995.
- [40] A Galvanauskas. Mode-scalable fiber-based chirped pulse amplification systems. *IEEE J. Quant. Electron.*, 7(4) :504–517, 2001.
- [41] A. Galvanauskas, A. Hariharan, D. Harter, M. A. Arbore, and M. M. Fejer. High-energy femtosecond pulse amplification in a quasi-phase-matched parametric amplifier. *Opt. Lett.*, 23(3) :210–212, 1998.
- [42] A. Garashi, A. Arie, A. Skliar, and G. Rosenman. Continuous-wave optical parametric oscillator based on periodically poled KTiOPO4. *Opt. Lett.*, 23 :1739–1741, 1998.
- [43] J. Garnier. High-frequency asymptotics for maxwell’s equations in anisotropic media part i : Linear geometric and diffractive optics. *J. Math. Phys.*, 42(4) :1612–1635, April 2001.

- [44] J. Garnier. High-frequency asymptotics for maxwell's equations in anisotropic media part ii : Nonlinear propagation and frequency conversion. *J. Math. Phys.*, 42(4) :1636–1654, 2001.
- [45] J. A. Giordmaine. Mixing of light beams in crystals. *Phys. Rev. Lett.*, 8 :19–20, 1962.
- [46] J. A. Giordmaine and R. C. Miller. Tunable coherent parametric oscillation in linbo3 at optical frequencies. *Phys. Rev. Lett.*, 14 :973, 1965.
- [47] S. Guha, Fei-Jain Wu, and J. Falk. The effects of focusing on parametric oscillation. *IEEE J. Quant. Electron.*, 18 :907– 912, 1982.
- [48] M. Guizar-Sicairos and J. C. Gutiérrez-Vega. Computation of quasi-discrete hankel transforms of integer order for propagating optical wave fields. *J. Opt. Soc. Am. A*, 21(1) :53–58, 2004.
- [49] R. Haidar. *Nouveaux Scenarii de Quasi-accord de phase dans les Semiconducteurs Isotropes*. PhD thesis, Université Paris XI, 2003.
- [50] R. Haidar, N. Forget, P Kupececk, and E. Rosencher. Fresnel phase matching for three-wave mixing in isotropic semiconductors. *J. Opt. Soc. Am.B*, 21(8) :1522, 2004.
- [51] T. Harimoto. Evaluation of stable optical parametric amplification involving temporal distribution. *Jap. Journ. Appl. Phys.*, 42(6A) :3415–3418, 2003.
- [52] T. Harimoto and K. Yamakawa. Numerical analysis of optical parametric chirped pulse amplification with time delay. *Opt. Express*, 11(8) :939–943, 2003.
- [53] H.-A. Haus. A theory of forced mode locking. *IEEE J. Quant. Electron.*, QE-11(7) pt. 1 :323–30, 1975.
- [54] H.-A. Haus. Mode-locking of lasers. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 6(6) :1173–85, 2000.
- [55] H.A. Haus. Theory of mode locking with a fast saturable absorber. *J. Appl. Phys.*
- [56] H.A. Haus. Theory of mode locking with a slow saturable absorber. *IEEE J. Quant. Electron.*
- [57] Sten Helmfrid and Gunnar Arvidsson. Influence of the pump spectrum on three-wave mixing parametric amplification. *J. Opt. Soc. Am. B*, 8(12) :2477–2480, 1991.
- [58] B. Huttner, S. Serulnik, and Y. Ben-Aryeh. Quantum analysis of light propagation in a parametric amplifier. *Phys. Rev A*, 42(9) :5594–5600, 1990.
- [59] A. A. Isaev, M. A. Kazaryan, G. G. Petrash, S. G. Rautian, and A. M. Shalagin. Evolution of gaussian beams and pulse stimulated emission from lasers with unstable resonators. *Sov. J. Quantum Electron.*, 5 :607–614, 1975.
- [60] N. Ishii, L. Turi, V.S. Yakovlev, T. Fuji, F. Krausz, A. Baltuska, R. Butkus, G. Veitas, V. Smilgevicius, R. Danielius, and A. Piskarskas. Multimillijoule chirped parametric amplification of few-cycle pulses. *Opt. Lett.*, 30(5) :567–569, 2005.

- [61] M. Jeandron. Modélisation du fonctionnement d'un oscillateur paramétrique optique doublement résonnant. Master's thesis, Ecole polytechnique, 2000.
- [62] I. Jovanovic. *Optical Parametric Amplification for High Peak and Average Power*. PhD thesis, University of California, Berkeley, 1997.
- [63] I. Jovanovic, C. G. Brown, C. A. Ebbers, C. P. J. Barty, N. Forget, and C. Le Blanc. Generation of high-contrast millijoule pulses by optical parametric chirped-pulse amplification in periodically poled ktiopo4. *OPTICS LETTERS*, 30(9) :1036–1038, 2005.
- [64] I Jovanovic, B Comaskey, and D Pennington. Angular effects and beam quality in optical parametric amplification. *J. Appl. Phys.*, 90(9) :4328–4337, 2001.
- [65] I Jovanovic, BJ Comaskey, CA Ebbers, RA Bonner, DM Pennington, and EC Morse. Optical parametric chirped-pulse amplifier as an alternative to ti : sapphire regenerative amplifiers. *Appl. Opt.*, 41(15) :2923–2929, 2002.
- [66] I Jovanovic, CA Ebbers, and CPJ Barty. Hybrid chirped-pulse amplification. *Opt. Lett.*, 27(18) :1622–1624, 2002.
- [67] I Jovanovic, JR Schmidt, and CA Ebbers. Optical parametric chirped-pulse amplification in periodically poled ktiopo4 at 1053 nm. *Appl. Phys. Lett.*, 83(20) :4125–4127, 2003.
- [68] K.Koch, E. C. Cheung, G. Moore, and S. Chakmakjian and J. Liu. Hot spots in parametric fluorescence with a pump beam of finite cross section. *IEEE J. Quant. Electron.*, 31(5) :769–781, 1995.
- [69] D. A. Kleinman. Theory of optical parametric noise. *Phys. Rev.*, 174(3) :1027–1041, 1968.
- [70] Zhang X. Laliew S., Lovseth S. and Gopinath A. A linearized optical directional-coupler modulator at 1.3 mm. *IEEE J. Lightwave Tech.*, 18 :1244–1249, 2000.
- [71] P. Langlois and E. P. Ippen. Measurement of pulse asymmetry by three-photon-absorption autocorrelation in a gaasp photodiode. *Opt. Lett.*, 24 :1868, 1999.
- [72] B. F. Levine. Electrodynamical bond-charge calculation of nonlinear optical susceptibilities. *Phys. Rev. Lett.*, 22 :787–790, 1969.
- [73] B. F. Levine. Bond-charge calculation of nonlinear optical susceptibilities for various crystal structures. *Phys. Rev. B*, 8 :4046, 1973.
- [74] Laliew C. Li T. and Gopinath A. An iterative transfer matrix inverse scattering technique for the synthesis of co-directional optical couplers. *IEEE J. Quant. Electron.*, 38 :375–379, 2002.
- [75] S Longhi. Ultrashort-pulse generation in degenerate optical parametric oscillators. *Opt. Lett.*, 20 :695, 1995.
- [76] W. H. Louisell, A. Yariv, and A. E. Siegman. Quantum fluctuations and noise in parametric processes. i. *Phys. Rev. PR*, 124(6) :1646–1654, 1961.

- [77] P. D. Maker, R. W. Terhune, M. Nisenhoff, and C. M. Savage. Effect of dispersion and focusing on the production of optical harmonics. *Phys. Rev. Lett.*, 8 :21–22, 1962.
- [78] J. M. Manley and H. E. Rowe. Some general properties of nonlinear elements, part i. general energy relations. *Proc. IRE*, 44 :904–913, 1956.
- [79] J. Markham and J-A Conchello. Numerical evaluation of hankel transforms for oscillating functions. *J. Opt. Soc. Am. A*, 20(4) :621–630, 2003.
- [80] O. E. Martinez. 3000 times grating compressor with positive group velocity dispersion : Application to fiber compensation in 1.3-1.6 mm region. *IEEE J. Quant. Electron.*, QE-23 :59, 1987.
- [81] O. E. Martinez. Design of high-power ultrashort pulse amplifiers by expansion and recompression. *IEEE J. Quantum Electron*, 23 :1385–1387, 1987.
- [82] G. D. Miller. *Periodically poled Lithium niobate : modeling, fabrication and nonlinear-optical performance*. PhD thesis, Stanford University, 1998.
- [83] R. C. Miller. Optical second harmonic generation in piezoelectric crystals. *Appl. Phys. Lett.*, 5 :17–19, 1964.
- [84] O. Morice. Miro : a complete modeling and software for pulse amplification and propagation in high-power laser systems. *Opt. Engin.*, 42 :1530–1541, 2003.
- [85] K. Moutzouris, R. S. Venugopal, M. Ebrahimzadeh, A. De Rossi, M. Calligaro, V. Ortiz, and V. Berger. Second-harmonic generation through optimized modal phase matching in semiconductor waveguides. *Appl. Phys. Lett.*, 83(4) :620–622, 2003.
- [86] T. N. Nikogosyan. Lithium triborate (lbo) : a review of its properties and applications. *Appl. Phys. A*, 58 :1981–1990, 1994.
- [87] P. S. Pershan. Nonlinear optical properties of solids : Energy considerations. *Phys. Rev.*, 130(3) :919–929, 1963.
- [88] Lord Rayleigh. On maintained vibrations. *Phil. Mag.*, 15 :229–235, 1883.
- [89] I. N. Ross, J. L. Collier, P. Matousek, C. N. Danson, D. Neely, R. M. Allot, D. A. Pepler, C. Hernandez-Gomez, and K. Osvay. Generation of terawatt pulses by use of optical parametric chirped pulse amplification. *Appl. Opt.*, 39(15) :2422–2427, 2000.
- [90] I. N. Ross, P. Matousek, G. H. New, and K. Osvay. Analysis and optimization of optical parametric chirped pulse amplification. *J. Opt. Soc. Am. B*, 19(12) :2945–2956, 2002.
- [91] I. N. Ross, P. Matousek, M. Towrie, A. Langley, and J. Collier. The prospects for ultrashort pulse duration and ultrahigh intensity using optical parametric chirped pulse amplifiers. *Opt. Comm.*, 144 :125–133, 1997.

- [92] F Rotermund, CJ Yoon, V Petrov, F Noack, S Kurimura, NE Yu, and K Kitamura. Application of periodically poled stoichiometric lithium niobate for efficient optical parametric chirped pulse amplification at 1 kHz. *Opt. Express*, 12(26) :6421–6427, 2004.
- [93] Paul Sacks. An inverse problem in coupled mode theory. *J. Math. Phys.*, 45(4) :1699–1710, 2004.
- [94] K. Schneider, P. Kramper, and S. Schiller and J. Mlynek. Toward an optical synthesizer : a single-frequency parametric oscillator using periodically poled LiNbO<sub>3</sub>. *Opt. Lett.*, 22 :1293–1295, 1997.
- [95] Y. R. Shen. *The principles of nonlinear optics*. John Wiley and Sons, New York, 1984.
- [96] A. Shirakawa, I. Sakane, M. Takasaka, and T. Kobayashi. Sub-5-fs visible pulse generation by pulse-front-matched noncollinear optical parametric amplification. *Applied Physics Letters*, 74(16) :2268–2270, 1999.
- [97] A. E. Siegman. Quasi fast hankel transform. *Opt. Lett.*, 1 :13–15, 1977.
- [98] A. E. Siegman. *Lasers*. University Science Book, 1980.
- [99] A.-E. Siegman and D.-J. Kuizenga. Modulator frequency detuning effects in the fm mode-locked laser. *IEEE J. Quant. Electron.*, QE-6(12) :803–8, 1970.
- [100] Wang L. Skaar J. and Erdogan T. On the synthesis of fiber bragg gratings by layer peeling. *IEEE J. Quant. Electron.*, 37 :165–173, 2001.
- [101] D. Strickland and G. Mourou. Compression of amplified chirped optical pulses. *Opt. Comm.*, 56 :219, 1985.
- [102] R. L. Sutherland. *Handbook of non linear optics*. Dekker, 1996.
- [103] E. B. Treacy. Optical pulse compression with diffraction gratings. *IEEE J. Quant. Electron.*, QE-5 :454, 1969.
- [104] S. Trillo and S. Wabnitz. Dynamic spontaneous fluorescence in parametric wave coupling. *Phys. Rev. E*, 55(5) :4897, 1997.
- [105] D. F. Walls. Squeezed states of Light. *Nature*, 306 :141, 1983.
- [106] C. C. Wang and G. W. Racette. Measurement of parametric gain accompanying optical difference frequency generation. *Appl. Phys. Lett.*, 14 :169–171, 1965.
- [107] B. Wattellier, I. Jovanovic, and C. P. J. Barty. Conference on lasers and electro-optics, baltimore, maryland. 2003.
- [108] L. J. Waxer, V. Bagnoud, I. A. Begishev, M. J. Guardalben, J. Puth, and J. D. Zuegel. High-conversion-efficiency optical parametric chirped-pulse amplification system using spatiotemporally shaped pump pulses. *Opt. Lett.*, 28(14) :1245–1247, 2003.
- [109] S. T. Yang, R. C. Eckardt, and R. L. Byer. Continuous-wave singly resonant optical parametric oscillator pumped by a single-frequency resonantly doubled Nd :YAG laser. *Opt. Lett.*, 18 :971–973, 1993.

- [110] XD Yang, ZZ Xu, YX Leng, HH Lu, LH Lin, ZQ Zhang, RX Li, WQ Zhang, DJ Yin, and B Tang. Multiterawatt laser system based on optical parametric chirped pulse amplification. *Opt. Lett.*, 27(13) :1135–1137, 2002.
- [111] A. Yariv. Coupled-mode theory for guided-wave optics. *IEEE J. Quant. Electron.*, 9(9) :919, 1973.
- [112] A. Yariv. *Quantum Electronics*. John Wiley & sons, 3rd edition edition, 1988.
- [113] H Yoshida, E Ishii, R Kodama, H Fujita, Y Kitagawa, Y Izawa, and T Yamanaka. High-power and high-contrast optical parametric chirped pulse amplification in beta-bab2o4 crystal. *Opt. Lett.*, 28(4) :257–259, 2003.
- [114] L. Yu, M. Huang, M. Chen, W. Chen, W. Huang, and Z. Zhu. Quasi-discrete hankel transform. *Opt. Lett.*, 23 :409–411, 1998.
- [115] V. E. Zakharov and A. B. Shabat. Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media. *Z. Eksper. Teoret. Fiz.*, 61(1) :118–134, 1971.